

### Θέμα 1° (μον. 3,5) Διάρκεια: 25 λεπτά

Ο αριθμός  $X$ , στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα, ισούται με τα τρία (3) τελευταία (λιγότερο σημαντικά) ψηφία του πενταψήφιου αριθμού μητρώου σας ( $AM$ ), προσαυξημένο κατά εκατό (100) μονάδες.

Για παράδειγμα, εάν  $AM = 21017$ , τότε  $X_{10} = 017_{10} + 100_{10} = 117_{10}$  και, εάν  $AM = 21356$ , τότε  $X_{10} = 356_{10} + 100_{10} = 456_{10}$ .

Ο αριθμός  $Y$ , στο δεκαεξαδικό αριθμητικό σύστημα, είναι:  $Y_{16} = 200_{16}$

#### Ερώτηση 1 (μον. 0,5):

**Να εκφραστούν οι αριθμοί  $X$  και  $Y$  στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα με δέκα (10) δυαδικά ψηφία.**

Στην απάντησή σας να πληκτρολογήσετε:

$AM = \dots$

$(X)_2 = \dots$

$(Y)_2 = \dots$

#### Ερώτηση 2 (μον. 1,0):

**Να προσδιορίσετε στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα το άθροισμα,  $X + Y$ , με δέκα (10) δυαδικά ψηφία και να μετατρέψετε το αποτέλεσμα και στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα.**

Στην απάντησή σας να πληκτρολογήσετε:

$AM = \dots$

$(X + Y)_2 = \dots$

$(X + Y)_{10} = \dots$

#### Ερώτηση 3 (μον. 1,5):

**Να προσδιορίσετε στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα τη διαφορά,  $A - B$ , σε απεικόνιση προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 2 με δέκα (10) δυαδικά ψηφία και να μετατρέψετε το αποτέλεσμα και στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα.**

Στην απάντησή σας να πληκτρολογήσετε:

$AM = \dots$

$(X - Y)_2 = \dots$

$(X - Y)_{10} = \dots$

#### Ερώτηση 4 (μον. 0,5):

**Να εκφράσετε σε κώδικα BCD τον πενταψήφιο αριθμό μητρώου σας ( $AM$ ).**

Στην απάντησή σας να πληκτρολογήσετε:

$AM = \dots$

$(AM)_{BCD} = \dots$

## Απαντήσεις:

### Ερώτηση 1:

$$(B)_{16} = 200_{16} = 10\ 0000\ 0000 = 512_{10}$$

Ο αριθμός  $A_{10}$  είναι διαφορετικός για κάθε φοιτητή και η έκφρασή του στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα γίνεται με τη μέθοδο της επαναλαμβανόμενης διαίρεσης με τον αριθμό 2.

Για παράδειγμα, αν  $A_{10} = 173_{10}$ , στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα, με δέκα (10) δυαδικά ψηφία, θα είναι:  $A_2 = 00\ 1010\ 1101$ .

### Ερώτηση 2:

Ο αριθμός  $A_{10}$  είναι διαφορετικός για κάθε φοιτητή. Για το προηγούμενο παράδειγμα, θα είναι:

$$(A)_{10} = 173_{10}$$

$$(A + B)_2 = 00\ 1010\ 1101 + 10\ 0000\ 0000 = 10\ 1010\ 1101$$

$$(A + B)_{10} = 173 + 512 = 685_{10}$$

### Ερώτηση 3:

Ο αριθμός  $A_{10}$  είναι διαφορετικός για κάθε φοιτητή. Για το προηγούμενο παράδειγμα, θα είναι:

$$(A)_{10} = 173_{10}$$

*Σημειώνεται ότι, η αφαίρεση στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα γίνεται συνήθως με την πρόσθεση στον μειωτέο του συμπληρώματος ως προς 2 του αφαιρετέου.*

*Στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα οι αρνητικοί αριθμοί απεικονίζονται είτε σε μορφή προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 2, είτε σε μορφή προσημασμένου μέτρου και **ΔΕΝ** χρησιμοποιούνται τα σύμβολα + και - για να συμβολίσουμε το πρόσημο! Για περισσότερες πληροφορίες μπορείτε να ανατρέξετε στη βιβλιογραφία.*

Στο παράδειγμά μας, το αποτέλεσμα της αφαίρεσης  $A - B$  είναι αρνητικός αριθμός.

