

Θεωρία Οικονομικής Ανάπτυξης και Μεγέθυνσης

Διάλεξη 3

Κωνσταντίνος Δελλής
kdellis@uop.gr

Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου

30 Απριλίου 2020

Ζητούμενα I

- 1 Αξιολόγηση Υποδείγματος Solow
 - Σταθερά Μέρη των Συντελεστών
 - Η Λογιστική της Μεγέθυνσης
 - Σύνοψη
- 2 Το Γραμμικό Υπόδειγμα Μεγέθυνσης
 - Υπόδειγμα AK
- 3 Νεοκλασικό Υπόδειγμα με Τεχνολογική Πρόοδο
 - Παρουσίαση
 - Ανάλυση και Ισορροπία
- 4 Συμπληρωματικό Υλικό
 - Εναλλακτικές Συναρτήσεις Παραγωγής
 - Αποδείξεις

Τα Μερίδια Εργασίας και Κεφαλαίου I

- Χρησιμοποιώντας μια Συνάρτηση Cobb-Douglas μπορούμε να Υπολογίσουμε τα Μερίδια Εργασίας και Κεφαλαίου στο Συνολικό Εισόδημα
- Βασική Προυπόθεση αποτελεί η **Πλήρως Ανταγωνιστική Λειτουργία** των Αγορών Προϊόντος και Παραγωγικών Συντελεστών
- Τότε θα ισχύει:

$$MPL = w \quad (1)$$

$$MPK = r \quad (2)$$

όπου w, r οι Αμοιβές της Εργασίας και του Κεφαλαίου αντίστοιχα

Απόδειξη

Τα Μέρηδια Εργασίας και Κεφαλαίου II

- Με δεδομένη τη Συνάρτηση Παραγωγής $Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$ ισχύει :

$$MPK = \frac{\partial F}{\partial K} = \alpha AK^{\alpha-1} L^{1-\alpha} = r \quad (3)$$

$$MPL = \frac{\partial F}{\partial L} = (1 - \alpha)AK^\alpha L^{-\alpha} = w \quad (4)$$

- Τα Μέρηδια του κάθε Συντελεστή στο Συνολικό Προϊόν ορίζονται:

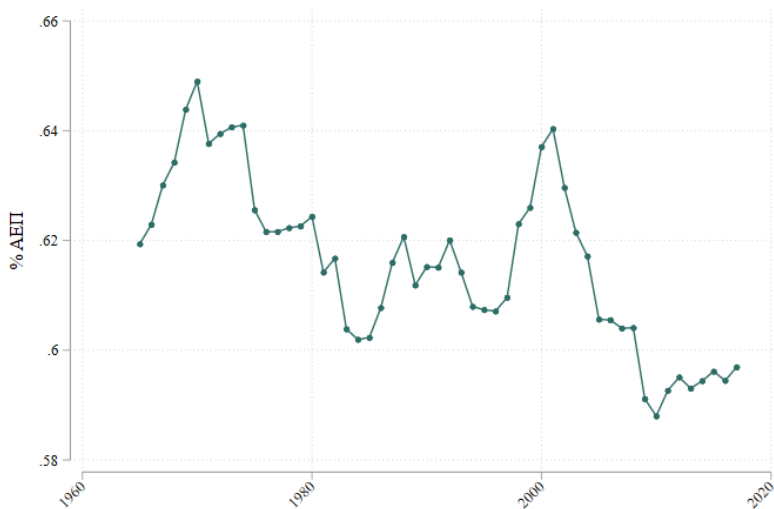
$$s_K = \frac{rK}{Y} = \frac{KMPK}{Y} = \alpha \quad (5)$$

$$s_L = \frac{wL}{Y} = \frac{LMPL}{Y} = 1 - \alpha \quad (6)$$

Τα Μερίδια Εργασίας και Κεφαλαίου III

- Παρατηρούμε πως τα Μερίδια Κεφαλαίου και Εργασίας παραμένουν Σταθερά όπως αναφέρουν τα *Στοιχεία του Kaldor*
- **Διαχρονικά** αποδεικνύεται πως στις Ανεπτυγμένες Οικονομίες τα Μερίδια Κεφαλαίου και Εργασίας κυμαίνονταν πολύ κοντά στο $\frac{1}{3}$ και $\frac{2}{3}$ αντίστοιχα
- Μετα το 2000 υπάρχει μια Τάση για \downarrow του Μεριδίου Εργασίας
The Decline of the Labour Share
- Ως Κύρια Αίτια για τη \downarrow στις Ανεπτυγμένες Οικονομίες παρουσιάζονται η **Αυτοματοποίηση** και το **Διεθνές Εμπόριο**

