

ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΚΟ ΕΚΠΑΙΔΕΥΤΙΚΟ ΙΔΡΥΜΑ(Τ.Ε.Ι.) ΔΥΤΙΚΗΣ ΕΛΛΑΔΑΣ
ΤΜΗΜΑ ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ ΚΑΙ ΥΔΑΤΙΝΩΝ ΠΟΡΩΝ
ΕΡΓΑΣΤΗΡΙΟ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ-ΥΛΙΚΩΝ-ΜΗΧΑΝΩΝ

ΤΡΙΒΟΛΟΓΙΑ

Δρ. ΝΙΚΟΛΑΟΣ Δ. ΜΠΑΤΣΟΥΛΑΣ
ΔΙΠΛ. ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΟΣ ΜΗΧΑΝΙΚΟΣ & ΠΤΥΧ. ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΟΣ
ΔΙΔΑΚΤΟΡΑΣ ΕΦΑΡΜΟΣΜΕΝΗΣ ΜΗΧΑΝΙΚΗΣ & ΜΗΧΑΝΟΛΟΓΙΑΣ

ΠΑΤΡΑ 2019

ΝΙΚΟΛΑΟΥ Δ. ΜΠΑΤΣΟΥΛΑ

ΤΡΙΒΟΛΟΓΙΑ

ΙΑΝΟΥΑΡΙΟΣ 2019

Α' ΕΚΔΟΣΗ 1995

Β' ΕΚΔΟΣΗ 2011

Copyright © 2019, Ν.Δ. Μπατσούλας. All rights reserved

Π Ε Ρ Ι Ε Χ Ο Μ Ε Ν Α

1.	ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΤΡΙΒΟΛΟΓΙΑ	1
1.1.	Ιστορική ανασκόπηση τριβής - φθοράς - λίπανσης	4
1.2.	Η επιστήμη της τριβολογίας	7
2.	ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ.....	9
2.1.	Στατιστική των επιφανειών	11
2.2.	Μετατόπιση και κύρτωση	13
2.3.	Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης	15
3.	ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΕΠΑΦΩΝ.....	19
3.1.	Τάσεις λόγω φόρτισης	20
3.2.	Μετατοπίσεις λόγω φόρτισης	25
3.3.	Επαφή Hertz.....	27
3.4.	Επαφές σε πραγματικές επιφάνειες.....	37
4.	ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΕΠΑΦΩΝ.....	41
4.1.	Ακίνητη και κινούμενη πηγή θερμότητας.....	42
4.2.	Θερμοκρασία επαφής πραγματικών επιφανειών	44
5.	ΦΥΣΙΚΟΧΗΜΕΙΑ ΕΠΑΦΩΝ	47
6.	ΝΟΜΟΙ ΤΡΙΒΗΣ.....	52
6.1.	Νόμοι τριβής ολίσθησης.....	52
6.2.	Νόμοι τριβής κύλισης.....	54
6.3.	Ελεύθερη κύλιση	56
7.	ΛΙΠΑΝΣΗ.....	61
7.1.	Καμπύλη Stribeck.....	61
7.2.	Ιξώδες.....	63
7.3.	Απώλεια ισχύος σε ομόκεντρο έδρανο.....	67
8.	ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΛΙΠΑΝΣΗ.....	69
8.1.	Εξίσωση Reynolds.....	70
8.2.	Επίλυση της εξίσωσης Reynolds	75
8.3.	Η εξίσωση Reynolds για κυκλικό έδρανο ολίσθησης	78
8.4.	Ελαστοϋδροδυναμική λίπανση	83

9. ΟΡΙΑΚΗ ΚΑΙ ΜΙΚΤΗ ΛΙΠΑΝΣΗ	86
9.1. Οριακή λίπανση	86
9.2. Μικτή λίπανση	90
10. ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΛΙΠΑΝΣΗ	92
10.1. Κυκλικό ωστικό έδρανο	92
10.2. Υδροστατικοί ανυψωτές	97
11. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΔΡΑΝΩΝ	101
11.1. Χαρακτηριστικά λειτουργίας εδράνων με σταθερούς τομείς	101
11.2. Χαρακτηριστικά λειτουργίας εδράνων με περιστρεφόμενους τομείς	104
11.3. Χαρακτηριστικά λειτουργίας κυκλικών εδράνων	106
12. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΚΥΛΙΝΔΡΙΚΩΝ ΕΔΡΑΝΩΝ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ	110
ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ	115

1. ΕΙΣΑΓΩΓΗ ΣΤΗΝ ΤΡΙΒΟΛΟΓΙΑ

Η τριβή είναι υπεύθυνη για ένα μεγάλο μέρος απώλειας χρήσιμης μηχανικής ενέργειας και η φθορά είναι κύρια αιτία για την αντικατάσταση διαφόρων στοιχείων των μηχανών και μηχανολογικών εξοπλισμών. Επομένως, είναι απαραίτητο για το Μηχανικό να γνωρίζει αυτούς τους μηχανισμούς, ώστε να παίρνει ανάλογα μέτρα κατά το σχεδιασμό και λειτουργία των μηχανών και κατασκευών, για την εξοικονόμηση ενέργειας και υλικών.

"Τριβολογία" σημαίνει η τεχνολογική διερεύνηση των αλληλοεπιδρώντων επιφανειών που βρίσκονται σε σχετική κίνηση μεταξύ τους. Επομένως τριβή, φθορά και τα σχετικά φαινόμενα οφείλονται στις δυναμικές αλληλεπιδράσεις μεταξύ των κινούμενων στοιχείων των συστημάτων. Η ανάλυση και περιγραφή ενός τριβομηχανικού συστήματος σχετίζεται με τη δομή του (στοιχεία που το αποτελούν, ιδιότητες των στοιχείων, αλληλοεπίδραση μεταξύ των στοιχείων) και με τη λειτουργικότητά του.

Το κοινό σημείο όλων των διαδικασιών κίνησης είναι η "αντίσταση στην κίνηση", δηλαδή η ύπαρξη κάποιου είδους τριβής. Τα αποτελέσματα της τριβής οφείλονται στις φυσικές αλληλοεπιδράσεις μεταξύ αντικειμένων που κινούνται το ένα σε σχέση με το άλλο. Σαν επακόλουθο της τριβής, η δυναμική συμπεριφορά ολόκληρου του συστήματος επηρεάζεται και καταναλώνεται ένα μέρος της κινητικής ενέργειας. Αν ακόμα σ' ένα δυναμικό σύστημα ένα κινούμενο μέρος είναι στερεό σώμα, η τριβή συνοδεύεται γενικά από "φθορά", δηλαδή τη βαθμιαία απώλεια υλικού από την επιφάνεια λειτουργίας του σώματος.

Οι μηχανισμοί της ΤΡΙΒΗΣ - ΦΘΟΡΑΣ - ΛΙΠΑΝΣΗΣ συναντώνται στην πράξη σε πολλά και διάφορα ΤΡΙΒΟ-ΜΗΧΑΝΙΚΑ συστήματα. Παρακάτω φαίνονται διάφορα απλά τριβο-μηχανικά συστήματα, που σε συνδυασμό μεταξύ τους σχηματίζουν πολυπλοκότερα συστήματα, καθώς και οι αντίστοιχες τεχνικές λειτουργίες.

ΤΕΧΝΙΚΗ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ	ΤΡΙΒΟΜΗΧΑΝΙΚΟ ΣΥΣΤΗΜΑ
1. Μετάδοση κίνησης	Έδρανα ολίσθησης Έδρανα κύλισης Οδηγοί Μηχανισμοί σφαίρας - κοχλία Άτρακτοι Αρθρώσεις (Μηχανολογικές) Αρθρώσεις (Ανθρώπων και ζώων)

	Πόδι πάνω στο έδαφος Φλάντζες Γραναζωτοί σύνδεσμοι Πολύσφηνα Συμπλέκτες
2. Μηδενισμός της κίνησης	Φρένα Ταινοπέδες Δισκόφρενα Συνδετήρες Αποσβεστήρες τριβής
3. Μεταφορά ισχύος	Μετωπικοί οδοντωτοί τροχοί Κωνικοί οδοντωτοί τροχοί Υποειδείς οδοντωτοί τροχοί Πλανητικά συστήματα οδον. τροχών Ατέρμονας - κορώνα Κοχλίες ισχύος Αλυσοκίνηση Ιμαντοκίνηση Υδραυλική κίνηση
4. Παραγωγή και αναπαραγωγή πληροφοριών	Ωρολογιακοί μηχανισμοί Διακόπτες Ρελαί Τυπογραφία Γραφομηχανές Εκτυπωτές Μαγνητικές κεφαλές Δακτύλιοι επαφής ηχολήψεις Μηχανές Βίντεο
5. Μεταφορά υλικών	Σιδηροδρομική γραμμή - Τροχός Δρόμος - ελαστικό Σωληνώσεις Μεταφορικές ταινίες Αρτηρίες ανθρώπων και ζώων Παρεμβύσματα Βαλβίδες Ροδέλες

6. Παραγωγή, διεργασίες και επεξεργασίες υλικών

Εξέλαση
Διαμόρφωση
Σφυρηλάτηση
Διέλαση
Χύτευση
Υφανση
Εξόρυξη
Γεωτρήσεις
Λατομία
Κονιοποίηση
Εκβάθυνση
Δόντια ανθρώπων και ζώων
Κοπή
Πριόνισμα
Λιμάρισμα
Τορνίρισμα
Διάτρηση
Λείανση
Γυάλισμα
Αμμοβολή
Βούρτσισμα

Εδώ δεν θα ασχοληθούμε με τις λεπτομέρειες των τριβο-μηχανικών συστημάτων, αλλά με τα βασικά στοιχεία της τριβολογίας:

- Επιφάνειες - επαφές
- Τριβή
- Φθορά
- Λίπανση

Η τεχνολογία έχει αναπτυχθεί στο σημείο που τα προβλήματα που αφορούν κινούμενες επιφάνειες απαιτούν πολύ προσεκτική εξέταση. Π.χ. σε ένα αυτοκίνητο, πάρα πολλά εξαρτήματα υπόκεινται σε τριβή και φθορά, όπως φρένα, έδρανα, παρεμβύσματα, οδοντωτοί τροχοί, αντλίες, όργανα ελέγχου, πολύσφηνα, σύνδεσμοι κ.τ.λ. Παλιότερα κατά το σχεδιασμό δυναμικών μηχανολογικών συστημάτων η απώλεια ενέργειας λόγω τριβής και η απώλεια υλικού λόγω φθοράς σιωπηρά παραβλέπονταν. Σήμερα όμως ξεοδεύονται σημαντικά ποσά για την εξοικονόμηση ενέργειας και υλικών κατά το σχεδιασμό.

1.1. Ιστορική Ανασκόπηση Τριβής - Φθοράς - Λίπανσης

Ο άνθρωπος από τα πρώτα χρόνια ενδιαφέρθηκε για δυο όψεις της τριβής: α) Η θερμότητα που αναπτύσσεται από την τριβή χρησιμοποιήθηκε για το άναμα της φωτιάς και β) το ξεπέραςμα της τριβής στη μεταφορά υλικών. Μια από τις σπουδαιότερες ανακαλύψεις του ανθρώπου είναι ο τροχός. Πράγματι, όπως ξέρουμε, με τον τροχό το απαιτούμενο έργο για το ξεπέραςμα της τριβής, μειώνεται σημαντικά.

Η μελέτη της κίνησης και των φαινομένων της τριβής είναι σχετικά πολύ πρόσφατη. Ξεκίνησε πριν από 360 χρόνια από το Γαλιλαίο. Το επόμενο επιστημονικό βήμα στη Δυναμική έγινε από το Νεύτωνα. Ο Amontpon το 1699 και ο Coulomb το 1785, μετά από πειράματα που έκαναν, διατύπωσαν μερικούς κανόνες για την τριβή. Τα πειραματικά αποτελέσματα του Amontpon και Coulomb έδειξαν ότι η δύναμη τριβής είναι ανάλογη προς την κάθετη φόρτιση. Ο λόγος της δύναμης τριβής προς την κάθετη δύναμη ορίζεται σαν "συντελεστής τριβής" f , δηλαδή

$$f = \frac{F_f}{F_N}$$

Επίσης βρέθηκε ότι η τιμή του συντελεστή τριβής είναι ανεξάρτητη από τη γεωμετρική επιφάνεια επαφής. Ερμηνεύοντας αυτά τα αποτελέσματα, έγινε η παραδοχή ότι οι επιφάνειες ήταν γεμάτες από μικροανωμαλίες και ότι η τριβή ήταν δημιουργήμα της εμπλοκής των μικροανωμαλιών των εφραπτόμενων επιφανειών. Αυτή η θεωρία έγινε γνωστή σαν "τριβή λόγω τραχύτητας". Παρ' όλο που αυτές οι ανακαλύψεις φαίνονται να απαντούν σε μερικά ερωτήματα, από φυσική σκοπιά η προέλευση της τριβής δεν μπορεί να εξηγηθεί με τους όρους της Μηχανικής των στερεών σωμάτων. Αν υποθεθεί ότι οι επιφανειακές μικροανωμαλίες είναι άκαμπτες, το ενεργειακό ισοζύγιο δείχνει ότι η διαδικασία της ανύψωσης της μιας επιφάνειας πάνω στις μικροανωμαλίες μιας άλλης δεν καταναλώνει Μηχανική ενέργεια, ενώ στην πραγματικότητα υπάρχει κατανάλωση ενέργειας. Επίσης η συμπεριφορά των μηχανικών συστημάτων στην τριβή εξετάστηκε σαν συνάρτηση σταθερού συντελεστή τριβής που υποτέθηκε ότι ήταν μια "εσωτερική ιδιότητα του υλικού". Σαν επακόλουθο λοιπόν: 1) Της ανάπτυξης των ιδεατών θεωριών της Μηχανικής στις οποίες τα αποτελέσματα της τριβής δεν λαβαίνονται καθόλου υπόψη και 2) της παρερμηνείας του συντελεστή τριβής σαν "εσωτερική σταθερά του υλικού",

δεν έγινε καμιά ουσιαστική πρόοδος για την τριβή μέχρι τον εικοστό αιώνα, εκτός από την υπόθεση της "τριβής λόγω τραχύτητας".

Σαν εξήγηση της προέλευσης της τριβής, ο Mardy και ο Tomlinson το 1920 έφεραν στο προσκήνιο τη "θεωρία της συνάφειας", που υποθέτει ότι η δύναμη τριβής χρειάζεται για να ξεπεράσει τις δυνάμεις μοριακής προσκόλλησης που ενεργούν μεταξύ δυο εφαιπτομένων επιφανειών. Παρόλο που αυτή η θεωρία είναι μάλλον προφανής, απαιτεί μια δύναμη τριβής ανάλογη προς την επιφάνεια επαφής. Αυτό όμως έρχεται σε αντίθεση με τα αποτελέσματα πολλών πειραμάτων τριβής που δείχνουν ότι η δύναμη τριβής είναι ανεξάρτητη από την επιφάνεια επαφής. Σ' αυτή λοιπόν τη φάση της εξέλιξης της τριβής αναγνωρίστηκε ότι η φυσική προέλευση της τριβής είναι πολύ πολύπλοκη και δεν μπορεί να εξηγηθεί με μια απλή θεωρία. Έτσι φθάσαμε στη γενικευμένη θεωρία της τριβής, ότι δηλαδή δυο πράγματα υπεισέρχονται κατά την τριβή, οι μοριακοί και μακροσκοπικοί μηχανισμοί.

Παρ' όλο που η τριβή είναι ένα φαινόμενο κατανάλωσης ενέργειας και που στις περισσότερες εφαρμογές προσπαθούμε με κατάλληλο σχεδιασμό ή λίπανση να την ελαττώσουμε ή να την εξαλείψουμε, υπάρχουν πολλές περιπτώσεις που η τριβή είναι επιθυμητή και απαραίτητη. Επομένως ο σχεδιασμός συστημάτων που έχουν υψηλή τριβή, ανάλογα με τις προδιαγραφές του συστήματος, είναι εξίσου σοβαρός. Όπως ξέρουμε από την καθημερινή ζωή, διάφορες απλές διαδικασίες, όπως "το βάδισμα", "το οδήγημα του αυτοκινήτου" (ξεκίνημα, σταμάτημα, στροφές) ή "το πιάσιμο αντικειμένων με το χέρι" προϋποθέτουν αρκετά ψηλή τριβή. Επίσης για τη λειτουργικότητα των στοιχείων σύνδεσης (ήλοι, κοχλίες) είναι απαραίτητο να υπάρχει ψηλή τριβή μεταξύ του υλικού ενός καρφιού ή μιας βίδας και του υλικού των στοιχείων που συνδέει. Εκτός από τη μείωση ή την αύξηση της τριβής, σε πολλές περιπτώσεις είναι απαραίτητη η συντήρηση σταθερής και προδιαγεγραμμένης τριβής. Τυπικό παράδειγμα είναι τα φρένα ενός αυτοκινήτου και οι ταλαντώσεις εξαιτίας της τριβής, στα διάφορα έγχορδα μουσικά όργανα (π.χ. το βιολί).

Μελέτες για τη φθορά έκανε ο Leonardo da Vinci. Μελέτησε απλά έδρανα ολίσθησης και βρήκε ότι η φθορά αυξάνεται σαν συνάρτηση της φόρτισης και ότι η φθορά δεν δημιουργείται αναγκαία στην κάθετη διεύθυνση, αλλά ακολουθεί την κύρια διανυσματική διεύθυνση του φορτίου. Η συστηματική μελέτη της φθοράς άρχισε πολύ αργότερα. Η ξηρή φθορά των μετάλλων εξηγήθηκε σαν μια διεργασία παραμόρφωσης που ακολουθείται από μια διεργασία διαχωρισμού των παραμορφωμένων μεταλλικών κομματιών. Τα παραμορφωμένα μεταλλικά κομμάτια μπορούν να

υποστούν οξειδωση κατά τη διεργασία της φθοράς και τονίστηκε ο ρόλος που μπορεί να παίξει το ατμοσφαιρικό περιβάλλον στη φθορά των μετάλλων. Διαχωρίστηκαν οι παρακάτω τύποι φθοράς που εξαρτώνται από εξωτερικές συνθήκες:

1. Φθορά λόγω τριβής ολίσθησης ξηρών επιφανειών.
2. Φθορά λόγω τριβής ολίσθησης λιπασμένων επιφανειών.
3. Φθορά λόγω τριβής κύλησης ξηρών επιφανειών.
4. Φθορά λόγω τριβής κύλησης λιπασμένων επιφανειών.
5. Φθορά σε ταλαντευόμενες επαφές.
6. Φθορά από μετακίνηση ρευστών (σπηλαιώση).
7. Φθορά λόγω διάβρωσης.