$(A - B)_2 = 00\ 1010\ 1101 - 10\ 0000\ 0000 = 10\ 1010\ 1101$  (σε απεικόνιση προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 2) =  $1\ 01\ 0101\ 0011$  (σε απεικόνιση προσημασμένου μέτρου – απαιτείται ένα επιπλέον ψηφίο για το πρόσημο, το ψηφίο 0 για θετικούς αριθμούς και το ψηφίο 1 για αρνητικούς αριθμούς).

$$(A - B)_{10} = 173 - 512 = -339_{10}$$

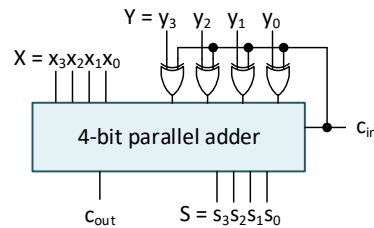
### Ερώτηση 4:

Στην κωδικοποίηση BCD, κάθε ψηφίο του αριθμού μητρώου σας εκφράζεται σε δυαδική μορφή με τέσσερα δυαδικά ψηφία. Για παράδειγμα, εάν  $AM = 12490$ , τότε θα είναι:

$$(12490)_{BCD} = 0001\ 0010\ 0100\ 1001\ 0000$$

## Θέμα 2° (μον. 2,5) Διάρκεια: 20 λεπτά

Δίνεται το λογικό κύκλωμα του σχήματος που περιλαμβάνει έναν τετράμπιτο παράλληλο αθροιστή και λογικές πύλες.



Δίνεται ότι:

$$X = x_3x_2x_1x_0 = 0010_2$$

$Y = y_3y_2y_1y_0$  είναι ίσο με το τελευταίο (ελάχιστο σημαντικό) ψηφίο του πενταψήφιου αριθμού μητρώου σας (AM) προσαυξημένο κατά τρεις (3) μονάδες **εκφρασμένο στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα με τέσσερα (4) δυαδικά ψηφία**. Για παράδειγμα, εάν AM = 1234**0**, τότε  $Y_{10} = 0_{10} + 3_{10} = 3_{10}$  και, εάν AM = 1234**9**, τότε  $Y_{10} = 9_{10} + 3_{10} = 12_{10}$ .

### Ερώτηση 1 (μον. 1,0):

Εάν  $C_{in} = 0$ , να προσδιορίσετε τις τιμές των εξόδων  $C_{out}$  και  $S = s_3s_2s_1s_0$ , καθώς και την τιμή του  $S$  σε μορφή προσημασμένου αριθμού στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα.

Στην απάντησή σας να πληκτρολογήσετε:

AM = .....

COU**T** = ....

(S)**2** = .....

(S)**10** = ± .....

### Ερώτηση 2 (μον. 1,5):

Εάν  $C_{in} = 1$ , να προσδιορίσετε τις τιμές των εξόδων  $C_{out}$  και  $S = s_3s_2s_1s_0$ , καθώς και την τιμή του  $S$  σε μορφή προσημασμένου αριθμού στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα.

Στην απάντησή σας να πληκτρολογήσετε:

AM = .....

COU**T** = ....

(S)**2** = .....

(S)**10** = ± .....

### Απαντήσεις:

Σημειώνεται ότι το συγκεκριμένο κύκλωμα λειτουργεί ως αθροιστής για  $C_{in} = 0$ , οπότε  $S = X + Y$ , και ως αφαιρέτης για  $C_{in} = 1$ , οπότε  $S = X - Y$ .

Η αφαίρεση γίνεται με την πρόσθεση στον μειωτέο  $X$ , του συμπληρώματος ως προς 2 του αφαιρέτου  $Y$ , που παράγεται με τη χρήση των λογικών πυλών XOR και την τιμή  $C_{in} = 1$ .

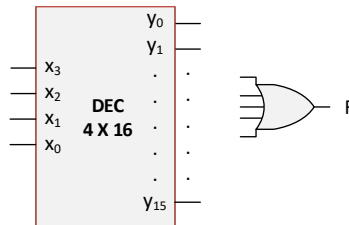
Στο συγκεκριμένο κύκλωμα, για  $C_{in} = 1$  (αφαίρεση), το αποτέλεσμα είναι προφανώς αρνητικός αριθμός και απεικονίζονται στην έξοδο  $S$  σε μορφή προσημασμένου συμπληρώματος ως προς 2. Για περισσότερες πληροφορίες μπορείτε να ανατρέξετε στη βιβλιογραφία.