Μερίδιο Εργασίας στο ΑΕΠ - ΗΠΑ



Η Λογιστική της Μεγέθυνσης

- Με βάση τη Συνάρτηση Cobb-Douglas Υπολογίζουμε τη Συνεισφορά του κάθε Συντελεστή στη Μεταβολή του Συνολικού Προϊόντος

$$Y = AK^\alpha L^{1-\alpha}$$

$$\frac{\dot{Y}}{Y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha \frac{\dot{K}}{K} + (1 - \alpha) \frac{\dot{L}}{L}$$

$$g_Y = g_A + \alpha g_K + (1 - \alpha) g_L$$

- Με δεδομένο ότι τα Μερίδια Κεφαλαίου και Εργασίας είναι Γνωστά μπορούμε να αντικαταστήσουμε τα g_Y, g_K, g_L και να Υπολογίσουμε το g_A
- Ο Solow στις Αρχικές του Μελέτες υπολόγισε το g_A στο 81% !

Το Κατάλοιπο του Solow I

- Η Ποσότητα $\frac{\dot{A}}{A}$ εκφράζει τον **Εξωγενή Ρυθμό Αύξησης της Τεχνολογίας**
- Εκφράζει την Αύξηση στο Συνολικό Προϊόν που *Δεν Εξηγείται* από τη Συσσώρευση των Συντελεστών Παραγωγής για αυτό ονομάζεται **Κατάλοιπο Solow - Solow Residual**
- Η Σημασία του φαίνεται και από τη Συνάρτηση του κκ Προϊόντος

$$y = Ak^\alpha$$

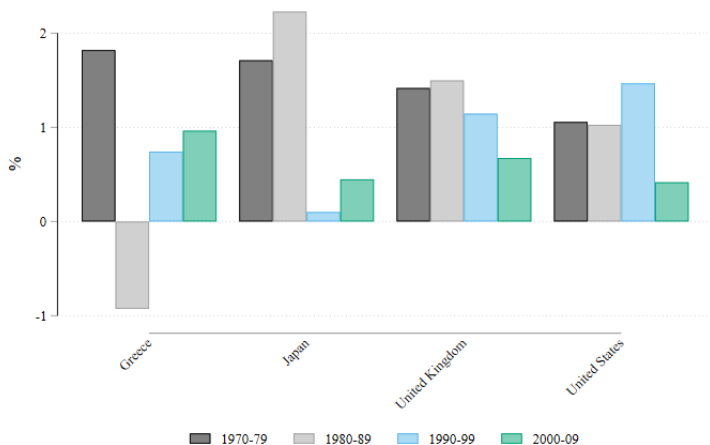
$$\frac{\dot{y}}{y} = \frac{\dot{A}}{A} + \alpha \frac{\dot{k}}{k}$$

$$\frac{\dot{A}}{A} = \frac{\dot{y}}{y} - \alpha \frac{\dot{k}}{k}$$

Το Κατάλοιπο του Solow II

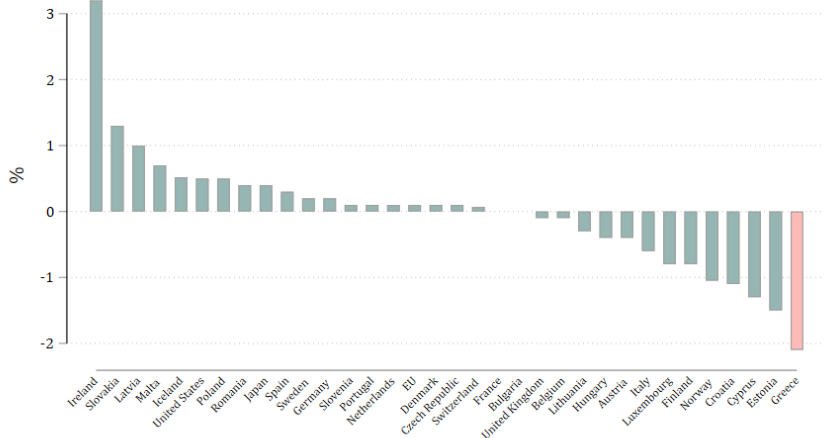
- Ο Ρυθμός Αύξησης του κκ Προϊόντος που *Δεν Οφείλεται* στη Συσσώρευση Κεφαλαίου ανά Εργαζόμενο αποτελεί τη **Συνολική Παραγωγικότητα - Total Factor Productivity (TFP)**
- Ο Ρυθμός Αύξησης της Παραγωγικότητας εξηγεί το **Μεγαλύτερο** μέρος της Οικονομικής Μεγέθυνσης σε όλες τις Χώρες και αποτελεί Βασικό Στόχο της *Οικονομικής Πολιτικής*
- Στο *Νεοκλασικό Υπόδειγμα* θεωρείται **Εξωγενής** Μεταβλητή