Σαν αποτέλεσμα των πολλών και διαφόρων τύπων φθοράς, φαίνεται να είναι αδύνατο να προσδιοριστεί η συμπεριφορά της φθοράς ενός υλικού από ένα μόνο τεστ και να πάρει κανείς μοναδικές τιμές για τη φθορά, όπως γίνεται στη μηχανική συμπεριφορά υλικών. Ο Archard, για την ξηρή ολίσθηση μετάλλων κάτω από συνθήκες "ελαφρής φθοράς", βρήκε έναν εμπειρικό κανόνα ότι "η φθορά είναι απ' ευθείας ανάλογη προς το φορτίο και την απόσταση ολίσθησης και αντιστρόφως ανάλογη προς τη σκληρότητα του μαλακώτερου από τα δυο μέταλλα που αλληλοεπιδρούν".

Ο σκοπός της λίπανσης είναι να διαχωρίσει δυο επιφάνειες που η μια κινείται σχετικά με την άλλη με κάποιο λεπτό στρώμα ρευστού, που να μπορεί εύκολα να υποστεί διάτμηση χωρίς να προκαλείται ζημιά στις επιφάνειες. Λιπαντικά χρησιμοποιήθηκαν από τους Ασσύριους και Αιγύπτιους πριν από 5.000 χρόνια για ευκολότερη μεταφορά με έλκυθρα μεγάλων αγαλμάτων ή οικοδομικών ογκολίθων.

Το επιστημονικό ενδιαφέρον και η έρευνα στη λίπανση ήρθε μαζί με τη βιομηχανική επανάσταση όταν πλέον χρειάστηκαν να κατασκευαστούν εξαρτήματα μηχανών με ακρίβεια. Η περισσότερη από την αρχική δουλειά πάνω στην κίνηση λιπασμένων εξαρτημάτων μηχανών αφιερώθηκε στα έδρανα ολίσθησης. Το 1883 ο Petroff πρότεινε για τη δύναμη τριβής F_F μεταξύ δυο ομόκεντρων κυλίνδρων τον εξής τύπο

$$F_F = \frac{\eta v}{h} \cdot (\text{επιφάνεια}).$$

όπου η = δυσρευστότητα του λιπαντικού

v = η περιφερειακή ταχύτητα του άξονα

h = το μέσο πάχος του στρώματος του λιπαντικού.

Αυτός ήταν ο πρώτος τύπος για την "υγρή λίπανση" (πλήρες στρώμα λιπαντικού).

Η μαθηματική υποδομή για την "υδροδυναμική θεωρία" της λίπανσης αναπτύχθηκε το 1886 από το Reynolds. Ένα σοβαρό ερώτημα που έμεινε αναπάντητο από τη θεωρία της "υδροδυναμικής λίπανσης" αφορά τα όρια εφαρμογής αυτής της θεωρίας. Αν π.χ. σε ένα έδρανο που λειτουργεί σ' αυτή την περιοχή η φόρτιση είναι πολύ μεγάλη, ενώ η σχετική ταχύτητα είναι χαμηλή, τότε είναι δύσκολο να δημιουργηθεί πλήρες στρώμα λιπαντικού, ακόμα και αν το λιπαντικό είναι πολύ παχύρευστο. Σ' αυτή την περιοχή λειτουργίας οι ολισθαίνουσες επιφάνειες θα καλύπτονται μόνο από μερικά μόρια λιπαντικού. Ο Hardy το 1922 ήταν ο πρώτος που μελέτησε με λεπτομέρεια αυτή την περιοχή "οριακής λίπανσης", όπου η δράση του λιπαντικού προσδιορίζεται περισσότερο από τη χημική του σύνθεση και λιγότερο από τη δυσρευστότητά του.

Μετά το 2ο παγκόσμιο πόλεμο, η τάση στις Μηχανολογικές εφαρμογές ήταν για μεγαλύτερα φορτία, ψηλότερες ταχύτητες και θερμοκρασίες λειτουργίας. Από τότε λοιπόν το ενδιαφέρον για τα προβλήματα της τριβής, φθοράς και λίπανσης συνεχώς αυξάνεται. Στις αρχές της δεκαετίας του 1960 οι στατιστικές έδειξαν σοβαρή αύξηση στις αστοχίες λόγω φθοράς. Την ίδια εποχή η τάση για τελειότερη τεχνολογία και μεγαλύτερες βιομηχανικές επενδύσεις όξυνε το πρόβλημα της τριβής - φθοράς - λίπανσης και ανάγκασε τους ειδικούς να εντατικοποιήσουν τις έρευνές τους σ' αυτή την κατεύθυνση.

1.2. Η επιστήμη της τριβολογίας

Ο όρος "τριβολογία" σήμερα ορίζεται σαν "την επιστήμη και την τεχνολογία της αλληλοεπίδρασης των επιφανειών που βρίσκονται σε σχετική κίνηση μεταξύ τους και των συγγενών αντικειμένων και διαδικασιών". Από το 1966 που δόθηκε ο ορισμός της "Τριβολογίας", ο όρος αυτός αναγνωρίστηκε σαν τον κλάδο που περιλαμβάνει όλες τις μορφές μεταφοράς και κατανάλωσης ενέργειας και υλικών στο μηχανολογικό εξοπλισμό, συμπεριλαμβανομένων και των διαφόρων εννοιών της τριβής, φθοράς, λίπανσης και των συγγενών επιστημονικών και τεχνολογικών κλάδων. Για να φανεί η σημασία της τριβολογίας επισημαίνονται τα παρακάτω σημεία:

- Υπολογίζεται χονδρικά ότι το 30% της ενέργειας που παράγεται στο βιομηχανικό εξοπλισμό παγκόσμια σπαταλάται σε τελική ανάλυση σε τριβή

και ότι στις βιομηχανικά προηγμένες χώρες περίπου \$ 2.000.000.000 το χρόνο χάνονται σαν αποτέλεσμα των διεργασιών της φθοράς.

• Είναι γνωστό ότι όλες οι φυσικές μακροσκοπικές διεργασίες είναι "μη αναστρέψιμες". Οι επιστημονικές θεωρίες έχουν παραλείψει αυτή τη "μη αναστρεψιμότητα", επειδή ήταν ευκολότερο να αναπτυχθούν νόμοι για ιδανικές διεργασίες. Η τριβολογία στοχεύει στη λεπτομερή διερεύνηση των "μη αναστρέψιμων" διεργασιών της Μηχανικής και στην εξήγηση των πολύπλοκων μηχανισμών της κατανάλωσης ενέργειας και υλικών.

• Η τριβολογία δεν συμπεριλαμβάνει μόνο τη δουλειά των Μηχανικών που χρησιμοποιούν "τις επιφάνειες που βρίσκονται σε αλληλεπίδραση" για μετάδοση κίνησης, δυνάμεων, έργου κ.λπ. σε διάφορες μηχανές, κατασκευές, αλλά και των φυσικών, χημικών ή άλλων επιστημόνων που ενδιαφέρονται για τις επιφανειακές ιδιότητες των υλικών. Άρα η τριβολογία συνδέεται με διάφορους κλάδους, όπως Μηχανική, Αντοχή Υλικών, Ελαστικότητα, Πλαστικότητα, Ερπυσμός, Φυσική, Χημεία κ.τ.λ.

Οι διάφορες πλευρές της Τριβολογίας (οικονομικές, επιστημονικές) φαίνονται και από τη βιβλιογραφία. Από επιστήμονες με εντελώς διαφορετική επιστημονική κατεύθυνση, έχουν δημοσιευθεί πάρα πολλές εργασίες από τα μέσα της δεκαετίας του '60 μέχρι σήμερα.

2. ΕΠΙΦΑΝΕΙΕΣ ΚΑΙ ΠΑΡΑΜΕΤΡΟΙ ΕΠΙΦΑΝΕΙΑΣ

Η επιλογή των επιφανειακών παραμέτρων επηρεάζεται από τη μέθοδο διερεύνησης των επιφανειακών χαρακτηριστικών. Κεντρική γραμμή λέγεται η γραμμή που διαιρεί το προφίλ κατά τρόπο που τα αθροίσματα των επιφανειών που περικλείονται πάνω και κάτω από αυτή είναι ίσα. Στην παραγωγή συνήθως χρησιμοποιούμε δυο παραμέτρους για να ορίσουμε την υφή των επιφανειών:

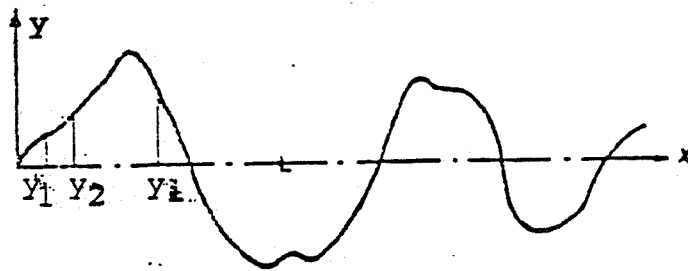
1. Η μέση τιμή τραχύτητας M.T.T., που ορίζεται σαν την αριθμητική μέση τιμή της κάθετης απόκλισης του επιφανειακού προφίλ από την κεντρική γραμμή. Η μαθηματική έκφραση είναι

$$M.T.T. = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n |y_i| \quad (2.1)$$

2. Η μέση τιμή απόκλισης τραχύτητας M.A.T., ορίζεται σαν την τετραγωνική ρίζα της αριθμητικής μέσης τιμής του τετραγώνου αυτής της απόκλισης. Η μαθηματική έκφραση είναι

$$M.A.T. = \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n (y_i)^2 \right]^{1/2} \quad (2.2)$$

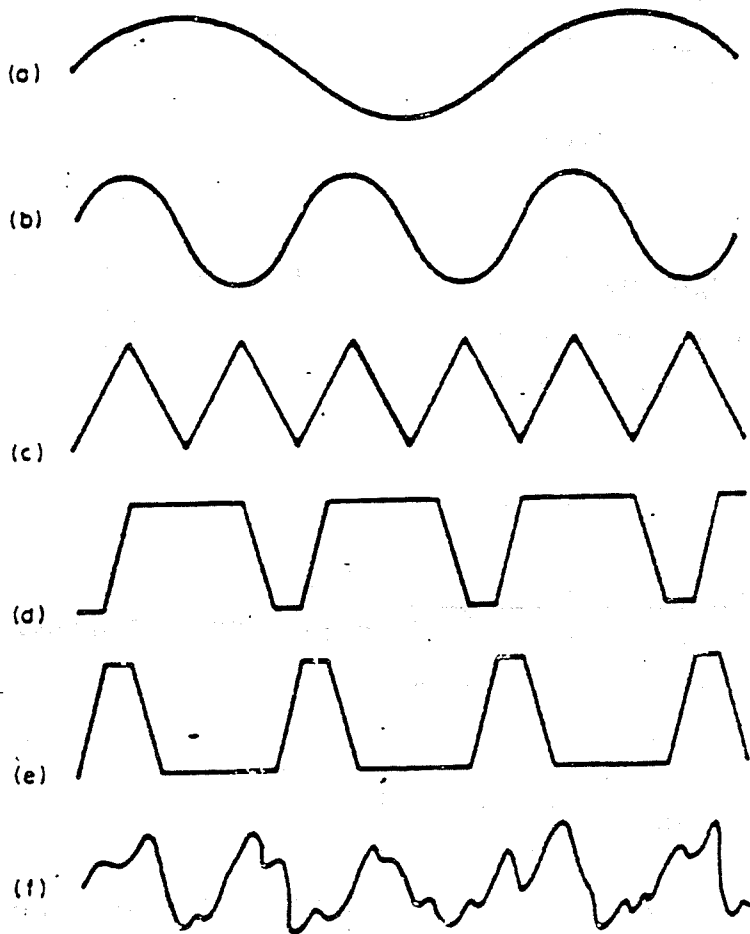
όπου n είναι ο αριθμός των σημείων πάνω στην κεντρική γραμμή στην οποία μετράμε τις αποκλίσεις του προφίλ y_i , σχ. 2.1.



Σχ. 2.1. Επιφανειακό προφίλ και κεντρική γραμμή

Αυτές οι παράμετροι κυρίως περιγράφουν την απόκλιση του προφίλ στην κάθετη διεύθυνση μόνον. Δεν δίνουν καμιά πληροφορία για τις κλίσεις, τα σχήματα και τα μεγέθη των μικροανωμαλιών ή για το πόσο συχνά

επαναλαμβάνονται. Είναι δυνατό λοιπόν, για επιφάνειες με πολύ διαφορετικά προφίλ, να έχουμε τις ίδιες τιμές M.T.T. και M.A.T., σχ. 2.2.



Σχ. 2.2. Διάφορες επιφάνειες που έχουν την ίδια τιμή M.T.T.

Αυτές οι αριθμητικές παράμετροι χρησιμεύουν κυρίως για την κατάταξη ίδιου τύπου επιφανειών που παράγονται με την ίδια μέθοδο, π.χ. λειασμένες επιφάνειες που διαφέρουν μόνο κατά το βαθμό λείανσης. Για πιο ακριβή προσδιορισμό του επιφανειακού προφίλ χρειαζόμαστε περισσότερες πληροφορίες. Είναι σημαντικό να κατανοηθεί ότι η επιλογή των παραμέτρων που προδιαγράφουν την επιφανειακή υφή είναι συνάρτηση των λειτουργικών απαιτήσεων της επιφάνειας. Από την πλευρά της συγκέντρωσης τάσεων σε φορτιζόμενες επιφάνειες, θα μπορούσε να προβλέψει κανείς ότι το σχήμα και η επαναληπτικότητα των κοιλάδων θα είναι οι σπουδαιότερες παράμετροι. Για επιφάνειες που διαχωρίζονται από λιπαντικά στρώματα ή από στρώματα χρώματος, είναι προφανές ότι μας ενδιαφέρουν όλα τα χαρακτηριστικά της υφής των επιφανειών. Θα έπρεπε ακόμα να τονιστεί ότι

τα προφίλ των επιφανειών τα χειριζόμαστε στατιστικά σαν ακίνητες τυχαίες διαδικασίες και επομένως για να διατυπώσουμε τις διάφορες παραμέτρους που αναφέραμε προηγουμένως, είναι απαραίτητο να εφαρμόσουμε στατιστικές μεθόδους για να περιγράψουμε τις ιδιότητες των επιφανειών.

2.1. Στατιστική των επιφανειών

Τα επιφανειακά προφίλ συχνά αποτελούνται από περιοδικά και τυχαία κομμάτια κατά τη γεωμετρική τους μεταβολή. Έτσι λοιπόν, η περιοδικότητα παρουσιάζεται έντονη στις καλολειασμένες επιφάνειες, ενώ η τυχαία διασπορά είναι έντονη σε τριμένες επιφάνειες, όπως π.χ. μετά από τρόχισμα. Συνηθίζεται η διαίρεση των περιοδικών μεταβολών σε ζώνες συχνοτήτων, όπως π.χ. κυμάτωση και τραχύτητα. Στα επόμενα κεφάλαια θα περιοριστούμε στη θεώρηση των ψηλών φασμάτων συχνοτήτων, δηλαδή στην τραχύτητα των επιφανειών.

Η υφή μιας επιφάνειας μπορεί να περιγραφεί στατιστικά, από τη συνάρτηση κατανομής των υψών του προφίλ,

$$F(\lambda) = \int_{-\infty}^{\lambda} f(y) dy \quad (2.3)$$

όπου το y αναφέρεται στα υψομετρικά σημεία του προφίλ όπως μετρώνται από την κεντρική γραμμή και το $f(y)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της κατανομής αυτών των σημείων (υψών).

Για να καταλήξουμε σε τέτοιου είδους καμπύλες κατανομής, πρέπει να κάνουμε μετρήσεις των $y_1, y_2 \dots$ κ.λπ. ανά κάποιο διακεκριμένο διάστημα L και να αθροίσουμε τον αριθμό των τεταγμένων σ' οποιοδήποτε δοσμένο υψομετρικό επίπεδο. Πολλές επιφάνειες τείνουν προς μια κανονική κατανομή (Gauss) των ανωμαλιών (υψωμάτων) της υφής τους. Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας Gauss δίνεται από τη σχέση

$$f(y) = f_0(y) e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \quad (2.4)$$

όπου σ είναι η μέση απόκλιση της κατανομής που ορίζεται με τον ίδιο τρόπο όπως η τιμή M.A.T. και σ^2 είναι η διασπορά. Το $f_0(y)$ μπορεί να υπολογιστεί από το γεγονός ότι το εμβαδόν της καμπύλης πρέπει να ισούται με το

σύνολο των δεδομένων αθροισμένα πάνω στην επιλεγμένη κλίμακα. Το εμβαδόν της καμπύλης του Gauss είναι

$$\int_{-\infty}^{\infty} f_0(y) e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} dy = f_0(y) \sigma(2\pi)^{1/2} \quad (2.5)$$

Επομένως η καμπύλη

$$f(y) = \frac{1}{\sigma(2\pi)^{1/2}} e^{-\frac{y^2}{2\sigma^2}} \quad (2.6)$$

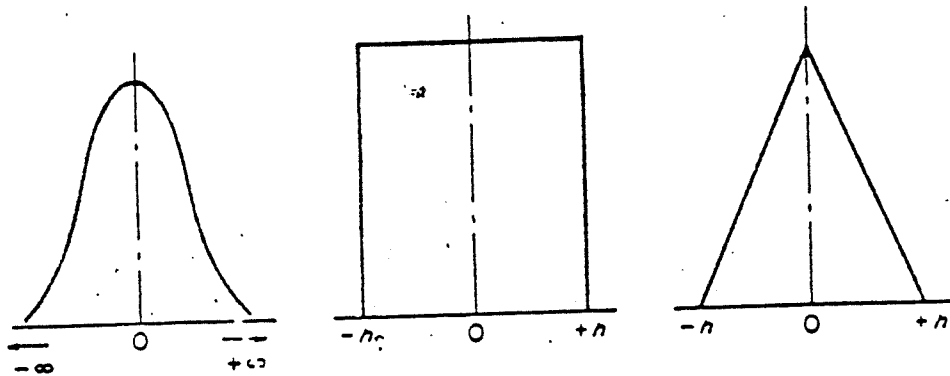
έχει εμβαδόν ίσο με τη μονάδα και η συνάρτηση πυκνότητας του Gauss γράφεται συνήθως σ' αυτή τη στάνταρντ μορφή.