| $X = 0010_2 = 2_{10}$ |        |        | $C_{in} = 0$ |          |      |  | $C_{in} = 1$ |          |      |
|-----------------------|--------|--------|--------------|----------|------|--|--------------|----------|------|
| AM                    | DEC(Y) | BIN(Y) | DEC(X+Y)     | BIN(X+Y) | Cout |  | DEC(X-Y)     | BIN(X-Y) | Cout |
| xxxx0                 | 3      | 0011   | 5            | 0101     | 0    |  | -3           | 1101     | 0    |
| xxxx1                 | 4      | 0100   | 6            | 0110     | 0    |  | -4           | 1100     | 0    |
| xxxx2                 | 5      | 0101   | 7            | 0111     | 0    |  | -5           | 1011     | 0    |
| xxxx3                 | 6      | 0110   | 8            | 1000     | 0    |  | -6           | 1010     | 0    |
| xxxx4                 | 7      | 0111   | 9            | 1001     | 0    |  | -7           | 1001     | 0    |
| xxxx5                 | 8      | 1000   | 10           | 1010     | 0    |  | -8           | 1000     | 0    |
| xxxx6                 | 9      | 1001   | 11           | 1011     | 0    |  | -9           | 0111     | 0    |
| xxxx7                 | 10     | 1010   | 12           | 1100     | 0    |  | -10          | 0110     | 0    |
| xxxx8                 | 11     | 1011   | 13           | 1101     | 0    |  | -11          | 0101     | 0    |
| xxxx9                 | 12     | 1100   | 14           | 1110     | 0    |  | -12          | 0100     | 0    |

### Θέμα 3<sup>ο</sup> (μον. 2,0) Διάρκεια: 15 λεπτά

Δίνεται αποκωδικοποιητής (DECODER) 4-σε-16, με εισόδους  $x_3, x_2, x_1, x_0$  και εξόδους  $y_0, y_1, y_2, \dots, y_{15}$ , καθώς και μια πύλη OR πέντε (5) εισόδων.

Η πύλη OR δέχεται στις πέντε εισόδους της τις εξόδους  $y_i$  του αποκωδικοποιητή με δείκτη  $i$  ίσο με το κάθε ένα ψηφίο του πενταψήφιου αριθμού μητρώου (ΑΜ) σας και παράγει στην έξοδό της,  $F$ , το λογικό άθροισμα αυτών.



#### Ερώτηση 1 (μον. 1,0):

Να προσδιοριστεί η λογική συνάρτηση  $F(x_3, x_2, x_1, x_0)$  της εξόδου της πύλης OR στη μορφή αθροίσματος ελαχιστόρων εκφρασμένων ως συνάρτηση των εισόδων του αποκωδικοποιητή  $x_3, x_2, x_1, x_0$  ή/και των συμπληρωμάτων τους.

Στην απάντησή σας να πληκτρολογήσετε:

AM = ....

F = .....

#### Ερώτηση 2 (μον. 1,0):

Να προσδιοριστεί η λογική συνάρτηση  $F(x_3, x_2, x_1, x_0)$  της εξόδου της πύλης OR στη μορφή που απαιτεί για την υλοποίησή της τον ελάχιστο δυνατό αριθμό βασικών μόνο λογικών πυλών.

Στην απάντησή σας να πληκτρολογήσετε:

AM = ....

F = .....

### Απαντήσεις:

#### Ερώτηση 1:

*Κάθε μία έξοδος του αποκωδικοποιητή παράγει και έναν διακριτό ελαχιστόρο των μεταβλητών εισόδου του. Επομένως, η έξοδος  $F$  της πύλης OR θα είναι το λογικό άθροισμα κάποιων συγκεκριμένων ελαχιστόρων, ανάλογα με τα ψηφία του αριθμού μητρώου σας.*

Η λογική συνάρτηση  $F(x_3, x_2, x_1, x_0)$  είναι διαφορετική για κάθε φοιτητή, αφού κάθε φοιτητής έχει διαφορετικό αριθμό μητρώου (ΑΜ). Ενδεικτικά, το θέμα θα επιλυθεί για τον αριθμό μητρώου  $A = 16260$ .

$$\begin{aligned} F(x_3, x_2, x_1, x_0) &= m_1 + m_6 + m_2 + m_6 + m_0 = m_0 + m_1 + m_2 + m_6 = \\ &= x_3'x_2'x_1'x_0' + x_3'x_2'x_1'x_0 + x_3'x_2'x_1x_0' + x_3'x_2x_1x_0' \end{aligned}$$