Ρυθμός Αύξησης Παραγωγικότητας



Παραγωγικότητα στα Χρόνια της Κρίσης

TFP Growth
2007-2016



Source: European Commission

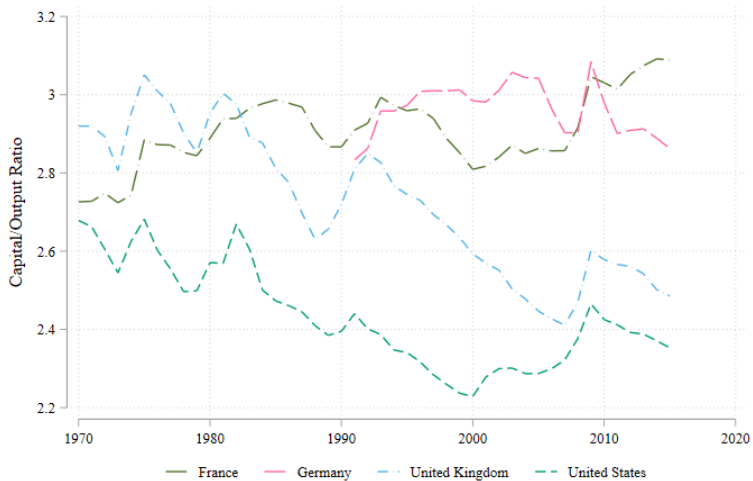
Συμπεράσματα I

- Το Απλό Νεοκλασικό Υπόδειγμα ποσοτικοποιεί τη Διαδικασία της Οικονομικής Μεγέθυνσης
- Βασίζεται σε **Αυστηρές και Δεσμευτικές** Υποθέσεις
- **Εξηγεί** τη Μακροχρόνια Εμπειρική Τάση του λόγου Κεφαλαίου-Προϊόντος $\frac{K}{Y}$ να παραμένει Σταθερός
- **Εξηγεί** το Εμπειρικό Γεγονός ότι τα Μέρηδια των Συντελεστών παραμένουν διαχρονικά Σταθερά
- **Εξηγεί** το Εμπειρικό Γεγονός ότι η Απόδοση του Κεφαλαίου παραμένει διαχρονικά Σταθερή (καθώς ισούται με το ΜΡΚ)

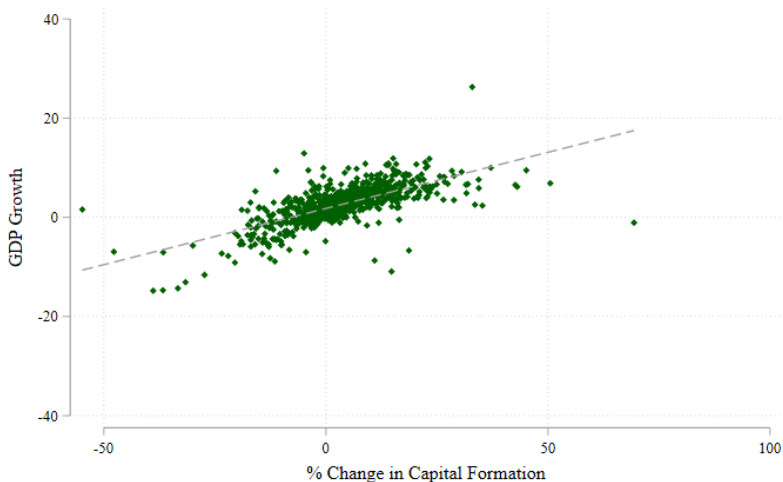
Συμπεράσματα II

- **Δεν Εξηγεί** την Τάση του $\frac{K}{L}$ να **Αυξάνει** διαχρονικά καθώς στη Σταθερή Κατάσταση ισχύει ότι $\frac{\dot{k}}{k} = 0$
- Η Σταθερή Κατάσταση και η Σύγκλιση προς αυτή εξαρτώνται αποκλειστικά από τα **Εξωγενή** Χαρακτηριστικά
- Το Κυριότερο Συμπέρασμα είναι πως το Απλό Νεοκλασικό Υπόδειγμα **Δεν Προβλέπει Μακροχρόνια Οικονομική Μεγέθυνση** κάτι που Αντικρούεται από το Εμπειρικά Δεδομένα
- Η Ύπαρξη Οικονομικής Μεγέθυνσης προβλέπεται από το Νεοκλασικό Υπόδειγμα με την Προσθήκη της **Τεχνολογικής Προόδου**