Οι τιμές των τεταγμένων $f(y)$ της συνάρτησης πυκνότητας του Gauss και οι τιμές των αντίστοιχων συναρτήσεων κατανομών μπορούν να βρεθούν στα περισσότερα βιβλία στατιστικής. Η μορφή της κατανομής του Gauss κάνει αναγκαία τη διασπορά των γεγονότων από $-\infty$ ως $+\infty$ που δεν θα μπορούσε να συμβεί με πρακτικές επιφάνειες. Στην πράξη η καμπύλη της κατανομής "κόβεται" περίπου στο $\pm 3\sigma$. Περίπου το 99,9% όλων των γεγονότων βρίσκονται μέσα σ' αυτή την περιοχή και το "κόψιμο" της καμπύλης οδηγεί σε αμελητέο σφάλμα, ενώ παράλληλα απλοποιεί τα πράγματα. Τονίζεται εδώ ότι, παρ' όλο που διάφορες επιφανειακές κατεργασίες δημιουργούν σχεδόν κατανομές του Gauss, άλλες δεν δίνουν τέτοια κατανομή. Παρακάτω αναφέρουμε ορισμένες συνήθεις κατανομές, όπως την ορθογώνια κατανομή και την τριγωνική κατανομή.

Η ορθογώνια ή ομοιόμορφη κατανομή σημαίνει ότι σ' οποιοδήποτε επίπεδο υπάρχουν ισάριθμα γεγονότα (σχ. 3). Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας μπορεί να γραφτεί στη στάνταρντ μορφή ως εξής:

$$f(y) = \frac{1}{2(3)^{1/2} \sigma} \quad (2.7)$$

Όταν ο αριθμός των γεγονότων μεταβάλλεται γραμμικά σε συνάρτηση του ύψους, τότε η κατανομή των γεγονότων λέγεται τριγωνική ή γραμμική (σχ. 3).



Σχ. 2.3. Μορφές των κατανομών Gauss, ορθογώνιας και τριγωνικής.

Η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της τριγωνικής κατανομής

$$f(y) = \frac{1}{(6)^{1/2} \sigma} - \frac{y}{6\sigma} \quad 0 < y < (6)^{1/2} \sigma$$

$$= \frac{1}{(6)^{1/2} \sigma} + \frac{y}{6\sigma^2} \quad -(6)^{1/2} \sigma < y < 0 \quad (2.8)$$

2.2: Μετατόπιση και κύρτωση

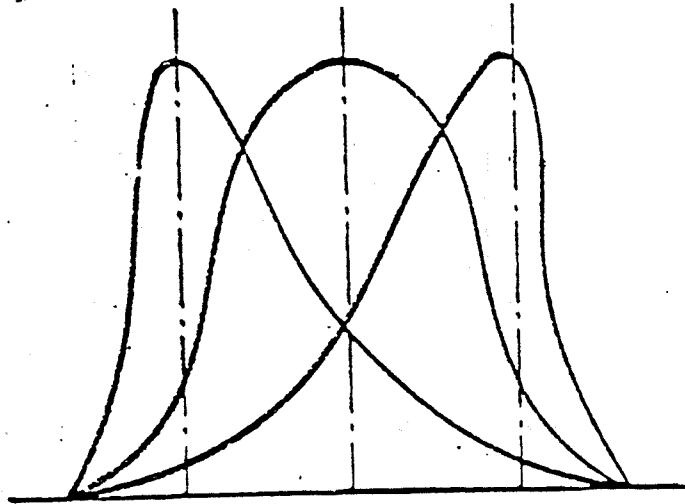
Η n-οστή ροπή της καμπύλης κατανομής $f(y)$ γύρω από τη μέση τιμή ορίζεται σαν

$$M_n = \int_{-\infty}^{\infty} y^n f(y) dy \quad (2.9)$$

Με τον όρο μετατόπιση εννοούμε το πόσο ξεφεύγει μια καμπύλη κατανομής από τη συμμετρία (σχ. 4). Αυτή ορίζεται σαν

$$S = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} y^3 f(y) dy}{\sigma^3} = \frac{3\eta \text{ Ροπή της } f(y)}{\sigma^3} \quad (2.10)$$

Οι συμμετρικές καμπύλες συμπεριλαμβανομένων και των καμπυλών κατανομής του Gauss έχουν μηδενική μετατόπιση. Οι ασύμμετρες καμπύλες μπορεί να έχουν είτε αρνητική είτε θετική μετατόπιση.



Σχ. 2.4. Ασύμμετρικές καμπύλες

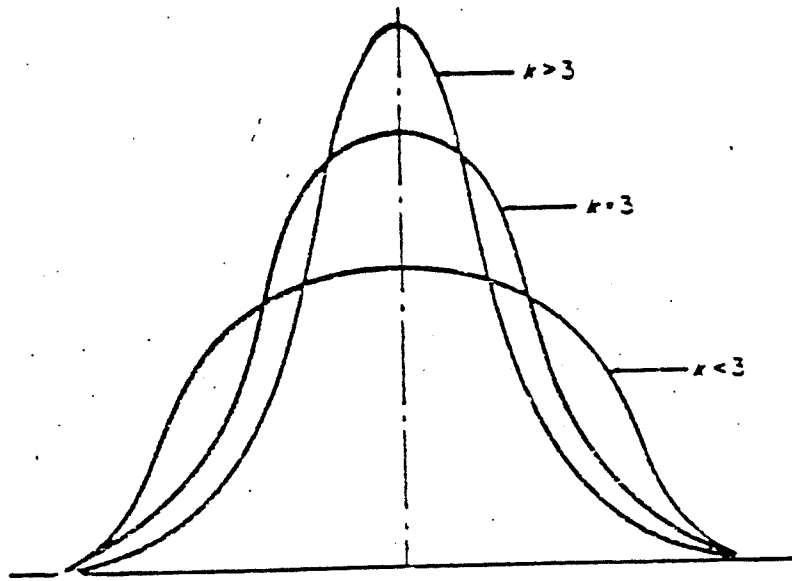
Με τον όρο κύρτωση εννοούμε το μέτρο της "καμπούρας" μιας καμπύλης κατανομής, και ορίζεται ως εξής:

$$k = \frac{\int_{-\infty}^{\infty} y^4 f(y) dz}{\sigma^4} = \frac{4\eta \text{ Ροπή της } f(y)}{\sigma^4} \quad (2.11)$$

Για την κατανομή του Gauss, βρίσκουμε ότι

$$k = 3$$

δηλαδή μια καμπύλη κατανομής του Gauss έχει κύρτωση = 3, που συνήθως την παίρνουμε σαν στάνταρντ τιμή για την κύρτωση.



Σχ. 2.5. Καμπύλη κατανομής Gauss $k = 3$
 Καμπύλη πλατειά $k < 3$, καμπύλη στένι $k > 3$

2.3. Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

Το αποτέλεσμα που επιφέρει η αύξηση στο δείγμα του διαστήματος L πετυχαίνεται χαράζοντας τη μεταβολή της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης $R(L)$ σαν συνάρτηση του διαστήματος L . Η συνάρτησή αυτοσυσχέτισης ορίζεται με τον παρακάτω τύπο:

$$R(L) = E[y(x) y(x+L)] \quad (2.12)$$

όπου E = η αναμενόμενη μέση τιμή

$y(x)$ = το ύψος του προφίλ σε μια δοσμένη συντεταγμένη x κατά μήκος της μέσης γραμμής

$y(x+L)$ = το ύψος σε μια γειτονική συντεταγμένη $(x+L)$ που παίρνεται σε απόσταση L από την προηγούμενη.

Αν η τιμή των τεταγμένων είναι γνωστή σε διακεκριμένα διαστήματα L ο τύπος μετασχηματίζεται στον

$$R(L) = \frac{1}{N-L} \sum_{x=1}^{N-L} y(x) \cdot y(x+L) \quad (2.13)$$

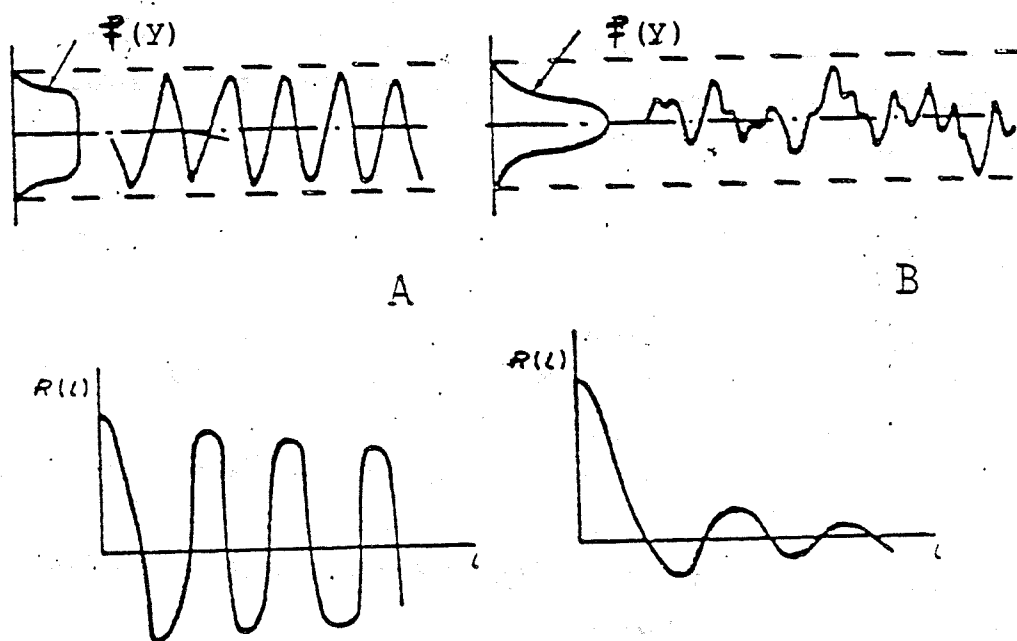
όπου $N = 0$ συνολικός αριθμός τεταγμένων σ' ένα δείγμα διαστήματος L^* . Για μια συνεχή συνάρτηση, η εξίσωση γράφεται

$$R(L) = \lim_{L \rightarrow \infty} \frac{1}{L} \int_{-L^*/2}^{L^*/2} y(x) \cdot y(x+L) dx \quad (2.14)$$

Αποδεικνύεται ότι όταν το $L=0$ το $R(L)$ μετατρέπεται στη διασπορά σ^2 του προφίλ. Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης συνήθως γράφεται στην τυπική της μορφή σαν:

$$r(L) = \frac{R(L)}{R(L_0)} = \frac{R(L)}{\sigma^2}$$

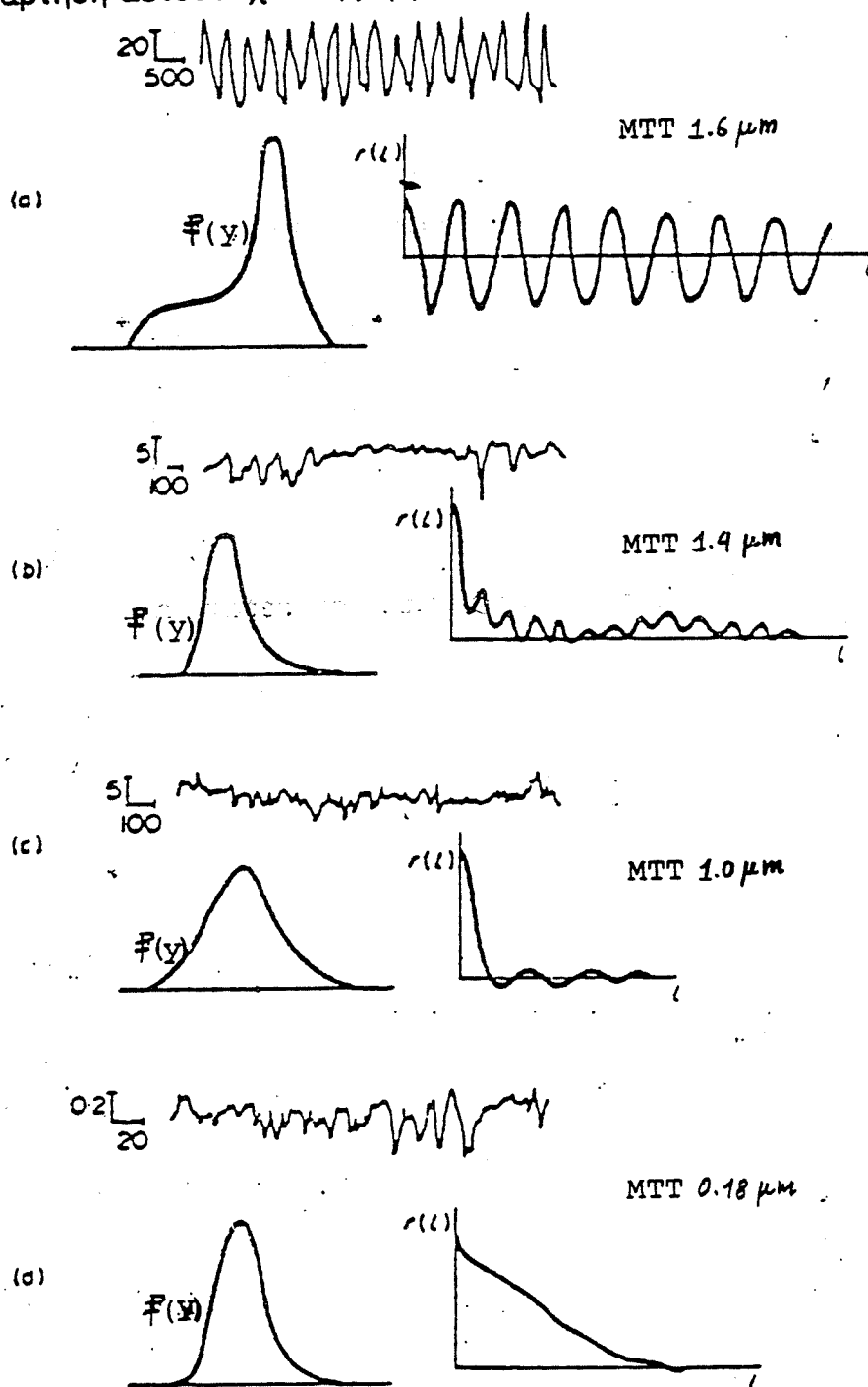
Μια τυπική καμπύλη της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης για δυο διαφορετικά προφίλ φαίνεται στο σχήμα 6. Το σχήμα αυτής της συνάρτησης είναι χρήσιμο, διότι αποκαλύπτει μερικά χαρακτηριστικά του προφίλ. Η φθίνουσα ισορροπία της συνάρτησης $R(L)$ δείχνει μια μείωση στη συσχέτιση, καθώς το L μεγαλώνει και είναι μια ένδειξη της τυχαίας συνισταμένης του επιφανειακού προφίλ, ενώ η επαναλαμβανόμενη συνισταμένη της συνάρτησης δείχνει την περιοδικότητα του προφίλ.



Σχ. 2.6. Τυπικές επιφάνειες και οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης

Στο σχήμα 7 φαίνονται μερικά τυπικά αποτελέσματα για κατεργασμένες επιφάνειες, όπου οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης δείχνουν τα γενικά χαρακτηριστικά των προφίλ. Επομένως, είναι δυνατό να περιγράψουμε τα χαρακτηριστικά ενός οποιουδήποτε επιφανειακού προφίλ χρησιμοποιώντας δυο μεγέθη:

- α) Τη συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας του ύψους $f(y)$ και
- β) Τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης $r(L)$.



Σχ. 2.7. Διάφορες επιφάνειες, οι αντίστοιχες συναρτήσεις πυκνότητας πιθανότητας και οι συναρτήσεις αυτοσυσχέτισης

Η κυριότερη δυσκολία στην πράξη για να χρησιμοποιηθεί η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης είναι ο μεγάλος όγκος πληροφοριών που πρέπει να συγκεντρωθεί από το επιφανειακό προφίλ, ώστε να βρεθεί η συνάρτηση. Μπορεί όμως η συνάρτηση αυτοδυσχέτισης να χωριστεί σε δυο όρους, έτσι ώστε η τυχαία συνιστώσα του επιφανειακού προφίλ μπορεί να εκφραστεί από έναν εκθετικό όρο και η περιοδική συνιστώσα από έναν τριγωνομετρικό όρο. Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές, όπως π.χ. στην ξηρή επαφή των επιφανειών, η τυχαία συνιστώσα της επιφάνειας μπορεί να είναι κύριας σημασίας, οπότε το πρόβλημα μπορεί να απλοποιηθεί παραλείποντας την περιοδική συνισταμένη του προφίλ. Η επιφάνεια σ' αυτή την περίπτωση ορίζεται στατιστικά από μια εκθετική συνάρτηση αυτοσυσχέτισης. Όπως και με τις κατανομές όλων των τεταγμένων της επιφανειακής υψής, οι κατανομές των κορυφών και των κοιλάδων συνήθως ακολουθούν την καμπύλη του Gauss.