#### Ερώτηση 2:

Για τον προσδιορισμό της μορφής της συνάρτησης  $F$  που απαιτεί για την υλοποίησή της τον ελάχιστο δυνατό αριθμό βασικών μόνο λογικών πυλών πρέπει να γίνει απλοποίηση της λογικής συνάρτησης  $F$  (κατά προτίμηση με χάρτη Karnaugh). Για το παράδειγμα που εξετάζεται θα είναι:

$$F(x_3, x_2, x_1, x_0) = x_3'x_2'x_1' + x_3'x_1x_0'$$

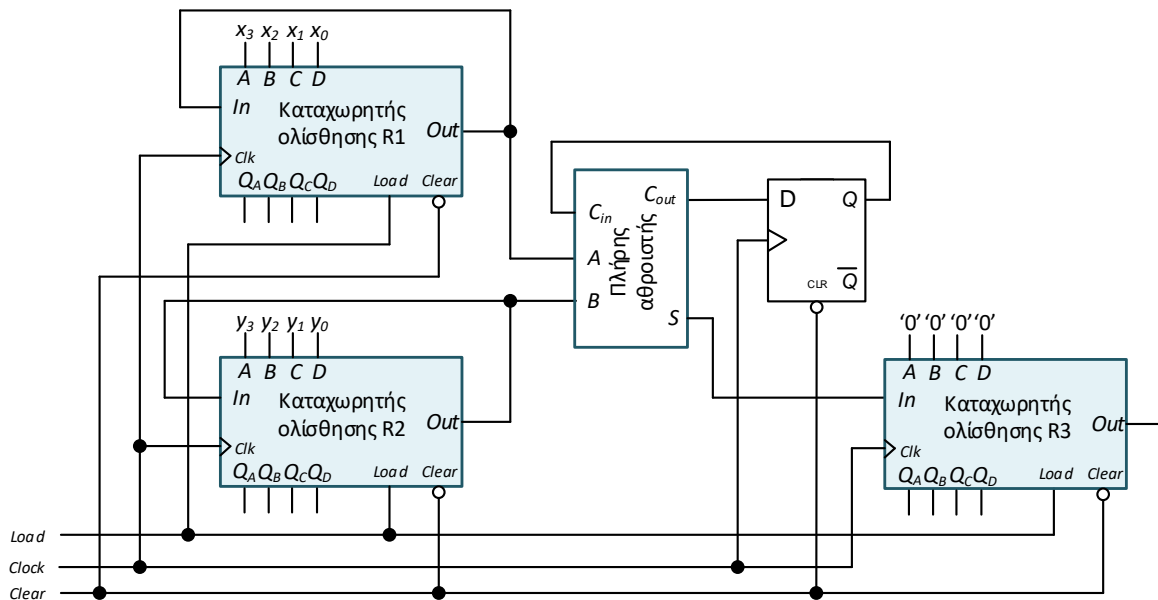
#### Θέμα 4<sup>ο</sup> (μον. 4,0) Διάρκεια: 30 λεπτά

Στο παρακάτω σχήμα παρουσιάζεται το λογικό διάγραμμα σύγχρονου ακολουθιακού κυκλώματος ενός σειριακού αθροιστή. Περιλαμβάνει τρεις (3) καταχωρητές δεξιάς ολίσθησης των 4 bits (R1, R2 και R3) με δυνατότητα παράλληλης εισόδου/φόρτωσης (A, B, C, D) και παράλληλης εξόδου ( $Q_A$ ,  $Q_B$ ,  $Q_C$ ,  $Q_D$ ) δεδομένων, καθώς και ένα D flip-flop και έναν πλήρη αθροιστή. Όλα τα ακολουθιακά στοιχεία του κυκλώματος (καταχωρητές και D flip-flop) έχουν θετική ακμοπυροδότηση (ενεργοποίηση στην ανερχόμενη ακμή του παλμού του ρολογιού).

Το κύκλωμα προσθέτει σειριακά τα ζεύγη των bits,  $x_i$  και  $y_i$ , των δύο αριθμών,  $X = x_3x_2x_1x_0$  και  $Y = y_3y_2y_1y_0$ , οι οποίοι είναι καταχωρημένοι στους δύο καταχωρητές ολίσθησης, R1 και R2, αντίστοιχα. Το αποτέλεσμα της πρόσθεσης καταχωρείται σειριακά στον καταχωρητή ολίσθησης R3.