Λόγος Κεφαλαίου-Προϊόντος Διαχρονικά



Σχηματισμός Παγίου Κεφαλαίου και ΑΕΠ



Source: OECD

Η Σημασία των Υποθέσεων

- Το Απλό Νεοκλασικό Υπόδειγμα προβλέπει Σταθερή Κατάσταση και Σύγκλιση λόγω των **Φθινουσών Οριακών Αποδόσεων**

$$\frac{\partial MPK_t}{\partial K} < 0$$

$$\frac{\partial MPL_t}{\partial L} < 0$$

- Η Ιδιότητα του Μέσου Προϊόντος

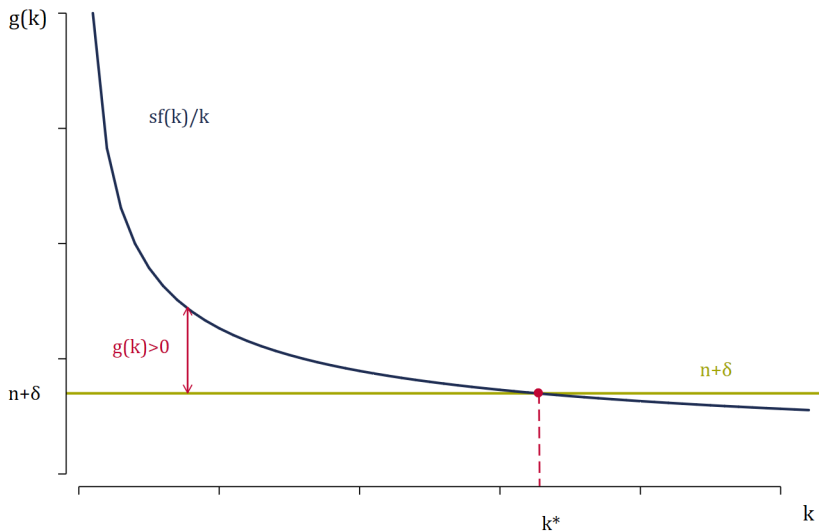
$$\lim_{K \rightarrow \infty} (APK) = 0$$

εξασφαλίζει ότι η Σχέση

$$\frac{sf(k_t)}{k_t} = n + \delta$$

έχει Λύση για Πεπερασμένο k

Σταθερή Κατάσταση



Το Υπόδειγμα ΑΚ

- Μια Γραμμική Συνάρτηση Παραγωγής ως προς το Κεφάλαιο οδηγεί σε *Διαφορετικά Συμπεράσματα*
- Η Συνάρτηση ΑΚ (όπως είναι γνωστή στη βιβλιογραφία) Χαρακτηρίζεται από **Σταθερό Οριακό Προϊόν**

$$Y_t = AK_t \quad (7)$$

$$y_t = Ak_t \quad (8)$$

$$MPK = APK = A$$

$$f'(k) = A$$

Ισορροπία στο Υπόδειγμα ΑΚ

- Η Βασική Διαφορική Εξίσωση του Υποδείγματος είναι:

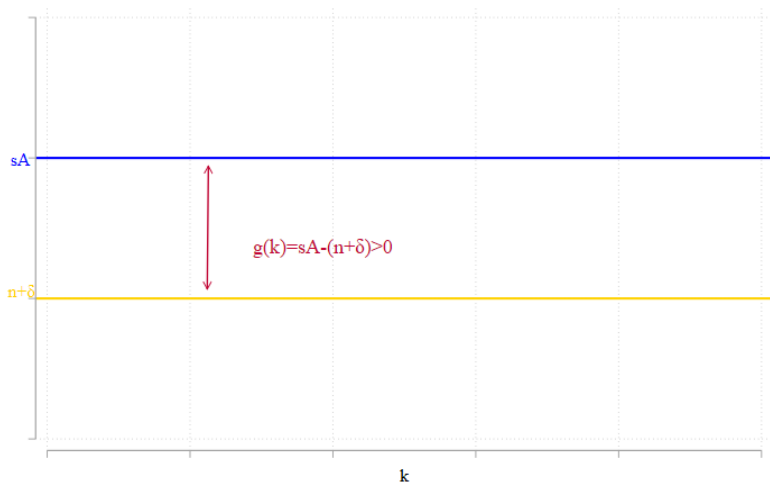
$$\begin{aligned}\dot{k} &= sf(k_t) - (n + \delta k_t) \\ \dot{k} &= sAk_t - (n + \delta k_t)\end{aligned}$$