3. ΜΗΧΑΝΙΚΗ ΤΩΝ ΕΠΑΦΩΝ

Για την κατανόηση της τριβολογίας χρειάζεται μια λεπτομερής μελέτη της μηχανικής των επαφών των στερεών σωμάτων, που συνεπάγεται μια κατανόηση της φύσης των τάσεων και των παραμορφώσεων από οποιοδήποτε εφαρμοζόμενο φορτίο σε σώματα με διάφορα γεωμετρικά σχήματα.

Κάθε φορτίο μπορεί να αναλυθεί σε μια κάθετη και μια εφαπτομενική συνιστώσα και γενικά εξυπηρετεί να θεωρήσουμε αυτές τις δυο επιδράσεις ξεχωριστά και στη συνέχεια με υπέρθεση των δυο να πετύχουμε το συνολικό αποτέλεσμα. Σε τέτοιες περιπτώσεις εφαρμόζεται η αρχή της επαλληλίας, επειδή τα συστήματα είναι στατικά προσδιορίσιμα.

Τα στερεά όταν φορτίζονται, παραμορφώνονται, είτε ελαστικά είτε πλαστικά. Η ελαστική παραμόρφωση χαρακτηρίζεται από απλές γραμμικές σχέσεις μεταξύ τάσης - παραμόρφωσης και είναι αναστρέψιμη μετά την αφαίρεση του φορτίου. Στην πλαστική παραμόρφωση οι σχέσεις τάσης - παραμόρφωσης είναι πολύπλοκες και η παραμόρφωση παραμένει μετά από την αφαίρεση του φορτίου. Στις περισσότερες περιπτώσεις επαφής υπάρχουν και ελαστικές και πλαστικές παραμορφώσεις. Επομένως, τα φορτία που επιβάλλονται στα στερεά που βρίσκονται σε επαφή διεγείρουν μια γενικά ελαστική συμπεριφορά στα περισσότερα στερεά σώματα, αλλά επειδή η πραγματική επαφή συμβαίνει στις κορυφές των επιφανειακών μικροανωμαλιών, μπορεί αυτές να υποστούν τοπικές πλαστικές παραμορφώσεις στις κορυφές τους. Το ποσοστό της πλαστικής ή ελαστικής παραμόρφωσης εξαρτάται από το μέγεθος του εφαρμοζόμενου φορτίου και ο βαθμός της πλαστικής παραμόρφωσης αυξάνεται όσο το φορτίο αυξάνεται. Παρακάτω θα εξετάσουμε τις παραμορφώσεις που δημιουργούνται από φορτία που εφαρμόζονται σε κυλίνδρους και σφαίρες. Αυτή η μελέτη είναι χρήσιμη γιατί:

- α) Πολλές μηχανολογικές επαφές αφορούν στην επαφή σωμάτων που προσδιορίζονται από κυκλικά τόξα, όπως π.χ. τροχοί πάνω σε ράγες, έδρανα κύλισης, επαφές δοντιών οδοντωτών τροχών.
- β) Όλα τα στερεά σώματα έχουν επιφανειακές μικροανωμαλίες που προοούν να θεωρηθούν σαν πολύ μικρές σφαιρικές προεξοχές. Επομένως, η επαφή των ουσιαστικά επίπεδων επιφανειών καταλήγει στη μελέτη μιας σειράς σφαιρικών επαφών, όπου θα συγκεντρώσουμε την προσοχή μας στην παραμόρφωση των κορυφών αυτών των σφαιρικών μικροεπαφών.

3.1. Τάσεις λόγω φόρτισης

Στην τριβολογία ενδιαφέρει το τι συμβαίνει στα εξωτερικά στρώματα των επιφανιών (τυπικά σε απόσταση περίπου ενός χιλιοστού κάτω από την επιφάνεια). Η επίδραση σε απόσταση μερικών χιλιοστών κάτω από την επιφάνεια είναι δευτερεύουσας σημασίας, έτσι ώστε να μπορούμε να μεταχειριστούμε τις επιφάνειες σαν να αντιπροσωπεύουν τις επιφάνειες σωμάτων με ουσιαστικά άπειρο βάθος. Μ' αυτό τον τρόπο συγκεντρώνουμε την προσοχή μας στις λεπτομέρειες της επιφανειακής επαφής των στερεών σωμάτων, παρά στο γεωμετρικό τους σχήμα, πράγμα που, εκτός των άλλων, απλοποιεί και τα μαθηματικά.

Θεωρούμε ένα μεμονωμένο κάθετο φορτίο P ανά μονάδα μήκους στο επίπεδο xy που εφαρμόζεται σ' ένα σημείο O' (που ορίζεται από τις συντεταγμένες $(s, 0)$) στην επιφάνεια ($y=0$) ενός ημι-άπειρου στερεού σώματος και που έχει την ίδια τιμή για όλες τις τιμές του z (σχ. 3.1). Ορίζεται λοιπόν το πεδίο των ελαστικών τάσεων στο επίπεδο xy . Αν θεωρήσουμε ένα μοναδιαίο μήκος στη διεύθυνση z , η ακτινική τάση σ_r δίνεται από τη σχέση

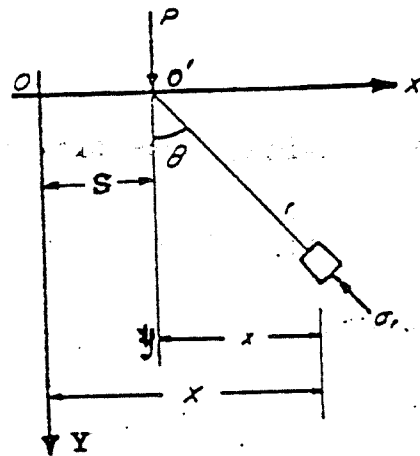
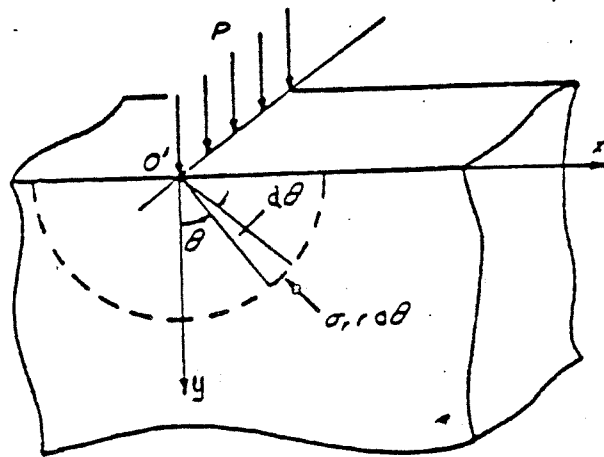
$$\sigma_r = -\frac{2P}{\pi} \cos \theta. \quad (3.1)$$

ενώ η εφαπτομενική τάση σ_θ και η διατμητική τάση τ_θ ισούνται με το μηδέν. Οι καρτεσιανές τάσεις που προκύπτουν ως προς Oxy είναι:

$$\sigma_x = \frac{\sigma_r}{2} (1 - \cos 2\theta) = \frac{2P}{\pi} \left[\frac{yx^2}{(x^2 + y^2)^2} \right]$$

$$\sigma_y = \frac{\sigma_r}{2} (1 + \cos 2\theta) = -\frac{2P}{\pi} \left[\frac{y^3}{(x^2 + y^2)^2} \right]$$

$$\tau_{xy} = \frac{\sigma_r}{2} \sin(2\theta) = -\frac{2P}{\pi} \frac{y^2x}{(x^2 + y^2)^2}$$



Σχ. 3.1. Τάσεις λόγω ενός γραμμικού φορτίου που ασκείται σ' ένα ημι-άπειρο σώμα

ή ως προς το αρχικό σύστημα Oxy είναι:

$$\sigma_x = -\frac{2P}{\pi} \left[\frac{Y(X-s)^2}{[(X-s)^2 + Y^2]^2} \right] \quad (3.2a)$$

$$\sigma_Y = -\frac{2P}{\pi} \left[\frac{Y^3}{[(Y-s)^2 + Y^2]^2} \right] \quad (3.2b)$$

$$\tau_{XY} = -\frac{2P}{\pi} \left[\frac{Y^2(X-s)}{[(X-s)^2 + Y^2]^2} \right] \quad (3.2c)$$

Ομοίως βρίσκουμε τις τάσεις που προκύπτουν από μια μοναδική εφαπτομενική φόρτιση T που ενεργεί στο σημείο O' (σχήμα 3.2) όπου

$$\sigma_r = -\frac{2T}{\pi r} \cos \theta' \quad (3.3)$$

$$\sigma_{\theta'} = \tau_{r\theta'} = 0$$

και

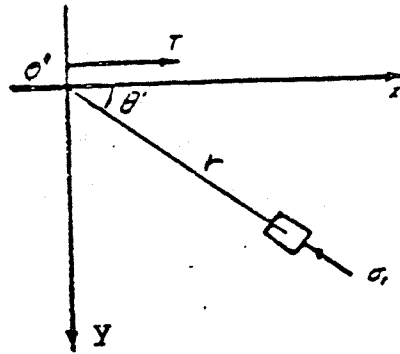
$$\sigma_X = -\frac{2T}{\pi} \left[\frac{Z(X-s)}{[(X-s)^2 + Y^2]^2} \right] \quad (3.4a)$$

$$\sigma_Y = -\frac{2T}{\pi} \left[\frac{(X-s)^3}{[(X-s)^2 + Y^2]^2} \right] \quad (3.4b)$$

$$\tau_{XY} = -\frac{2T}{\pi} \left[\frac{Y(X-s)^2}{[(X-s)^2 + Y^2]^2} \right] \quad (3.4c)$$

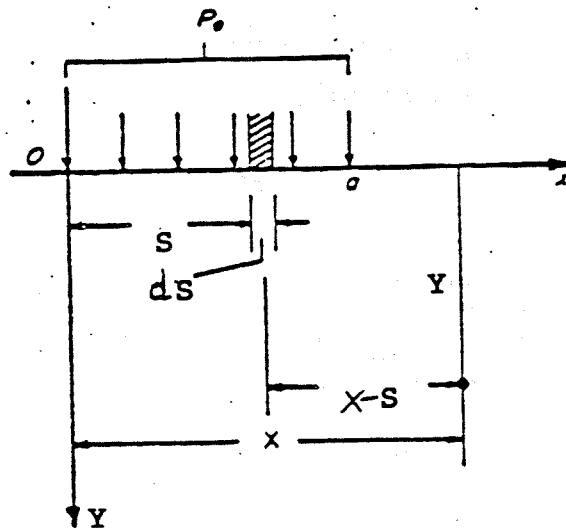
Αν τεθεί $T = \mu P$ όπου μ είναι ο κατάλληλος συντελεστής τριβής και προσθέσουμε τις τάσεις που προκύπτουν από το P και T σ' οποιοδήποτε σημείο (X, Y) θα βρούμε την κατανομή των τάσεων που δημιουργούνται σε μια απλή τριβολογική επαφή. Η λύση όμως έχει ένα σοβαρό μειονέκτημα. Αν εξετάσουμε τις εξισώσεις (3.1) και (3.2), βρίσκουμε ότι στο O' ($r=0$) οι τάσεις είναι άπειρες, πράγμα που είναι δεκτό. Αυτό προέκυψε από την υπόθεση ότι το φορτίο ενεργεί σ' ένα μοναδικό σημείο, δηλαδή, η επιφάνεια επαφής είναι

ίση με το μηδέν. Στην πράξη πρέπει να έχουμε πάντοτε πεπερασμένη επιφάνεια επαφής, πράγμα που αλλάζει το αρχικό πρόβλημα.



Σχ. 3.2. Τάσεις λόγω ενός εφαπτομενικού φορτίου που επίδρά σ' ένα ημι-άπειρο σώμα

Έστω ένα ομοιόμορφα καταναμημένο φορτίο που δημιουργεί μια πίεση επαφής πάνω σε μια περιοχή $0-a$ στην επιφάνεια ($y=0$) ενός ημι-άπειρου στερεού σώματος, σχήμα 3.3. Παίρνοντας ένα μήκος στη διεύθυνση z ίσο με τη μονάδα, βλέπουμε ότι το ολικό φορτίο P δίνεται από τη σχέση



Σχ. 3.3. Ομοιόμορφα καταναμημένο φορτίο

$$P = \int_0^a p dx = pa$$

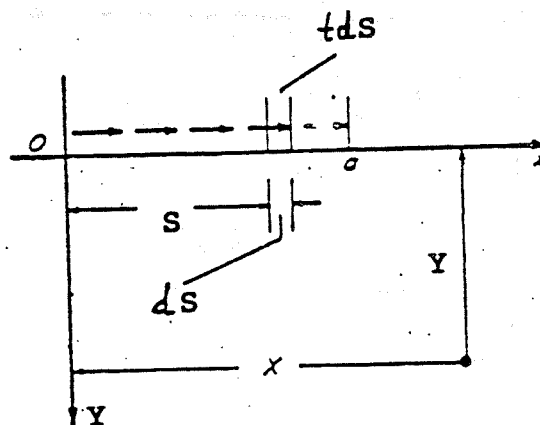
Αν θεωρήσουμε ένα πολύ μικρό φορτίο $p ds$ σε κάποιο σημείο που προσδιορίζεται από τις συντεταγμένες $(s, 0)$ μπορούμε να βρούμε την τάση σ' οποιοδήποτε σημείο (X, Y) που δημιουργείται από αυτό το φορτίο χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις (3.2). Στην περίπτωση αυτή το P αντικαθίσταται από το $p ds$. Η ολική τάση σ' ένα σημείο (X, Y) που οφείλεται στο καταναμημένο φορτίο P βρίσκεται αν αθροίσουμε τις επιδράσεις όλων των φορτίων $p ds$ που ενεργούν σε διάφορες τιμές του s από το 0 μέχρι το a , ή σε μαθηματική μορφή

$$\sigma_X = -\frac{2p}{\pi} \int_0^a \frac{Y(X-s)^2}{[(X-s)^2 + Y^2]^2} ds \quad (3.5a)$$

$$\sigma_Y = -\frac{2p}{\pi} \int_0^a \frac{Y^3}{[(X-s)^2 + Y^2]^2} ds \quad (3.5b)$$

$$\tau_{XY} = -\frac{2p}{\pi} \int_0^a \frac{Z^2(X-s)}{[(X-s)^2 + Y^2]^2} ds \quad (3.5c)$$

Ομοίως αν θεωρήσουμε ένα εφαπτομενικό φορτίο $T = \mu P$ καταναμημένο πάνω στην περιοχή $0-a$, τότε σε κάθε σημείο θα έχουμε $t dx = \mu p dx$ (σχ. 3.4)



Σχ. 3.4. Κατανομή ομοιόμορφου εφαπτομενικού φορτίου

και

$$T = \int_0^a t dx = \int_0^a \mu p dx = \mu P$$

Από τις εξισώσεις (3.4) για κάθε στοιχειώδες επαπτομενικό φορτίο $t ds$ που ενεργεί στο στοιχείο $dS(0, S)$ μπορούμε να βρούμε τις τάσεις σ' οποιοδήποτε σημείο (X, Y) που δημιουργείται από το ολικό κατανεμημένο φορτίο T ,

$$\sigma_X = -\frac{2t}{\pi} \int_0^a \frac{Z(X-s)}{[(X-s)^2 + Z^2]^2} ds \quad (3.6a)$$

$$\sigma_Y = -\frac{2t}{\pi} \int_0^a \frac{(X-s)^3}{[(X-s)^2 + Z^2]^2} ds \quad (3.6b)$$

$$\tau_{XY} = -\frac{2t}{\pi} \int_0^a \frac{Z(X-s)^2}{[(X-s)^2 + Z^2]^2} ds \quad (3.6c)$$

Για μια ολισθαίνουσα επαφή στην οποία εφαρμόζεται ένα κάθετο φορτίο P ομοιόμορφα κατανεμημένο πάνω στην επαφή $0-a$ οι συνολικές τάσεις είναι το άθροισμα των τάσεων που δίνονται από τις εξισώσεις (3.5) και (3.6). Είναι κατανοητό ότι με τη χρησιμοποίηση των λύσεων της μεμονωμένης κάθετης και επαπτομενικής φόρτισης σ' ένα σημείο μπορούμε να βρούμε την κατανομή τάσεων για οποιοδήποτε τύπο κατανομής φορτίου στην περιοχή επαφής (πέραν βέβαια του ομοιόμορφου).

3.2. Μετατοπίσεις λόγω φόρτισης

Αφού βρούμε την κατανομή των τάσεων μπορούμε στη συνέχεια να βρούμε τις μετατοπίσεις που παρουσιάζονται σ' ένα στερεό σώμα χρησιμοποιώντας τις εξισώσεις που συνδέουν την παραμόρφωση ϵ και τις αντίστοιχες μετατοπίσεις. Έτσι λοιπόν για ένα μοναδικό κάθετο φορτίο P που ενεργεί στο O' , σχήμα (3.1), η οριζόντια και κάθετη μετατόπιση u και v δίνονται από τις σχέσεις:

$$\varepsilon_r = \frac{\partial u}{\partial r} = \frac{1}{E}(\sigma_r - \nu\sigma_\theta) = -\frac{2P}{\pi r E} \cos \theta \quad (3.7a)$$

$$\varepsilon_\theta = \frac{u}{r} + \frac{\partial v}{r d\theta} = \frac{1}{E}(\sigma_\theta - \nu\sigma_r) = \nu \frac{2P}{\pi r E} \cos \theta \quad (3.7b)$$

$$\gamma_{r\theta} = r \frac{\partial u}{\partial \theta} + \frac{\partial v}{\partial r} - \frac{v}{r} = \frac{1}{G} \tau_{r\theta} = 0 \quad (3.7c)$$

όπου ν είναι ο λόγος Poisson και G το μέτρο διάτμησης.