Αρχικά ενεργοποιείται στιγμιαία με κατάλληλο σήμα η είσοδος Clear του κυκλώματος και μηδενίζονται οι τρεις καταχωρητές και το flip-flop. Ακολούθως ενεργοποιείται κατάλληλα η είσοδος Load του κυκλώματος και φορτώνονται στους καταχωρητές R1, R2 και R3, οι αριθμοί  $X = x_3x_2x_1x_0$ ,  $Y = y_3y_2y_1y_0$  και  $Z = 0000$  αντίστοιχα, και στη συνέχεια απενεργοποιείται η είσοδος Load, ώστε να μην επιτρέπεται πλέον η παράλληλη φόρτωση δεδομένων στους καταχωρητές.

Στον αμέσως επόμενο **πρώτο** παλμό (στην ανερχόμενη ακμή) του ρολογιού (Clock), τα ελάχιστα σημαντικά ψηφία ( $x_0$  και  $y_0$ ) των αριθμών X και Y τροφοδοτούν τις εξόδους των καταχωρητών R1 και R2, αντίστοιχα, και αυτά μεταφέρονται στις εισόδους, A και B, του πλήρους αθροιστή, όπου και προσθέτονται.



#### Ερώτηση 1 (μον. 3,0):

Δίνεται ότι:

$$Y = y_3y_2y_1y_0 = 0011_2, \text{ και}$$

$X = x_3x_2x_1x_0$  είναι ίσο με το τελευταίο (ελάχιστο σημαντικό) ψηφίο του πενταψήφιου αριθμού μητρώου σας (AM) προσαυξημένο κατά τρεις (3) μονάδες, εκφρασμένο στο

δυναδικό αριθμητικό σύστημα με τέσσερα (4) δυαδικά ψηφία. Για παράδειγμα, εάν  $AM = 12340$ , τότε  $X_{10} = 0_{10} + 3_{10} = 3_{10}$  και, εάν  $AM = 12349$ , τότε  $X_{10} = 9_{10} + 3_{10} = 12_{10}$ .

**Να προσδιορίσετε στο δυαδικό αριθμητικό σύστημα (με τέσσερα (4) δυαδικά ψηφία, που αντιστοιχούν στις εξόδους  $Q_A Q_B Q_C Q_D$  των καταχωρητών) και στο δεκαδικό αριθμητικό σύστημα, το περιεχόμενο των καταχωρητών R1, R2 και R3 αμέσως μετά την ανερχόμενη ακμή του τέταρτου παλμού του ρολογιού.**

Στην απάντησή σας να πληκτρολογήσετε:

AM = ....

X = ....

(R1)<sub>2</sub> = ....., (R1)<sub>10</sub> = .....

(R2)<sub>2</sub> = ....., (R2)<sub>10</sub> = .....

(R3)<sub>2</sub> = ....., (R3)<sub>10</sub> = .....

**Ερώτηση 2** (μον. 1,0):

**Ποιες είναι οι κατάλληλες τιμές ενεργοποίησης των εισόδων Clear και Load αντίστοιχα;**

Στην απάντησή σας να πληκτρολογήσετε:

Clear = ....

Load = ....

**Απαντήσεις:**

| AM    | DEC | BIN  | DEC(X+Y) | BIN(X+Y) | R1   | R2   | R3   |
|-------|-----|------|----------|----------|------|------|------|
| xxxx0 | 3   | 0011 | 6        | 0110     | 0011 | 0011 | 1100 |
| xxxx1 | 4   | 0100 | 7        | 0111     | 0100 | 0011 | 1110 |
| xxxx2 | 5   | 0101 | 8        | 1000     | 0101 | 0011 | 0000 |
| xxxx3 | 6   | 0110 | 9        | 1001     | 0110 | 0011 | 0010 |
| xxxx4 | 7   | 0111 | 10       | 1010     | 0111 | 0011 | 0100 |
| xxxx5 | 8   | 1000 | 11       | 1011     | 1000 | 0011 | 0110 |
| xxxx6 | 9   | 1001 | 12       | 1100     | 1001 | 0011 | 1000 |
| xxxx7 | 10  | 1010 | 13       | 1101     | 1010 | 0011 | 1010 |
| xxxx8 | 11  | 1011 | 14       | 1110     | 1011 | 0011 | 1100 |
| xxxx9 | 12  | 1100 | 15       | 1111     | 1100 | 0011 | 1110 |

*Σημείωση: Η (σειριακή) καταχώρηση του αποτελέσματος της άθροισης BIN(X+Y) στον καταχωρητή R3 καθυστερεί ένα παλμό του ρολογιού. Δηλαδή, το τελικό αποτέλεσμα της άθροισης θα έχει καταχωριστεί στον R3 αμέσως μετά το ανερχόμενο μέτωπο του 5<sup>ου</sup> παλμού του ρολογιού.*