- Ο Ρυθμός Μεγέθυνσης του Κεφαλαίου ανά Εργαζόμενο είναι:

$$\frac{\dot{k}}{k_t} = sA - (n + \delta) \quad (9)$$

- Η (9) δείχνει πως αν $sA > n + \delta$ Ο Ρυθμός Μεγέθυνσης του k άρα και του y είναι **Σταθερός και Θετικός**

Δυναμική Ανάλυση στο Υπόδειγμα ΑΚ



Η Προσθήκη της Τεχνολογικής Πρόοδου I

- Το Επόμενο Βήμα στο Νεοκλασικό Υπόδειγμα είναι να Εισάγουμε την Τεχνολογική Πρόοδο η οποία ορίζεται ως

$$g = \frac{\dot{A}}{A_t} > 0 \quad (10)$$

- Η Εμπειρία της Συνεχούς Οικονομικής Μεγέθυνσης των περισσότερων Οικονομιών καθιστά την Εισαγωγή της *Απαραίτητη* για τη Συμφιλίωση του Υποεδίγματος με τα Εμπειρικά Δεδομένα
- Κοινή Πεποίθηση μεταξύ των μελετητών ότι η **Τεχνολογική Αλλαγή** εξηγεί καλύτερα τη Διαδικασία της Οικονομικής Μεγέθυνσης από τη Βιομηχανική Επανάσταση μέχρι και Σήμερα

Η Προσθήκη της Τεχνολογικής Πρόοδου II

- Στο Νεοκλασικό Υπόδειγμα Είναι **Εξωγενής** υπό την Έννοια ότι οι *Αποφάσεις των Οικονομικών Φορέων δεν μπορούν να την επηρεάσουν*
- Η παραπάνω Υπόθεση είναι *Απλουστευτική* και αναιρείται στα πιο προσφατά και πιο ολοκληρωμένα Υποδείγματα *Ενδογενούς Μεγέθυνσης*
- Στην Πραγματικότητα οι Βελτιώσεις στην Τεχνολογία ως επί το πλείστον αποτελούν Προϊόν **Συντονισμένης και Εσκεμμένης Προσπάθειας** των Οικονομιών μέσω εργασιών **Έρευνας και Ανάπτυξης (E&A)** που υλοποιούνται σε
 - Πανεπιστήμια και Ερευνητικά Ιδρύματα
 - Ιδιωτικές Επιχειρήσεις
 - Δημόσιους Ερευνητικούς Φορείς (Εργαστήρια)

Είδη Τεχνολογικής Προόδου I

- Ο τρόπος με τον οποίο εισάγεται η Τεχνολογία στο Υπόδειγμα είναι σημαντικός
 - ① Ουδέτερη Τεχνολογική Πρόοδος κατά Hicks (Hicks-Neutral) συντελείται όταν ο Οριακός Λόγος Τεχνικής Υποκατάστασης $MRTS = \frac{MPL}{MPK}$ παραμένει Σταθερός για δεδομένο λόγο Κεφαλαίου-Εργασίας και έχει τη μορφή

$$Y = A_t F(K_t, L_t)$$

Είδη Τεχνολογικής Πρόοδου II

- 2 Ουδέτερη Τεχνολογική Πρόοδος κατά Harrod (Harrod-Neutral) συντελείται όταν ο λόγος των Μεριδίων Κεφαλαίου και Εργασίας στο Προϊόν παραμένει Σταθερός για δεδομένο λόγο Κεφαλαίου-Προϊόντος και έχει τη μορφή

$$Y = F(K_t, A_t L_t)$$

Ορίζεται ως Τεχνολογική Πρόοδος Εξοικονόμησης Εργασίας (Labour Augmenting Technology) και εισάγεται ως *Πολλαπλασιαστικός Όρος της Ποσότητας Εργασίας*

Είδη Τεχνολογικής Πρόοδου III

- 3 Ουδέτερη Τεχνολογική Πρόοδος κατά Solow (Solow-Neutral) συντελείται όταν ο λόγος των Μεριδίων Κεφαλαίου και Εργασίας στο Προϊόν παραμένει Σταθερός για δεδομένο λόγο Εργασίας-Προϊόντος και έχει τη μορφή

$$Y = F(A_t K_t, L_t)$$

Ορίζεται ως Τεχνολογική Πρόοδος Εξοικονόμησης Κεφαλαίου (Capital Augmenting Technology) και εισάγεται ως *Πολλαπλασιαστικός Όρος της Ποσότητας Κεφαλαίου*