Για να επιλυθούν αυτές οι διαφορικές εξισώσεις πρέπει να είναι νωστές οι οριακές συνθήκες. Υποθέτουμε ότι τα σημεία στον y -άξονα, δηλαδή στο $\theta=0$, δεν μετατοπίζονται πλευρικά και ότι σε κάποιο σημείο στον y -άξονα σε απόσταση b από την αρχή των αξόνων δεν υπάρχει κάθετη μετατόπιση. Είναι φανερό ότι μας ενδιαφέρουν οι μετατοπίσεις που δημιουργούνται στο όριο $y=0$, του στερεού σώματος, έτσι ώστε βάζοντας $\theta = \pm\pi/2$ στη λύση των παραπάνω εξισώσεων μπορεί να δειχθεί ότι η οριζόντια μετατόπιση δίνεται από τη σχέση

$$(u)_{y=0} = -\frac{(1-\nu)P}{2E} \quad (3.8)$$

Αυτό δείχνει ότι σ' όλα τα σημεία στο όριο του στερεού σώματος υπάρχει μια σταθερή μετατόπιση που έχει διεύθυνση προς την αρχή των αξόνων. Μπορούμε ακόμα να βρούμε ότι η κάθετη μετατόπιση ενός σημείου στο όριο $y=0$ σε απόσταση x από το σημείο τομής των αξόνων δίνεται από τη σχέση

$$(v)_{y=0} = \frac{2P}{\pi E} \log \frac{b}{x} - \frac{(1+\nu)P}{\pi E} \quad (3.9)$$

Εδώ βρίσκουμε ακόμα ότι στο σημείο εφαρμογής του φορτίου ($x=0$) η κάθετη μετατόπιση γίνεται άπειρη, λόγω της φόρτισης ενός σημείου. Αν το φορτίο είναι κατανεμημένο πάνω στην περιοχή $o-a$ (σχήμα 3.3) και προκαλεί πίεση επαφής p , η κάθετη μετατόπιση σ' οποιοδήποτε σημείο (X, o) που παράγεται από μια στοιχειώδη φόρτιση $p ds$ σε μια απόσταση s από το σημείο o είναι γνωστή από την εξ. (3.9), αφού αντικαταστήσουμε $p ds$ στη θέση του P και $(X-s)$ στη θέση του X , έτσι ώστε η ολική μετατόπιση στο σημείο (X, o) δίνεται από τη σχέση:

$$(v)_{y=0} = \frac{2}{\pi E} \int_0^a p \log \frac{b}{X-s} ds - \frac{(1+\nu)}{\pi E} \int_0^a p ds \quad (3.10)$$

Στην ανάλυση που έγινε μέχρι τώρα θεωρήθηκε ότι το στερεό υπόκειται σε επίπεδη παραμόρφωση. Για τα προβλήματα τριών διαστάσεων οι εξισώσεις είναι πολύπλοκες και τα αποτελέσματα είναι πολύ σημαντικά στην τριβολογία. Εδώ θα γίνει απλή αναφορά αυτών των αποτελεσμάτων, χωρίς επιπλέον ανάλυση.

Για ένα κάθετο σημειακό φορτίο P , που ενεργεί σ' ένα ημίσφαιρο στερεό σώμα, οι οριζόντιες και κάθετες μετατοπίσεις κατά μήκος του ορίου $y = 0$ σε απόσταση x από το σημείο εφαρμογής του φορτίου δίνονται από:

$$(u)_{y=0} = -\frac{(1-2\nu)(1+\nu)P}{2\pi E x} \quad (3.11)$$

$$(v)_{y=0} = \frac{(1-\nu^2)P}{\pi E x} \quad (3.12)$$

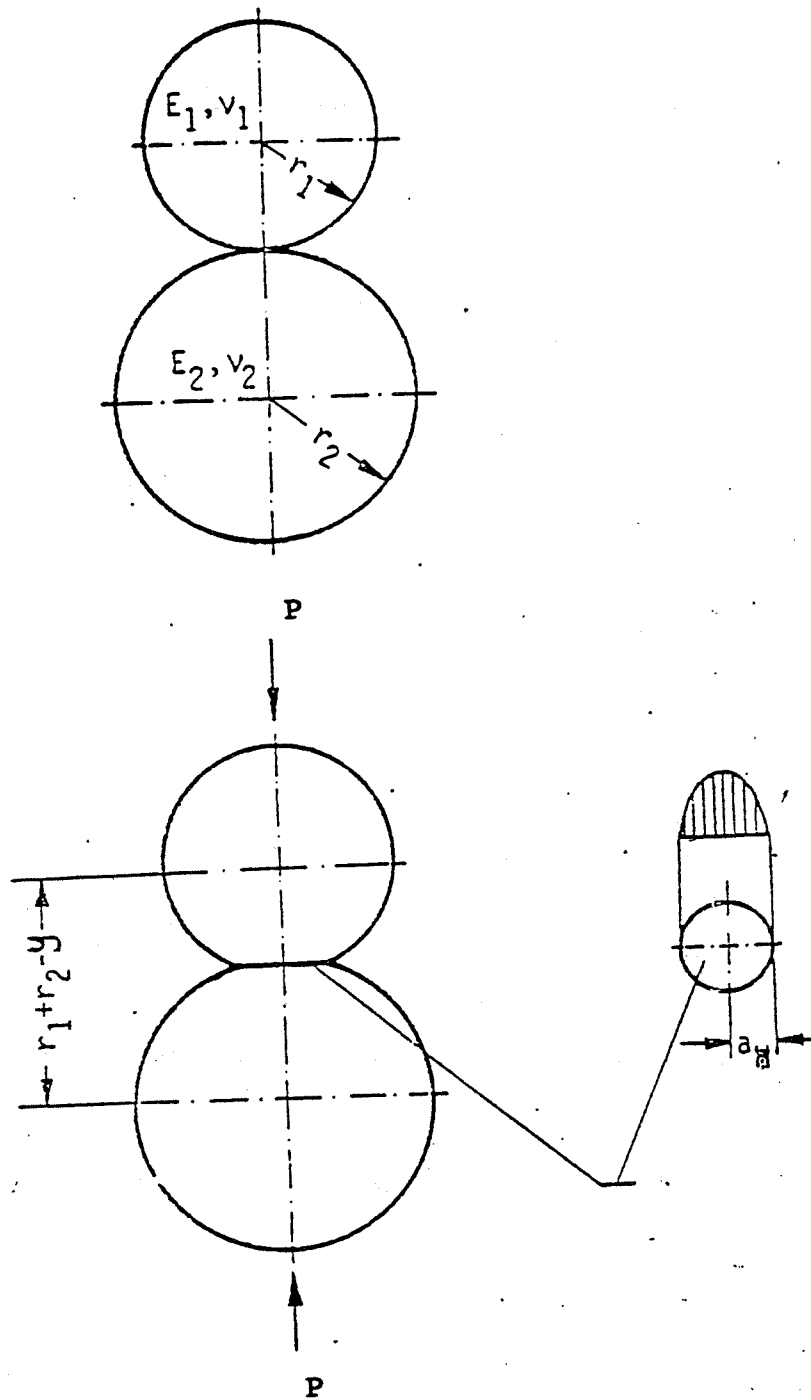
Για ένα φορτίο κατανεμημένο πάνω σε μια περιοχή του ορίου A που δημιουργεί πίεση p που ενεργεί σ' ένα στοιχείο με επιφάνεια dA που απέχει απόσταση x από κάποιο σημείο, η κάθετη μετατόπιση σ' αυτό το σημείο δίνεται από

$$(v)_{z=0} = \frac{(1-\nu^2)}{\pi E} \int_A \frac{p dA}{x} \quad (3.13)$$

3.3. Επαφή Hertz

Πολλές φορές στην τριβολογία ενδιαφέρει η επαφή μεταξύ στερεών με καμπύλες, όπως κύλινδροι, σφαίρες, έδρανα κύλισης, δόντια οδοντωτών τροχών κ.λπ. Για τα προβλήματα αυτά χρησιμοποιείται η θεωρία του Hertz. Στοιχεία της θεωρίας του Hertz δίνονται παρακατω.

α) Έστω η ελαστική επαφή δυο σφαιρών κάτω από κάθετη φόρτιση p (σχήμα 3.5).



Σχ. 3.5. Επαφή Hertz μεταξύ δυο σφαιρών

όπου r_1 και r_2 είναι οι ακτίνες καμπυλότητας των σφαιρών, E_1 , E_2 και ν_1 , ν_2 τα μέτρα ελαστικότητας και οι αντίστοιχοι λόγοι του Poisson. Έτσι έχουμε

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{r_1} + \frac{1}{r_2} \quad (3.14)$$

R : η ισοδύναμη ακτίνα καμπυλότητας

και

$$\frac{1}{E} = \frac{1}{2} \left[\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right] \quad (3.15)$$

E : συνολικό μέτρο ελαστικότητας.

Η πίεση επαφής p σε μια θέση r μέσα στην επιφάνεια επαφής και η ακτίνα επαφής a κάτω από την επιδραση ενός κάθετου φορτίου P δίνεται από τη σχέση

$$p = \frac{3P}{2\pi a^2} \left[1 - \left(\frac{r}{a} \right)^2 \right]^{1/2} \quad (3.16)$$

όπου

$$a = \left[\frac{3R}{2E} \right]^{1/3} P^{1/3} \quad (3.17)$$

Η επιφάνεια επαφής A είναι

$$A = \pi a^2 = \pi \left[\frac{3R}{2E} \right]^{2/3} P^{2/3} \quad (3.18)$$

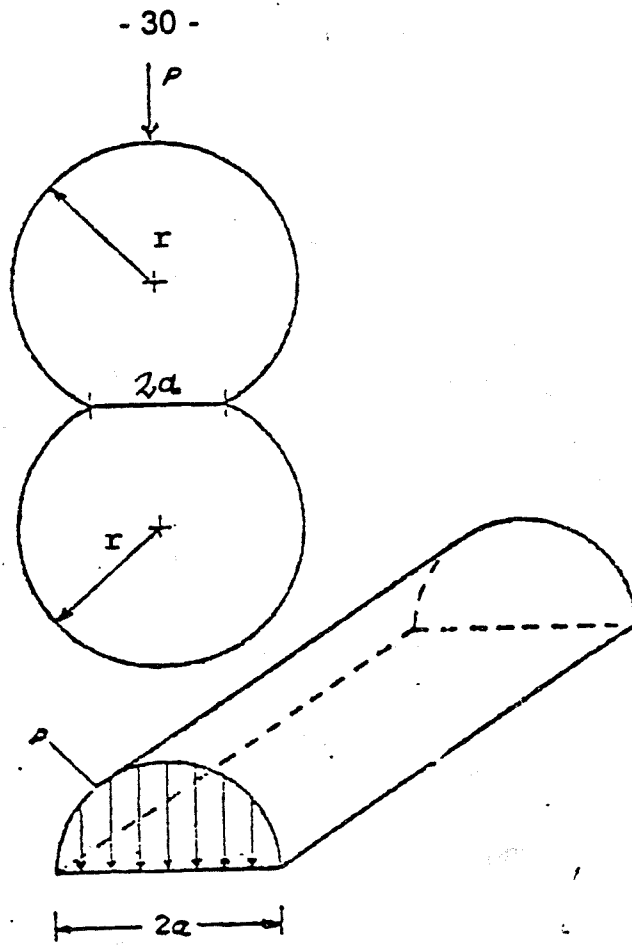
Η τιμή της προσέγγισης y των δυο σωμάτων, λόγω της ελαστικής τους παραμόρφωσης, είναι:

$$y = \left[\frac{9}{4E^2R} \right]^{1/3} P^{2/3} \quad (3.19)$$

β) Έστω η ελαστική επαφή δυο ομοίων κυλίνδρων κάτω από κάθετη φόρτιση P ανά μονάδα μήκους (σχήμα 3.6). Υποθέτουμε ότι το επίπεδο επαφής έχει πλάτος 2a. Επειδή η κάθετη παραμόρφωση στο κέντρο της ζώνης επαφής είναι μεγαλύτερη απ' ό,τι στις άκρες, η κατανομή της πίεσης p είναι

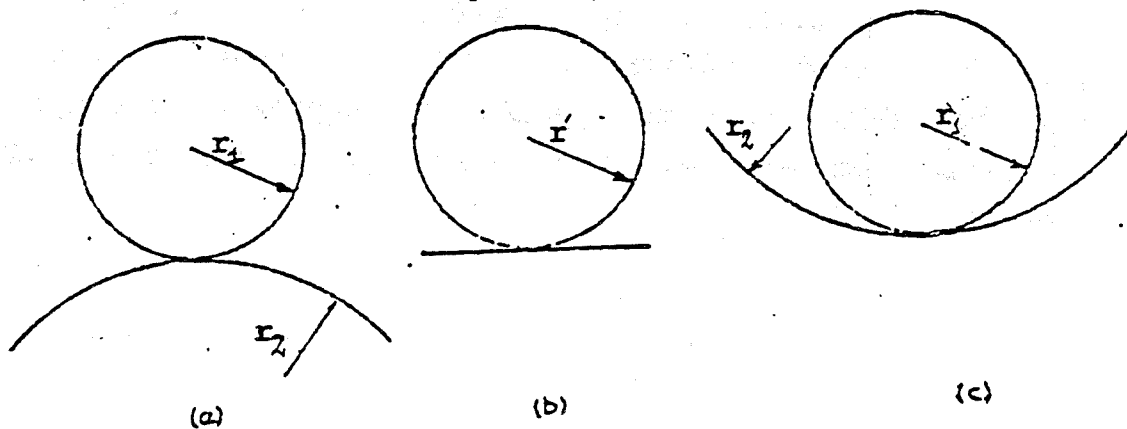
$$p = \frac{2P}{\pi a} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^{1/2} \quad (3.20)$$

$$a = \left[\frac{4P_N r (1 - \nu^2)}{\pi E} \right]^{1/2} \quad (3.21)$$



Σχ. 3.6. Κατανομή πίεσης στην επαφή δυο κυλίνδρων

Η λύση που προσδιορίζεται από τις εξισώσεις (3.20), (3.21) ισχύει και για επαφές όχι ακριβώς όμοιων κυλίνδρων. Όταν η γωνία επαφής είναι μικρότερη από 30° μπορούν να χρησιμοποιηθούν τα παραπάνω αποτελέσματα και για άλλες γεωμετρικές επιφάνειες επαφής (σχ. 3.7)



Σχ. 3.7. a) Ανόμοιοι κύλινδροι, b) κύλινδρος - επίπεδο, c) κύλινδρος σε κοίλη επιφάνεια

όπου

$$\frac{1}{E} = \frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \quad (3.22)$$

$$\frac{1}{R} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} \quad (3.23)$$

$$a = \left[\frac{4P_N R}{\pi E} \right]^{1/2} \quad (3.24)$$

Για επαφή κυλίνδρου με επίπεδο η ακτίνα του επιπέδου R είναι η ακτίνα του κυλίνδρου r , και για κοίλες καμπυλότητες η ακτίνα r_2 θεωρείται αρνητική.

Με χρήση των εξισώσεων (3.5) για στοιχειώδη φορτία pds και ολοκλήρωση για την πραγματική κατανομή της πίεσης, μας δίνει την καρτεσιανή κατανομή τάσεων μέσα στο σώμα.

$$\sigma_X = -\frac{4P}{\pi^2 a} \int_{-a}^0 \left[1 - \frac{s^2}{a^2} \right]^{1/2} \left[\frac{Z(X+s)^2}{[(X+s)^2 + Y^2]^2} \right] ds - \frac{4P}{\pi^2 a} \int_0^a \left[1 - \frac{s^2}{a^2} \right]^{1/2} \left[\frac{Y(X-s)^2}{[(X-s)^2 + Y^2]^2} \right] ds \quad (3.25a)$$

$$\sigma_Y = -\frac{4P}{\pi^2 a} \int_0^a \left[1 - \frac{s^2}{a^2} \right]^{1/2} \left[\frac{Y^3}{[(X+s)^2 + Y^2]^2} \right] ds - \frac{4P}{\pi^2 a} \int_0^a \left[1 - \frac{s^2}{a^2} \right]^{1/2} \left[\frac{Y^3}{[(X+s)^2 + Y^2]^2} \right] ds \quad (3.25b)$$

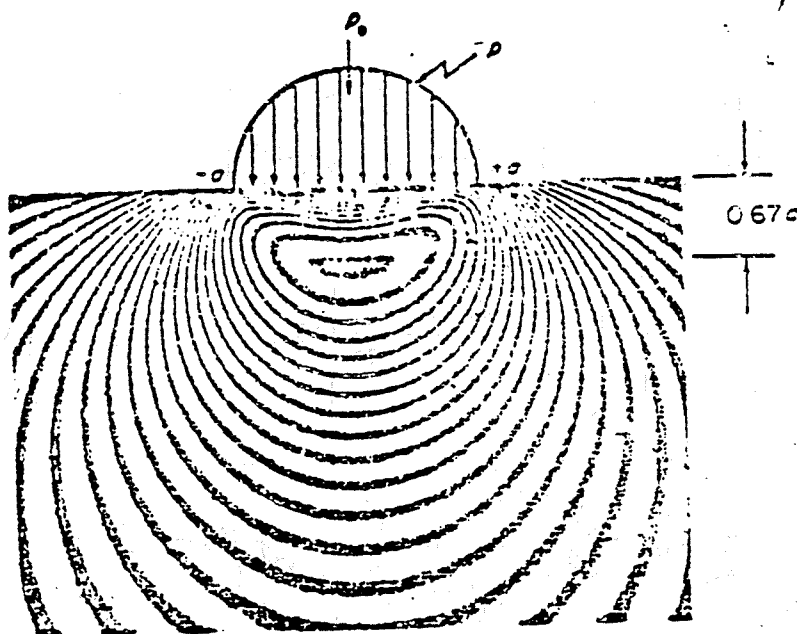
$$\tau_{XY} = -\frac{4P}{\pi^2 a} \int_{-a}^0 \left[1 - \frac{s^2}{a^2} \right]^{1/2} \left[\frac{Y^2(X+s)}{[(X+s)^2 + Y^2]^2} \right] ds$$

$$-\frac{4P}{\pi^2 a} \int_0^a \left[1 - \frac{s^2}{a^2}\right]^{1/2} \left[\frac{Y^2(X+s)}{[(X+s)^2 + Y^2]^2} \right] ds \quad (3.25c)$$

Η μέγιστη διατμητική τάση για επίπεδη καταπόνηση δίνεται από τη σχέση

$$\tau_{\max} = \left[\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} \right)^2 + \tau_{xy}^2 \right]^{1/2} \quad (3.26)$$

όπου σ_x , σ_y και τ_{xy} ορίζονται από τις εξισώσεις (3.25) και επομένως η εξίσωση (3.26) ορίζει τις τιμές του τ_{\max} σ' όλα τα σημεία. Η επίλυση αυτής της εξίσωσης δίνει την ικανότητα να χαραχθούν οι ισοχρωματικές, δηλαδή οι καμπύλες με σταθερό τ_{\max} (σχ. 3.8).