Το Υπόδειγμα με Τεχνολογική Πρόοδο I

- Θεωρούμε ότι η Τεχνολογική Πρόοδος **Εξοικονομεί Εργασία** (Labour Augmenting Technology)

$$Y_t = F(K_t, A_t L_t) \quad (11)$$

- Ο Όρος $A_t L_t$ ορίζει την Εργασία σε **Αποτελεσματικές Μονάδες** καθώς το A είναι ένας δείκτης Αποτελεσματικότητας (Παραγωγικότητας) της Εργασίας
- Ολη η Ανάλυση του Υποδείγματος γίνεται σε όρους *Αποτελεσματικής Εργασίας*

Το Υπόδειγμα με Τεχνολογική Πρόοδο II

- Η Συνάρτηση Παραγωγής παρουσιάζει Σταθερές Αποδόσεις Κλίμακας και μπορεί να εκφραστεί σε όρους Αποτελεσματικής Εργασίας ως:

$$\frac{1}{A_t L_t} Y = F\left(\frac{K_t}{A_t L_t}, 1\right) \rightarrow \tilde{y}_t = f(\tilde{k}_t) \quad (12)$$

- Όπου $\frac{K_t}{A_t L_t} = \tilde{k}_t$ το **Κεφάλαιο ανά Αποτελεσματικό Εργαζόμενο** και $\frac{Y_t}{A_t L_t} = \tilde{y}_t$ το **Προϊόν ανά Αποτελεσματικό Εργαζόμενο**

Το Υπόδειγμα με Τεχνολογική Πρόοδο III

- Ισχύει ότι:

$$k_t = A_t \tilde{k}_t$$

$$K_t = A_t L_t \tilde{k}_t$$

$$y_t = A_t \tilde{y}_t$$

$$Y_t = A_t L_t \tilde{y}_t$$

Το Υπόδειγμα με Τεχνολογική Πρόοδο IV

- Για Παράδειγμα η Συνάρτηση Cobb-Douglas

$$F(K, AL) = K^\alpha AL^{1-\alpha}$$

Παρουσιάζει Σταθερές Αποδόσεις Κλίμακας ως προς το Κεφάλαιο και την Αποτελεσματική Εργασία:

$$\begin{aligned} F(\lambda K, \lambda AL) &= (\lambda K)^\alpha (\lambda AL)^{1-\alpha} = \\ &= \lambda^\alpha \lambda^{1-\alpha} K^\alpha AL^{1-\alpha} = \lambda F(K, AL) \end{aligned}$$

- Η Συνάρτηση ανά Αποτελεσματική Μονάδα Εργασίας είναι:

$$\begin{aligned} \frac{1}{AL} F(K, AL) &= \frac{1}{AL} K^\alpha AL^{1-\alpha} \\ \frac{1}{AL} F(K, AL) &= \frac{K^\alpha}{AL} \\ \tilde{y} &= \tilde{k}^\alpha \end{aligned}$$

Δυναμική Ανάλυση με Τεχνολογική Πρόοδο I

- Οι Βασικές Εξισώσεις και ο Νόμος Κίνησης του Κεφαλαίου παραμένουν ίδιοι με το Απλό Νεοκλασικό Υπόδειγμα:

$$\dot{K}_t = I_t - \delta K_t$$

$$\dot{K}_t = sY_t - \delta K_t$$

- Σκοπός μας είναι να Προσδιορίσουμε το Ρυθμό Συσώρευσης Κεφαλαίου ανά *Αποτελεσματική Εργασία* $\dot{\tilde{k}}_t$
- Ισχύει ότι:

$$\dot{\tilde{k}}_t = \left(\frac{\dot{K}_t}{A_t L_t} \right)$$

Δυναμική Ανάλυση με Τεχνολογική Πρόοδο II

- Παραγωγίζοντας ως προς το Χρόνο έχουμε:

$$\begin{aligned}\frac{\dot{K}_t}{A_t L_t} &= \frac{\dot{K} A_t L_t - K_t (\dot{A} L_t + \dot{L} A_t)}{(A_t L_t)^2} \\ \frac{\dot{K}_t}{A_t L_t} &= \frac{\dot{K}}{A_t L_t} - \frac{K_t}{A_t L_t} \frac{\dot{A}}{A_t} - \frac{K_t}{A_t L_t} \frac{\dot{L}}{L_t} \\ \dot{\tilde{k}}_t &= \frac{s Y_t - \delta K_t}{A_t L_t} - \frac{K_t}{A_t L_t} g - \frac{K_t}{A_t L_t} n \\ \dot{\tilde{k}}_t &= sf(\tilde{k}_t) - \delta \tilde{k}_t - g \tilde{k}_t - n \tilde{k}_t \\ \dot{\tilde{k}}_t &= sf(\tilde{k}_t) - (n + g + \delta) \tilde{k}_t\end{aligned}\tag{13}$$

Ισοροπία I

- Στη Σταθερή Κατάσταση το Κεφάλαιο ανά Αποτελεσματική εργασία Παραμένει Σταθερό $\dot{\tilde{k}}_t = 0$
- Από τη Σχέση (13) αυτό συνεπάγεται

$$sf(\tilde{k}_t) = (n + g + \delta)\tilde{k}_t \quad (14)$$

- Στην Ισοροπία όλα τα Μεγέθη ανά Αποτελεσματική Εργασία Παραμένουν Σταθερά

$$\frac{\dot{\tilde{k}}_t}{\tilde{k}_t} = \frac{\dot{\tilde{y}}_t}{\tilde{y}_t} = 0 \quad (15)$$

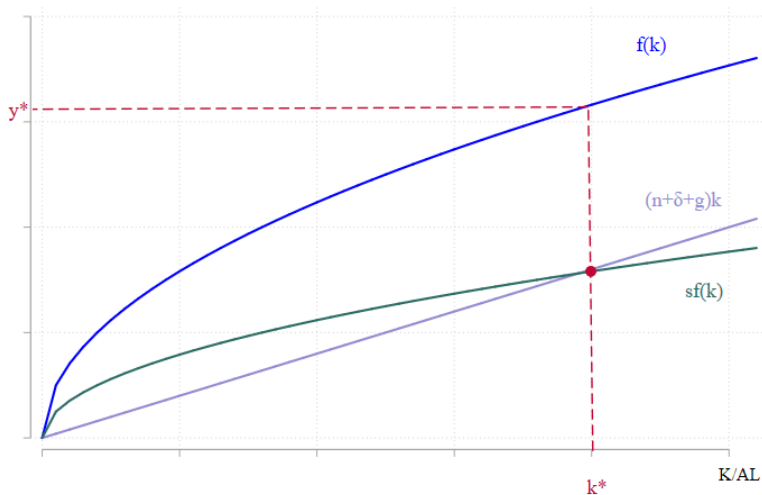
Ισορροπία II

- Τα Μεγέθη ανά Εργαζόμενο Μεγεθύνονται με το **Ρυθμό Αύξησης της Παραγωγικότητας**

$$\frac{\dot{k}_t}{k_t} = \frac{\dot{y}_t}{y_t} = g \quad (16)$$

- Η (16) δείχνει πως μέσω της Τεχνολογικής Πρόοδου επιτυγχάνεται **Μακροχρόνια Οικονομική Μεγέθυνση**
- Οι Επιδράσεις των μεταβολών των Εξωγενών Μεγεθών n, δ, s στην Ισορροπία είναι όμοιες με το Απλό Υπόδειγμα

Ισορροπία στο Υπόδειγμα με Τεχνολογική Πρόοδο



Παράδειγμα

- Για τη Συνάρτηση Cobb-Douglas:

$$\tilde{y} = \tilde{k}^\alpha$$

- Στην Ισορροπία ισχύει:

$$sf(\tilde{k}_t) = (n + g + \delta)\tilde{k}_t$$

$$s\tilde{k}^\alpha = (n + g + \delta)\tilde{k}_t$$

$$\tilde{k}^{1-\alpha} = \frac{s}{n + g + \delta}$$

$$\tilde{k} = \frac{s}{n + g + \delta}^{\frac{1}{1-\alpha}}$$

$$\tilde{y} = \frac{s}{n + g + \delta}^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

Συνεισφορά της Παραγωγικότητας

	1913-1950		1950-1973		1973-1984	
	ΑΕΠ	Παραγωγικότητα	ΑΕΠ	Παραγωγικότητα	ΑΕΠ	Παραγωγικότητα
Γαλλία	1,2	1,42	5,1	4,02	2,2	1,84
Γερμανία	1,3	0,86	5,9	4,32	1,7	1,55
Ιαπωνία	2,2	1,1	9,4	5,79	3,8	1,21
Ολλανδία	2,4	1,25	4,7	3,35	1,6	0,81
Μ. Βρετανία	1,3	1,15	3,00	2,14	1,1	1,22
ΗΠΑ	2,8	1,99	3,7	1,85	2,3	0,52
Μέσος Όρος	1,87	1,3	5,3	3,58	2,12	1,19

Συνάρτηση Παραγωγής CES I

- Θεωρούμε τη Συνάρτηση Παραγωγής CES

$$Y = A(\alpha K^\rho + \beta L^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$$

$$\rho < 1$$

- Ελέγχουμε ότι παρουσιάζει Σταθερές Αποδόσεις Κλίμακας

$$Y(\lambda K, \lambda L) = A(\alpha(\lambda K)^\rho + \beta(\lambda L)^\rho)^{\frac{1}{\rho}}$$

$$Y(\lambda K, \lambda L) = A[\lambda^\rho(\alpha K^\rho + \beta L^\rho)]^{\frac{1}{\rho}}$$

$$Y(\lambda K, \lambda L) = \lambda A[(\alpha K^\rho + \beta L^\rho)]^{\frac{1}{\rho}}$$