Σχ. 3.8. Ισοχρωματικές λόγω της κάθετης φόρτισης για την επαφή κυλίνδρου και επιπέδου

Η μέγιστη τιμή του τ_{\max} παρουσιάζεται κάτω από την επιφάνεια σε απόσταση $0,67a$. Επίσης προκύπτει ότι, καθώς το φορτίο αυξάνεται, το τ_{\max} σ' αυτό το σημείο θα φθάσει την τιμή τ_F (όπου τ_F το μισό του ορίου διαρροής σ_F) όταν η μέγιστη πίεση στο κέντρο της ζώνης επαφής ρ_0 είναι $3,1\tau_F$. Αυτό είναι ένα απροσδόκητο αποτέλεσμα, διότι θα περιμέναμε το επιφανειακό

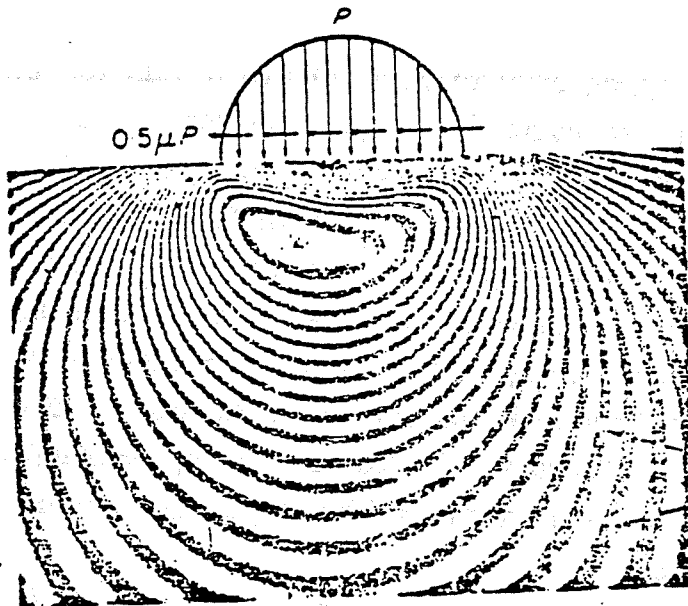
υλικό να υποστεί διαρροή όταν το p_0 φθάσει στην τιμή του $2\tau_f$. Αυτό όμως δεν γίνεται, διότι τα επιφανειακά στοιχεία υπόκεινται σε θλιπτικές τάσεις και προς τις τρεις ορθογώνιες κατευθύνσεις, επιτρέποντας στο p_0 να είναι μεγαλύτερο από το $2\tau_f$ χωρίς να προκαλείται διαρροή. Το παραπάνω είναι ένα πολύ σημαντικό αποτέλεσμα, διότι σημαίνει ότι οι πιέσεις επαφής που ξεπερνούν την τιμή της διαρροής του υλικού δεν καταλήγουν σε πλαστική παραμόρφωση και έτσι οι μεγαλύτερες φορτίσεις μπορούν να μεταφερθούν ελαστικά με επαφές τύπου Hertz. Επιπλέον, και όταν ακόμα έχει επέλθει διαρροή κάτω από την επιφάνεια, μόνο πολύ μικρή πλαστική παραμόρφωση μπορεί να υπάρξει, διότι η πλαστική ζώνη περιορίζεται από ελαστικό υλικό από όλες τις πλευρές.

Καθώς το φορτίο αυξάνεται περισσότερο, η πλαστική ζώνη θα αυξηθεί σε μέγεθος και τελικά θα εξαπλωθεί στην επιφάνεια του σώματος. Στη συνέχεια μπορεί να συμβεί πλαστική ροή και ο κύλινδρος θα σχηματίσει μια κοιλότητα στην επιφάνεια του σώματος. Αυτό θα συμβεί όταν η μέση πίεση επαφής p_m είναι περίπου $6\tau_f$, δηλαδή περισσότερο από δυο φορές την πίεση επαφής κατά την οποία επήλθε η αρχική διαρροή. Η μέση πίεση κάτω από αυτές τις συνθήκες είναι ο δίκτης σκληρότητας του υλικού H κι αυτός είναι ο λόγος που για τα μέταλλα βρίσκουμε ότι

$$H \approx 6\tau_f \approx 3\sigma_f$$

όπου σ_f είναι το μονοαξονικό όριο διαρροής σε εφελκυσμό του υλικού.

Μέχρι εδώ θεωρήσαμε μόνο κάθετες φορτίσεις που εφαρμόζονται σε επαφές τύπου Hertz. Το πεδίο των τάσεων όταν επιδρά κάποιο εφαπτομενικό φορτίο μP μπορεί να βρεθεί με την προηγούμενη μέθοδο, επειδή σ' όλα τα σημεία είναι προφανές ότι η εφαπτομενική δύναμη είναι $t = \mu p$. Αν συνδυάσουμε την κατανομή των τάσεων που προκαλούνται από τα κάθετα και εφαπτομενικά φορτία και υπολογίσουμε τις τιμές του τ_{max} , παίρνουμε ισοχρωματικό πλέγμα που φαίνεται στο σχήμα 3.9. Όπως φαίνεται τώρα, η θέση της μεγαλύτερης τιμής της μεγίστης διατμητικής τάσης είναι τώρα πολύ κοντύτερα στην επιφάνεια κι έτσι η πλαστική παραμόρφωση μπορεί να συμβεί ευκολότερα από ό,τι στην προηγούμενη περίπτωση. Δηλαδή η μακροσκοπική πλαστική παραμόρφωση επιταχύνεται από την ύπαρξη δυνάμεων τριβής.



Σχ. (3.9) Πραγματικές ισοχρωματικές για την επαφή κυλίνδρου-επιπέδου από την εφαρμογή συνδυασμού κάθετου και εφαπτομενικού φορτίου

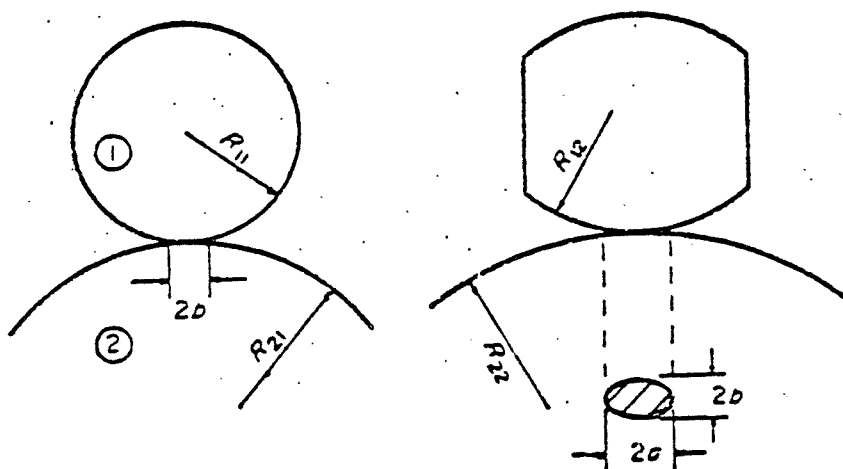
γ) Μέχρι τώρα αναφερθήκαμε σε δισδιάστατες επαφές τύπου Hertz. Σε πολλές πρακτικές εφαρμογές όμως, πρέπει να είμαστε σε θέση να χειριστούμε πιο πολύπλοκα τρισδιάστατα προβλήματα. Μια γενικότερη θεώρηση του προβλήματος είναι να θεωρήσουμε την επαφή δυο σωμάτων 1 και 2, των οποίων η γεωμετρία επαφής ορίζεται από τις κύριες ακτίνες καμπυλότητας του κάθε σώματος σε δυο ορθογώνια επίπεδα (Σχ. 3.10).

Η γεωμετρία της επαφής έχει ελλειπτικό σχήμα και η κατανομή της πίεσης επαφής δίνεται από τη σχέση

$$p = \frac{3P}{2\pi ab} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{b^2} \right)^{1/2} \quad (3.26)$$

Το μέγεθος της έλλειψης επαφής ορίζεται από τον ημιμέγιστο και ημιελάχιστο άξονα a και b που δίνονται από τις σχέσεις

$$a = K_a \left[\frac{3P}{4E'(A+B)} \right]^{1/3} \quad (3.27a)$$



Σχ. 3.10. Γενικευμένη επαφή δυο σωμάτων

$$b = K_b \left[\frac{3P}{4E'(A+B)} \right]^{1/3} \quad (3.27b)$$

όπου K_a και K_b είναι σταθερές που εξαρτώνται από τις καμπυλότητες των σωμάτων που βρίσκονται σε επαφή και τη γωνία μεταξύ των κάθετων επιπέδων που περιέχουν αυτές τις καμπυλότητες. Οι σταθερές A , B εξαρτώνται από τις ακτίνες καμπυλότητας R_{11} , R_{12} του στερεού 1 και R_{21} , R_{22} του στερεού 2 ως εξής:

$$B-A = \frac{1}{2} \left[\left(\frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{12}} \right)^2 + \left(\frac{1}{R_{21}} - \frac{1}{R_{22}} \right)^2 + 2 \left(\frac{1}{R_{11}} - \frac{1}{R_{12}} \right) \left(\frac{1}{R_{21}} - \frac{1}{R_{22}} \right) \cos 2\varphi \right]^{1/2} \quad (3.28)$$

$$A+B = \frac{1}{2} \left(\frac{1}{R_{11}} + \frac{1}{R_{12}} + \frac{1}{R_{21}} + \frac{1}{R_{22}} \right) \quad (3.29)$$

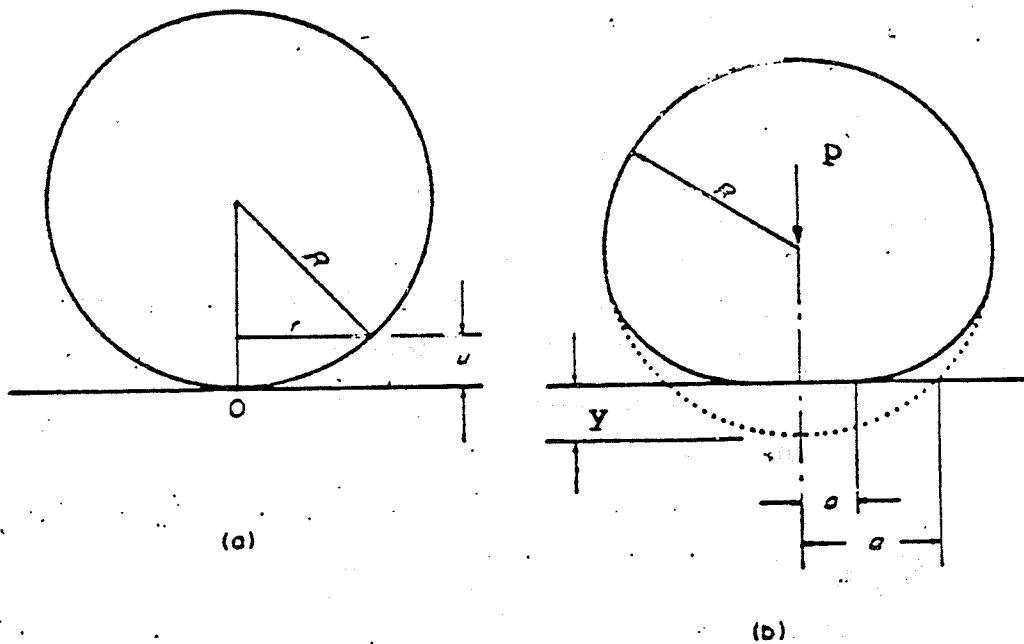
Μερικές φορές χρειάζεται να βρούμε τα πραγματικά σχήματα των επαφών. Για υλικά που έχουν τις ίδιες ελαστικές ιδιότητες είναι αρκετό να

υποθέσουμε ότι η παραμορφωμένη επιφάνεια, που έχει κάποια κοινή ακτίνα R , βρίσκεται περίπου στο μέσο των δυο αρχικών επιφανειών. Έτσι λοιπόν η τιμή της κοινής ακτίνας καμπυλότητας δίνεται από τη σχέση

$$R = \frac{2R_1R_2}{R_1 - R_2} \quad (3.30)$$

Είναι φανερό ότι για δυο ίδιες σφαίρες η παραπάνω εξίσωση δίνει το αναμενόμενο αποτέλεσμα μιας επίπεδης επιφάνειας επαφής.

Επίσης είναι απαραίτητο να ορίσουμε την κάθετη προσέγγιση μιας σφαίρας που οφείλεται στην εφαρμογή μιας κάθετης φόρτισης και στην επακόλουθη παραμόρφωση. Ας θεωρήσουμε την επαφή μιας σφαίρας και ενός επιπέδου, σχ. 3.11.



Σχ. 3.11. Ελαστική επαφή μεταξύ σφαίρας και επιπέδου

Κάθετη προσέγγιση λέμε την απόσταση κατά την οποία σημεία που βρίσκονται (και στα δυο σώματα) μακριά από τη ζώνη παραμόρφωσης κινούνται μαζί μόλις εφαρμοστεί ένα κάθετο φορτίο. Αυτό προκύπτει από την ισοπέδωση και γενική μετατόπιση της επιφάνειας μέσα στην περιοχή

παραμόρφωσης. Αν a είναι η ακτίνα της ζώνης επαφής και w είναι η μετατόπιση της σφαίρας στο όριο αυτής της ζώνης, τότε η κάθετη προσέγγιση y δίνεται από τη σχέση

$$y = u + w = \frac{a^2}{2R} + w$$

Στο κέντρο της ζώνης επαφής το y δίνεται από το βαθμό παραμόρφωσης και είναι επομένως λογικό να υποθέσουμε ότι η κάθετη προσέγγιση θα είναι ανάλογη με την ισοπέδωση της σφαίρας. Από την ανάλυση προκύπτει:

$$y = \left(\frac{9P^2}{16E^2R} \right)^{1/3} \quad (3.31)$$

ή

$$P = \frac{4}{3} ER^{1/2} y^{3/2} \quad (3.32)$$

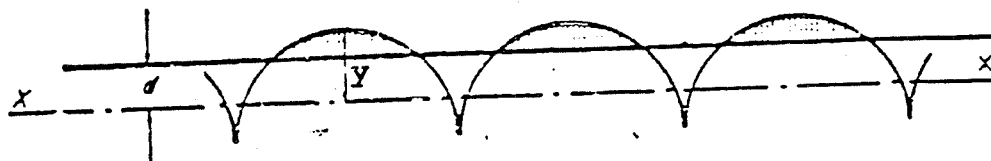
Η επιφάνεια επαφής A δίνεται από τη σχέση

$$A = \pi a^2 = \pi R y \quad (3.33)$$

3.4. Επαφές σε πραγματικές επιφάνειες

Θεωρούμε μια μοναδική τραχειά επιφάνεια με μια τελείως λεία επιφάνεια. Τα αποτελέσματα από μια τέτοια θεώρηση είναι ενδεικτικά των αποτελεσμάτων που θα περιμέναμε από πραγματικές επιφάνειες. Το πρόβλημα απλοποιείται περισσότερο με την εισαγωγή ενός μοντέλου για την τραχειά επιφάνεια όπου οι μικροανωμαλίες θεωρούνται σε σφαιρικά τμήματα, έτσι ώστε τα ελαστικά παραμορφωτικά χαρακτηριστικά τους μπορούν να οριστούν από τη θεωρία του Hertz.

Έστω μια επιφάνεια με μοναδιαία ονομαστική επιφάνεια που αποτελείται από μια σειρά όμοιων σφαιρικών μικροανωμαλιών με το ίδιο ύψος y σε σχέση με επίπεδο αναφοράς xx' , Σχ. 3.12. Καθώς η λεία επιφάνεια προσεγγίζει, λόγω της εφαρμογής φορτίου, βλέπουμε ότι η κάθετη προσέγγιση δίνεται από το $(y-d)$ όπου d είναι η απόσταση που υπάρχει μεταξύ της λείας επιφάνειας και το επίπεδο αναφοράς.