Συνάρτηση Παραγωγής CES II

- Συνάρτηση Προϊόντος ανά εργαζόμενο

$$y = Y \frac{1}{L} = Y \left(\frac{1}{L^\rho} \right)^{\frac{1}{\rho}}$$

$$y = A(\alpha K^\rho + \beta L^\rho)^{\frac{1}{\rho}} \left(\frac{1}{L^\rho} \right)^{\frac{1}{\rho}}$$

$$y = A\left(\alpha \left(\frac{K}{L}\right)^\rho + \beta\right)^{\frac{1}{\rho}}$$

$$y = A(\alpha k^\rho + \beta)^{\frac{1}{\rho}}$$

Συνάρτηση Παραγωγής CES III

- Μέσο και Οριακό Προϊόν του Κεφαλαίου

$$f'(k) = A \frac{1}{\rho} (\alpha k^\rho + \beta)^{\frac{1}{\rho}-1} \alpha \rho k^{\rho-1}$$

$$f'(k) = A \alpha (\alpha k^\rho + \beta)^{\frac{1-\rho}{\rho}} \frac{1}{k^{1-\rho}}$$

$$f'(k) = A \alpha (\alpha + \beta k^{-\rho})^{\frac{1-\rho}{\rho}}$$

$$\frac{f(k)}{k} = A (\alpha + \beta k^{-\rho})^{\frac{1}{\rho}}$$

- Οι Συναρτήσεις πληρούν τις Υποθέσεις του Νεοκλασικού Υποδείγματος

Συνάρτηση Παραγωγής CES IV

- Ρυθμός Μεγέθυνσης του Κεφαλαίου ανά Εργαζόμενο

$$g(k) = s \frac{f(k)}{k} - (n + \delta)$$

$$g(k) = sA(\alpha + \beta k^{-\rho})^{\frac{1}{\rho}}$$

- Ισχύει όμως ότι:

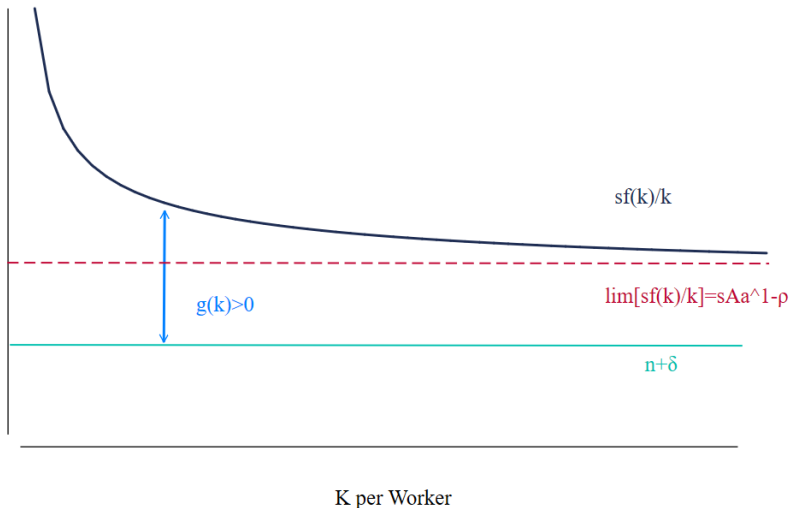
$$\lim_{k \rightarrow \infty} \frac{sf(k)}{k} = sA\alpha^{\frac{1}{\rho}} > 0$$

- Αν ισχύει ότι

$$sA\alpha^{\frac{1}{\rho}} > n + \delta$$

έχουμε *Μακροχρόνια Οικονομική Μεγεθυνση* καθώς $g(k) > 0$ για κάθε επίπεδο k

Ρυθμός Οικονομικής Μεγέθυνσης και Μη-Σύγκλιση



Μεγιστοποίηση Κέρδους

Επιστροφή

- Η Συνάρτηση Κέρδους της Αντιπροσωπευτικής Επιχείρησης

$$\Pi = PF(K, L) - wL - rK$$

- Θέτουμε $P = 1$ και Μεγιστοποιούμε ως προς τους Συντελεστές

$$\frac{\partial \Pi}{\partial L} = 0 \rightarrow \frac{\partial F}{\partial L} - w = 0 \rightarrow MPL = w$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial K} = 0 \rightarrow \frac{\partial F}{\partial K} - r = 0 \rightarrow MPL = r$$