Σχ. 3.12. Επαφή ανάμεσα σε λείο επίπεδο και μια ιδεώδη τραχεία επιφάνεια

Κάθε μικροανωμαλία παραμορφώνεται εξίσου και μεταφέρει το ίδιο φορτίο P_i έτσι ώστε για n μικροανωμαλίες ανά μονάδα επιφάνειας, το συνολικό φορτίο P θα ισούται με nP_i . Για κάθε μικροανωμαλία το φορτίο P_i και η επιφάνεια επαφής A_i είναι γνωστά από τη θεωρία του Hertz. Αν β είναι η ακτίνα της μικροανωμαλίας, έχουμε

$$P_i = \frac{4}{3} E \beta^{1/2} (y - d)^{3/2} \quad (3.34)$$

και

$$A_i = \pi \beta (y - d) \quad (3.35)$$

το συνολικό φορτίο δίνεται από τη σχέση

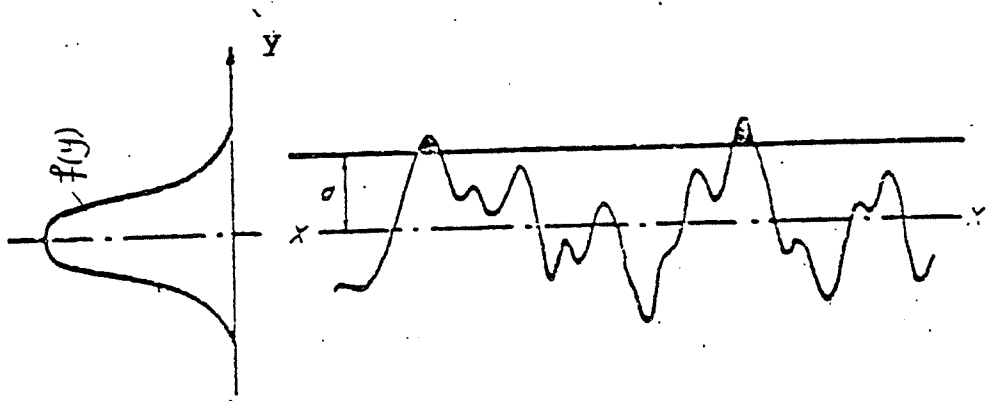
$$P = \frac{4}{3} n E \beta^{1/2} \left(\frac{A_i}{\pi \beta} \right)^{3/2} \quad (3.36)$$

δηλαδή το φορτίο σχετίζεται με τη συνολική πραγματική επιφάνεια επαφής $A = nA_i$ με τη σχέση

$$P = \frac{4E'}{3\pi^{3/2} n^{1/2} \beta} A^{3/2} \quad (3.37)$$

Όπως αναφέρθηκε, στις πραγματικές επιφάνειες οι μικροανωμαλίες έχουν διάφορα ύψη που μπορούν να περιγραφούν από μια κατανομή πιθανότητας των υψών των κορυφών τους. Θα πρέπει λοιπόν να τροποποιηθεί το προηγούμενο μοντέλο μας, έτσι ώστε η ανάλυση της

προηγούμενης επαφής να συμπεριλάβει αυτή τη φορά την πιθανότητα του ποσοστού μικροανωμαλιών που εφάπτονται με τη λεία επιφάνεια. (Σχ. 3.13)



Σχ. 3.13. Επαφή μεταξύ λείου επιπέδου και πραγματικής επιφάνειας

Αν $f(y)$ είναι η συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας των υψών των κορυφών, τότε από τη στατιστική ανάλυση προκύπτει

$$A = \pi \eta \beta \int_d^{\infty} (y - d) f(y) dy \quad (3.38)$$

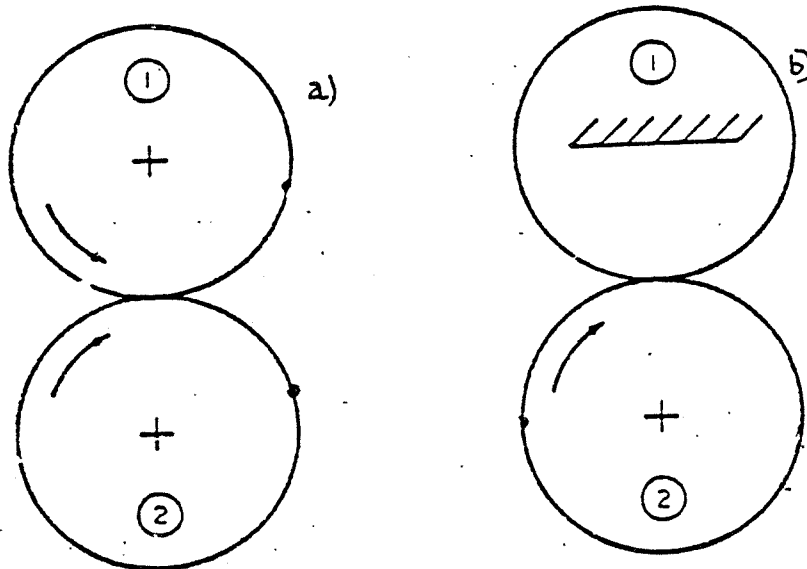
$$P = \frac{4}{3} \eta \beta^{1/2} E \int_d^{\infty} (y - d)^{3/2} f(y) dy \quad (3.39)$$

Συμπερασματικά αναφέρεται ότι η σχέση μεταξύ της πραγματικής επιφάνειας επαφής και του φορτίου εξαρτάται από τον τρόπο παραμόρφωσης και την κατανομή του επιφανειακού προφίλ. Όταν οι μικροανωμαλίες παραμορφώνονται πλαστικά, το φορτίο σχετίζεται γραμμικά με την πραγματική επιφάνεια επαφής για οποιαδήποτε κατανομή των υψών των μικροανωμαλιών. Όταν οι μικροανωμαλίες παραμορφώνονται ελαστικά, η γραμμικότητα μεταξύ φορτίου και πραγματικής επιφάνειας επαφής υπάρχει μόνον εκεί που η κατανομή προσεγγίζει μια εκθετική μορφή, πράγμα που συμβαίνει συχνά σε πολλές παρακτικές επιφάνειες. Στις περισσότερες πρακτικές εφαρμογές οι ψηλότερες μικροανωμαλίες θα μπορούσαν να παραμορφωθούν πλαστικά, ενώ οι χαμηλότερες εφάπτόμενες

μικροανωμαλίες είναι ακόμα ελαστικές. Έτσι λοιπόν έχουμε ένα μικτό πλαστικο-ελαστικό σύστημα στις πιο πολλές πραγματικές επαφές, όπου όσο μεγαλύτερο είναι το φορτίο, άρα και η κάθετη προσέγγιση, τόσο περισσότερες πλαστικές επαφές υπάρχουν. Βλέπουμε λοιπόν ότι η κάθετη προσέγγιση θα είναι κατά κάποιον τρόπο ένας δείκτης του βαθμού πλαστικότητας που υπάρχει.

4. ΘΕΡΜΟΤΗΤΑ ΚΑΙ ΘΕΡΜΟΚΡΑΣΙΑ ΕΠΑΦΩΝ

Έστω δυο επαπτόμενοι δίσκοι (σχ. 4.1) και έστω ότι κυλάνε με πολύ μικρή σχετική ολίσθηση.



Σχ. 4.1. Κυλιόμενοι δίσκοι

Τα σημεία και των δυο δίσκων περνούν από τη ζώνη επαφής όπου δημιουργείται θερμότητα. Η αύξηση της θερμοκρασίας τους θα είναι σχετικά χαμηλή, γιατί η τριβή είναι μικρή (μικρή σχετική ολίσθηση) και η παραγόμενη θερμότητα καταναλώνεται λόγω απωλειών κατά την περίοδο ηρεμίας.

Αν ο ένας δίσκος είναι ακίνητος (σχ. 4.1b), τότε μιλάμε για μια κατάσταση καθαρής ολίσθησης. Σ' αυτή την περίπτωση τα επιφανειακά σημεία του δίσκου 2 υπόκεινται σε σχετικά υψηλές θερμοκρασίες όταν περνάνε από τη ζώνη επαφής και στη συνέχεια ηρεμούν για αρκετό χρόνο και ψύχονται. Τα επιφανειακά σημεία στο δίσκο 1, δεν ξεφεύγουν από τη ζώνη επαφής και συνέχεια υπόκεινται σε συνεχή αύξηση της θερμοκρασίας που τείνει σε μια σταθερή κατάσταση που προσδιορίζεται από τις θερμικές ιδιότητες ολόκληρου του συστήματος. Σ' αυτό το παράδειγμα η ζώνη επαφής, που είναι προσδιορισμένη στο διάστημα, μπορεί να θεωρηθεί σαν μια ακίνητη πηγή θερμότητας για το δίσκο 1 και σαν κινούμενη πηγή θερμότητας για το δίσκο 2.

4.1. Ακίνητη και κινούμενη πηγή θερμότητας

Έστω ένα ημιάπειρο σώμα και μια ακίνητη πηγή θερμότητας που ενεργεί πάνω σε μια μικρή κυκλική επιφάνεια με ακτίνα a . Εδώ έχουμε παροχή θερμότητας προς το σώμα δια μέσου μιας ορισμένης επιφάνειας, ενώ επικρατεί σταθερή κατάσταση. Αν Q είναι ο ρυθμός παραγωγής θερμότητας, μπορεί να δειχτεί ότι η μέση θερμοκρασιακή αύξηση $\Delta\theta$ στην επιφάνεια είναι

$$\Delta\theta = \frac{Q}{4a\lambda} \quad (4.1)$$

όπου λ είναι ο συντελεστής θερμικής αγωγιμότητας του σώματος. Αν η θερμοκρασία σ' άλλα σημεία του σώματος μακριά από την πηγή θεωρηθεί μηδέν, τότε η μέση επιφανειακή θερμοκρασία του σώματος θα είναι

$$\theta_s = \frac{Q}{4a\lambda} \quad (4.2)$$

Αν μια κινούμενη θερμική πηγή διασχίζει την επιφάνεια ενός ημιάπειρου σώματος με σχετικά μεγάλη ταχύτητα V , μπορούμε να αγνοήσουμε τις επιδράσεις της εγκάρσιας ροής θερμότητας και να θεωρήσουμε το πρόβλημα σα γραμμική ροή θερμότητας. Σ' αυτή την περίπτωση, αν η θερμότητα παράγεται με σταθερό ρυθμό q ανά μονάδα επιφάνειας, τότε η μέση θερμοκρασιακή αύξηση στην επιφάνεια του σώματος θα είναι

$$\Delta\theta = \frac{2qt^{1/2}}{(\pi\lambda\rho c)^{1/2}} \quad (4.3)$$

όπου t είναι ο χρόνος κατά τη διάρκεια του οποίου παράγεται θερμότητα, ρ η πυκνότητα και c είναι η ειδική θερμότητα.

Αν η παραγωγή θερμότητας γίνεται δια μέσου μιας κυκλικής επιφάνειας με ακτίνα a , τότε, βάζοντας $q = Q/\pi a^2$, μπορούμε να βρούμε τη μέση επιφανειακή θερμοκρασία. Επομένως

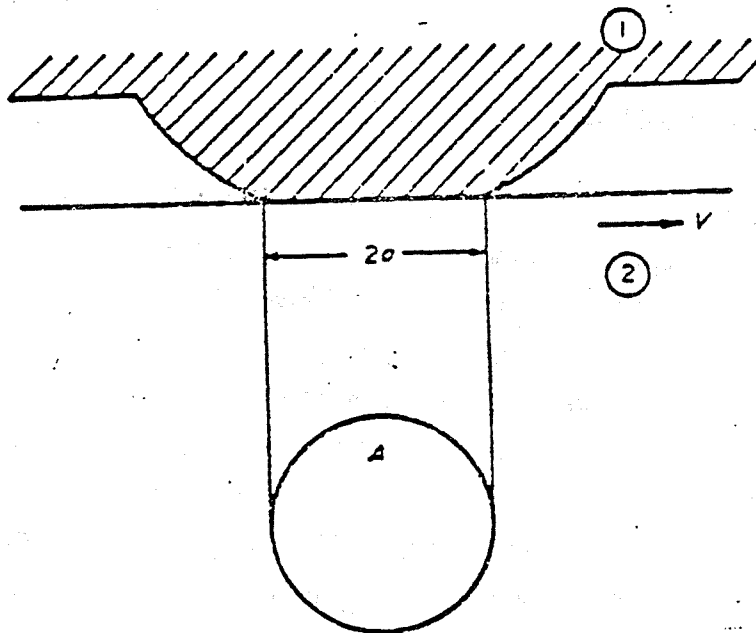
$$\theta_s = \frac{0,318Q}{a(a\lambda\rho CV)^{1/2}} \quad (4.4)$$

Τα παραπάνω μπορούν να εφαρμοσθούν στο μοντέλο της επαφής που φαίνεται στο σχήμα 4.2, όπου μια μοναδική σφαιρική μικροανωμαλία του σώματος 1 έρχεται σε επαφή, κάτω από ένα κάθετο φορτίο P , με την επιφάνεια του σώματος 2 που υποτίθεται ότι ολισθαίνει με σταθερή ταχύτητα V . Η θερμότητα που παράγεται πάνω στην επιφάνεια επαφής A θα είναι

$$Q = \frac{\mu P V}{J}$$

όπου J είναι το μηχανικό ισοδύναμο της θερμότητας και μ συντελεστής τριβής.

Κατά τη διάρκεια της ολίσθησης, η επιφάνεια επαφής του σώματος 1 συνεχώς δέχεται ένα μέρος του Q (έστω kQ), ενώ το υπόλοιπο $(1-k)Q$ θα ρέει μέσα στο σώμα 2.



Σχ. 4.2. Θερμότητα λόγω τριβής σε μια μοναδική σφαιρική προεξοχή

Για μια τέτοια επαφή και τα δυο σώματα μπορούν να θεωρηθούν σαν ημιάπειρα, έτσι ώστε οι επιφανειακές τους θερμοκρασίες μπορούν να βρεθούν με την εφαρμογή των αποτελεσμάτων που βρέθηκαν για ακίνητες και κινούμενες πηγές θερμότητας. Με βάση τις εξισώσεις (4.1) και (4.2) οι επιφανειακές θερμοκρασίες των σωμάτων 1 και 2 δίνονται από τις σχέσεις:

$$\theta_1 = \frac{k\mu PV}{4a\lambda_1 J} \quad (4.5)$$

και

$$\theta_2 = \frac{0.381(1-k)}{aJ} \left(\frac{V}{a\lambda_2 \rho_2 c_2} \right)^{1/2} \quad (4.6)$$

Τώρα απομένει να ορίσουμε το συντελεστή k . Αυτός εξαρτάται από τα χαρακτηριστικά μετάδοσης θερμότητας των επαπτόμενων σωμάτων, αλλά για απλοποίηση μπορούμε να υποθέσουμε ότι το k ορίζεται από το λόγο των θερμικών διαχύσεων των δυο σωμάτων, δηλαδή

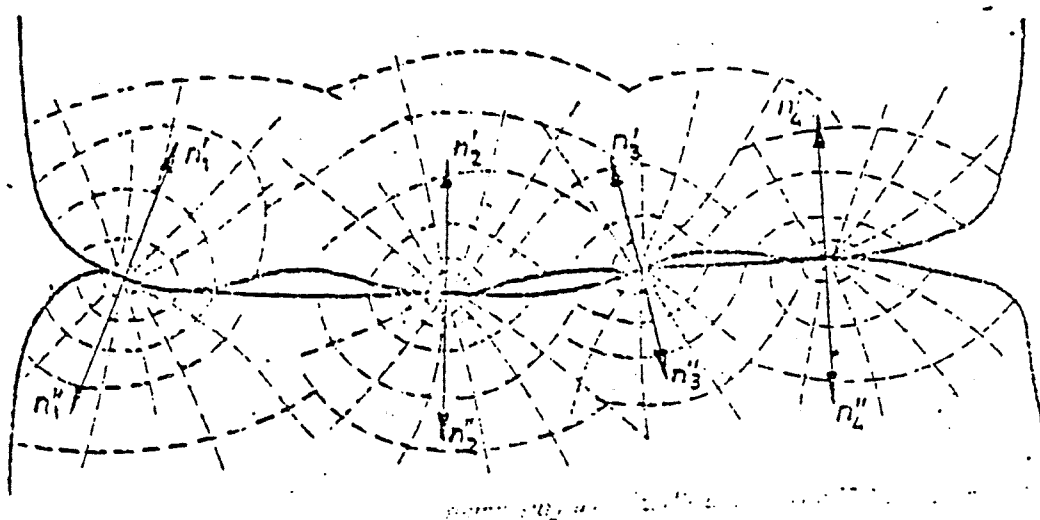
$$\frac{k}{1-k} = \frac{\lambda_1 / \rho_1 c_1}{\lambda_2 / \rho_2 c_2} \quad (4.7)$$

Το k καλείται συντελεστής κατανομής θερμότητας.

4.2. Θερμοκρασία επαφής πραγματικών επιφανειών

Κατά τη σχετική κίνηση δυο στερεών σωμάτων παράγεται θερμότητα σ' ένα λεπτό επιφανειακό στρώμα που είναι αποτέλεσμα της μηχανικής παραμόρφωσης των μικροανωμαλιών και της διάσπασης των συγκολλημένων δεσμών συνάφειας. Η επακόλουθη αύξηση της θερμοκρασίας μπορεί να οδηγήσει σε τοπικό μαλάκωμα λόγω ερπυσμού και τήξη του υλικού. Η θερμότητα μεταδίδεται από τα σημεία επαφής και στα δυο σώματα και η κατανομή της εξαρτάται απ' τις θερμικές ιδιότητες των υλικών, τις διαστάσεις τους και τις συνθήκες ψύξης. Η θερμότητα μεταδίδεται κάθετα προς τα σημεία επαφής των επιφανειών, όπως φαίνεται στο σχήμα 4.3.

Η κατανομή της θερμότητας στα τριβόμενα υλικά οδηγεί στη μεταβολή των μηχανικών ιδιοτήτων ενός λεπτού επιφανειακού στρώματος. Η ολική ροή θερμότητας εξαρτάται από το έργο που καταναλώνεται για το ξεπέραςμα της τριβής και το μέγεθος της επιφάνειας που δημιουργείται η θερμότητα. Η θερμότητα που παράγεται από την τριβή μεταξύ δυο επιφανειών διασκορπίζεται στα δυο σώματα αλλά και στο περιβάλλον. Εδώ ο συντελεστής θερμότητας k πρέπει να λαμβάνει υπόψη το παραπάνω γεγονός.



Σχ. 4.3. Μετάδοση θερμότητας κατά την επαφή δυο επιφανειών

Όταν δυο καλολειασμένες επιφάνειες ολισθαίνουν η μια πάνω στην άλλη, η επαφή υπάρχει μόνο στις κορυφές των μικροανωμαλιών οι οποίες βρίσκονται σ' επαφή για πολύ μικρό χρονικό διάστημα, της τάξης του 1×10^{-7} - 1×10^{-8} sec. Στα συγκεκριμένα αυτά σημεία επαφής δημιουργούνται στιγμιαίες εξάρσεις θερμοκρασίας που μπορεί να είναι τόσο ψηλές ώστε να αλλάξουν τις συνθήκες ολίσθησης. Έγιναν μετρήσεις των εξάρσεων αυτών (κατά την ολίσθηση) με την ηλεκτρεγερτική δύναμη που δημιουργείται μεταξύ μεταλλικών πείρων που τρίβονται σ' έναν περιστρεφόμενο χαλύβδινο δίσκο. Αυξανόμενης της ταχύτητας βρέθηκαν θερμοκρασίες που αντιστοιχούσαν στο σημείο τήξης των υλικών. Π.χ. για συνδυασμό constantan - χάλυβα βρέθηκε να παράγεται θερμοκρασία της τάξης των 700°C για χρόνο επαφής μικρότερο από 1×10^{-4} sec. Από τα πειράματα βρέθηκε η παρακάτω σχέση για τη μέγιστη θερμοκρασία στο κέντρο μιας επαφής

$$\Theta_{\max} = \frac{2(1 + \sqrt{2})\mu r \Phi_2}{\rho_2 c_2 \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2} + \sqrt{\pi \Phi_2} \right)}$$

όπου

ρ = πίεση

$$\Phi_2 = \frac{VR_1}{4\rho_2 c_2}$$

Η ροή θερμότητας σε όλες τις περιπτώσεις είναι

$$q = \frac{\mu P u}{A J}$$

όπου

P = το φορτίο

u = η σχετική ταχύτητα ολίσθησης

A = η επιφάνεια μιας επαφής

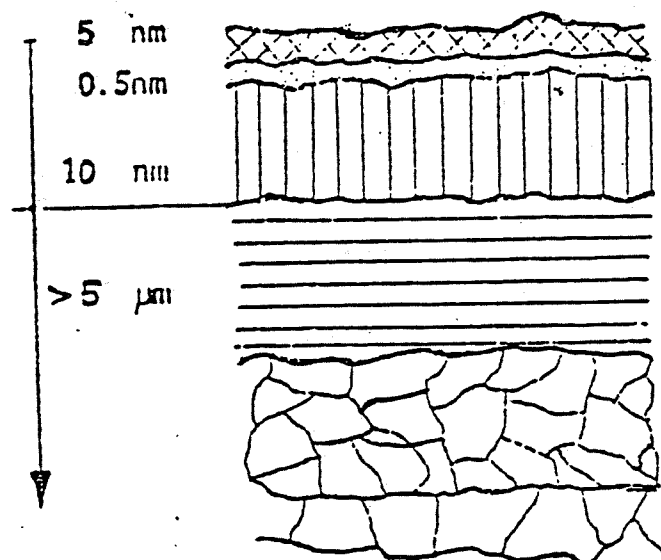
J = το μηχανικό ισοδύναμο της θερμότητας.

5. ΦΥΣΙΚΟΧΗΜΕΙΑ ΕΠΑΦΩΝ

Κατά την επαφή των φυσικών σωμάτων, εκτός από τη Μηχανική των Επαφών πρέπει να λαβαίνονται υπ' όψη και οι εσωστρωματικές μοριακές αλληλεπιδράσεις και επιφανειακές δυνάμεις. Επειδή αυτές οι διεργασίες εξαρτώνται από τη φυσική και χημική κατάσταση των επιφανειών που βρίσκονται σε επαφή, χρειάζεται να περιγράψουμε τα χαρακτηριστικά των επιφανειών. Από τη σκοπιά της Φυσικής Στερεής Κατάστασης, οι επιφάνειες των κρυσταλλικών σωμάτων αντιπροσωπεύουν το απότομο τέλος της κρυσταλλικής δομής. Συγκρινόμενα με τις ιδιότητες των κρυσταλλικών σωμάτων, οι περιπλοκές που δημιουργούνται από ένα απότομο σταμάτημα της δομής είναι:

- Αλληλεπίδραση επιφάνειας και περιβάλλοντος (φυσική πρόσφηση, χημική πρόσφηση, οξειδωση ή σχηματισμό επιφανειακού στρώματος).
- Αλλαγή στις φυσικές ιδιότητες.
- Σκλήρυνση λόγω κατεργασίας.
- Τοπικές συγκεντρώσεις τάσεων.

Για να περιγραφεί η σύνθεση των πραγματικών επιφανειών διαχωρίσθηκαν οι επιφάνειες των υλικών σε "εσωτερικά στρώματα" (κυρίως υλικό και στρώματα σκληρυμένα λόγω κατεργασίας) και "εξωτερικά στρώματα" (ρύπο, στρώματα πρόσφησης και στρώματα οξειδίων). Η σύσταση μιας τέτοιας επιφάνειας σε τομή φαίνεται στο σχ. 5.1.



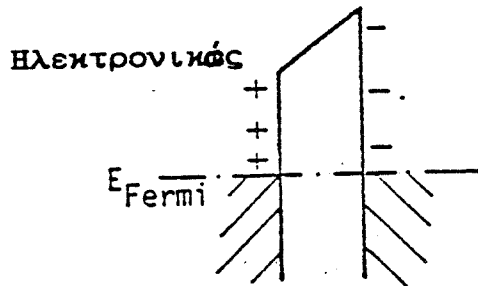
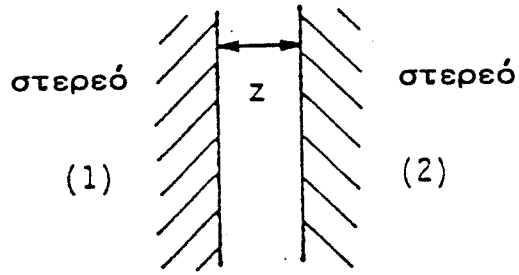
Σχ. 5.1. Σχηματική παράσταση της στρωματικής σύνθεσης μιας μεταλλικής επιφάνειας

Το πρώτο στρώμα είναι το στρώμα του ρύπου. Το δεύτερο στρώμα είναι το στρώμα προσροφημένου αερίου. Το τρίτο στρώμα είναι το στρώμα του οξειδίου. Το τέταρτο στρώμα είναι το σκληρομένο στρώμα λόγω κατεργασίας και το τελευταίο στρώμα είναι το μεταλλικό υπόστρωμα. Η σύνθεση μιας επιφάνειας και η δομή και το πάχος των διάφορων επιφανειακών στρωμάτων, επομένως, εξαρτάται από την προετοιμασία της επιφάνειας και το περιβάλλον, εκτός από τις κύριες ιδιότητες των υλικών.

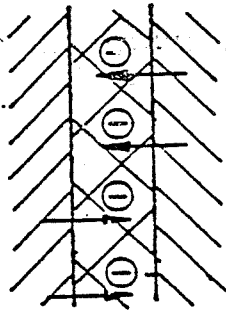
Έστω τώρα η διαδικασία επαφής δυο στερεών σωμάτων κάτω από την επίδραση μιας κάθετης φόρτισης P . Οι επαπτόμενες επιφάνειες θα αλληλοεφάπτονται μόνο σε διακεκριμένα μικροσημεία (στις κορυφές και κοιλάδες των μικροανωμαλιών), που το άθροισμά τους σχηματίζει την πραγματική επιφάνεια επαφής A . Ως γνωστόν, κατά τη διεργασία του σχηματισμού μιας επαφής, εκτός από ελαστική παραμόρφωση οι μικροανωμαλίες υπόκεινται και σε πλαστική παραμόρφωση. Λόγω αυτών των παραμορφωτικών διεργασιών υπάρχει στενή επαφή μεταξύ των μικροανωμαλιών, έτσι που οι μοριακές επιφανειακές δυνάμεις ενεργούν πάνω στο μεσόστρωμα, με αποτέλεσμα να δημιουργούνται σύνδεσμοι και τοπικές συγκολλήσεις. Έτσι πρέπει να λαβαίνονται υπόψη οι διάφοροι τύποι μοριακών δυνάμεων που δημιουργούν πρόσφυση, καθώς και η ενέργεια που χρειάζεται για τις συγκολλήσεις μεταξύ των διαφόρων στρωμάτων.

Θεωρητικά οι δυνάμεις πρόσφυσης μεταξύ δυο αλληλοεφαπτομένων στερεών συμπεριλαμβάνουν όλους τους τύπους αλληλοεπίδρασης, που συντελούν στη συνοχή των στερεών, όπως μεταλλικούς, ομοιοπολικό σθένος και ιοντικούς δεσμούς, δηλαδή πρωτογενείς χημικούς δεσμούς (δυνάμεις μικρής ακτίνας δράσης), καθώς και δευτερεύοντες δεσμούς τύπου Van der Waal (δυνάμεις μεγάλης ακτίνας δράσης). Αν για παράδειγμα δυο κομμάτια χρυσού τεθούν σε επαφή, θα σχηματίσουν μεταλλικούς δεσμούς σε επίπεδο "ατόμων" και το μεσόστρωμα θα έχει την αντοχή του χρυσού. Δυνάμεις Van der Waal (μεγάλης ακτίνας δράσης) δημιουργούνται κατά την προσκόλληση μεταξύ μαλακών (ελαστικών) υλικών και μεταξύ πολυμερών στερεών. Στο σχήμα 5.2 φαίνονται μερικά χαρακτηριστικά των μηχανισμών πρόσφυσης. Λόγω της σπουδαιότητας της προσκόλλησης στις τριβολογικές διεργασίες, θα εξετάσουμε μερικά χαρακτηριστικά των δυνάμεων Van der Waal και των μεταλλικών δεσμών (τις κύριες αιτίες για την πρόσφυση των πολυμερών και των μετάλλων).

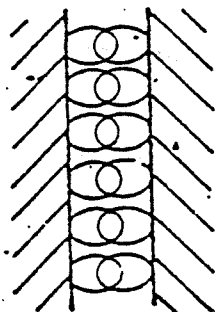
van der Waals



Μεταλλικός



Ομοιοπολικός



Σχ. 5.2. Μηχανισμοί πρόσφυσης

Αν δυο στερεά έρθουν σε επαφή θα δημιουργηθούν ελκτικές δυνάμεις τύπου Van der Waal. Αυτές οι δυνάμεις δημιουργούνται από τη διακύμανση της κατανομής του ηλεκτρικού φορτίου στα άτομα ή μόρια των δυο σωμάτων που δημιουργούν στιγμιαίους και συνεχώς αλλάζοντες διεύθυνση διπολικούς δεσμούς και αντίστοιχα επαγωγικά δίπολα σε γειτονικά άτομα ή μόρια. Σαν πρώτη προσέγγιση για ένα στερεό σώμα υποτίθεται ότι η δύναμη Van der Waal για κάθε ζευγάρι ατόμων ή μορίων είναι αθροιστική, έτσι ώστε η ολική δύναμη μπορεί να υπολογιστεί με το άθροισμα όλων των ζευγαριών των ατόμων στα δυο σώματα. Με βάση αυτή την υπόθεση προτάθηκε ο παρακάτω τύπος για τη δύναμη προσκόλλησης F_A για το μεσόστρωμα A δυο υπερ-λειασμένων επιφανειών

$$F_A = \frac{hc\Gamma^2}{240} \cdot \frac{A}{Z_0^4} \quad (5.1)$$

όπου h : η σταθερά Planck

c : η ταχύτητα του φωτός

Z_0 : η απόσταση μεταξύ των επιφανειών.

Για απόσταση μικρότερη από 1nm (δηλαδή ατομικές διαστάσεις) ενεργούν επιφανειακές δυνάμεις μικρής διάρκειας και διαφορετικού τύπου που εξαρτώνται από τη φύση των εφραπτομένων υλικών. Σαν παράδειγμα της ενέργειας των επιφανειακών δυνάμεων μικρής διάρκειας θα εξετάσουμε την προσκόλληση των καθαρών μετάλλων. Για να υπολογίσουμε την αντοχή των μεταλλικών προσκολλητικών δεσμών εξετάζουμε πρώτα τη συνοχή των μετάλλων. Λόγω της πολύπλοκης ηλεκτρονικής δομής των περισσότερων μετάλλων δεν είναι δυνατόν ακόμα να υπολογισθεί η δύναμη συνοχής τους. Παρ' όλο που η συγκόλληση των επιφανειών είναι αποτέλεσμα των συγκολλητικών μοριακών δυνάμεων, πρέπει να τονιστεί ότι επηρεάζεται και από τους εξής παράγοντες:

- α) Την ελαστοπλαστική συμπεριφορά των επιφανειών που προσδιορίζει το μέγεθος της πραγματικής επιφάνειας επαφής στην οποία ενεργούν οι επιφανειακές δυνάμεις.
- β) Την επίδραση των ελαστικών τάσεων στο σημείο επαφής που σε τελική ανάλυση το ξεφλουδίζουν και κυρίως όταν οι επιφάνειες δεν είναι από ελατά υλικά.
- γ) Την ύπαρξη επιφανειακών στρωμάτων και επιφανειακών μικροανωμαλιών που είναι ενδεχόμενο να μειώσουν τις δυνάμεις συνάφειας.

Ο μόνος τρόπος μελέτης της συγκολλητικής αλληλεπίδρασης δυο στερεών σωμάτων που εφάπτονται κάτω από ένα κάθετο φορτίο P είναι να καταστραφεί ο δεσμός συνάφειας και να μετρηθεί η δύναμη F_A που χρειάζεται για το διαχωρισμό των επιφανειακών. Ο λόγος

$$\alpha = \frac{F_A}{P} \quad (5.2)$$

είναι γνωστός σαν συντελεστής συγκόλλησης.

Έχει αποδειχθεί πειραματικά ότι πολύ ισχυρή προσκόλληση δημιουργείται μεταξύ μεταλλικών επιφανειών που έχουν καθοριστεί σε κενό και πολύ μεγάλη θερμοκρασία. Στα πειράματα αυτά χρησιμοποιήθηκαν μεγάλα φορτία, έτσι που οι επιφάνειες παραμορφώθηκαν πλαστικά. Από τη μελέτη των μηχανισμών των δεσμών συνάφειας συμπεραίνεται ότι, Επειδή κατά το σχηματισμό ενός δεσμού συνάφειας και οι δυο επιφάνειες συνεισφέρουν στο σχηματισμό, η αντοχή είναι χαρακτηριστική ιδιότητα των επιφανειών. Επομένως τη μέτρηση της αντοχής ενός δεσμού στις εφαρμογές του Μηχανικού δεν τη χειριζόμαστε σαν ιδιότητα του υλικού (όπως π.χ. το μέτρο ελαστικότητας του υλικού), αλλά σαν μια ποσότητα που έχει σχέση με ολόκληρο το σύστημα των εφάπτομένων στοιχείων. Δηλαδή, αντίθετα με τις μηχανικές ιδιότητες του υλικού (όπως π.χ. το μέτρο ελαστικότητας), που τις χειριζόμαστε σαν ανεξάρτητες παραμέτρους του συστήματος, τη συμπεριφορά πρόσφυσης δυο υλικών τη χειριζόμαστε σαν χαρακτηριστικό του συστήματος.

6. ΝΟΜΟΙ ΤΡΙΒΗΣ

6.1. "Νόμοι" της τριβής ολίσθησης

Η τριβή εκφράζεται ποσοτικά σαν μια δύναμη που αντιστέκεται στη σχετική κίνηση δυο επαπτομένων επιφανειών. Υπάρχουν δυο περιπτώσεις, η πρώτη όταν η εφαρμοζόμενη δύναμη δεν μπορεί να κινήσει τη μια επιφάνεια από την άλλη και η δεύτερη όταν έχουμε ολίσθηση. Για την πρώτη περίπτωση έχουμε μια μάζα βάρους W πάνω σε μια οριζόντια επίπεδη επιφάνεια. Αν εφαρμόσουμε μια μικρή δύναμη P ξέρουμε από πειράματα ότι η μάζα δεν κινείται. Άρα η δύναμη τριβής στην επιφάνεια επαφής πρέπει να είναι ίση και αντίθετη με την P . Αν η δύναμη μειωθεί, έστω στο $P/2$, η μάζα εξακολουθεί να παραμένει ακίνητη, που σημαίνει ότι η δύναμη τριβής γίνεται κι αυτή ίση με $P/2$.

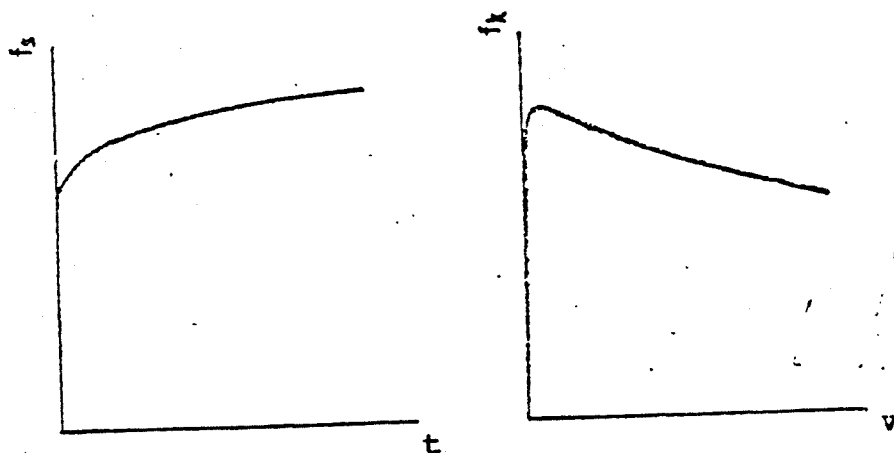
Το παραπάνω δείχνει την πρώτη ποιοτική ιδιότητα της δύναμης τριβής, ότι δηλαδή όταν δυο επαπτόμενες επιφάνειες δεν κινούνται η μια σε σχέση με την άλλη, η δύναμη τριβής θα είναι ίση και αντίθετη με τη συνισταμένη των εφαρμοσμένων πάνω στις επιφάνειες δυνάμεις. Για τη δεύτερη περίπτωση θεωρούμε ότι η δύναμη P είναι αρκετή για να κινήσει τη μάζα να ολισθήσει πάνω στην επιφάνεια. Η δεύτερη ποιοτική ιδιότητα της δύναμης τριβής λέει ότι η δύναμη τριβής ενεργεί πάντοτε σε διεύθυνση αντίθετη με εκείνη της σχετικής ταχύτητας των επιφανειών.

Οι παρακάτω τρεις ποσοτικοί νόμοι της τριβής αναφέρονται στο μέγεθος της δύναμης τριβής σαν συνάρτηση της φόρτισης, το μέγεθος της επιφάνειας επαφής και την ταχύτητα ολίσθησης:

- α) Η δύναμη τριβής είναι ανάλογη προς την κάθετη δύναμη. Έτσι ορίζεται ο συντελεστής τριβής $f = F/W$.
- β) Η δύναμη τριβής είναι ανεξάρτητη από τη φαινομενική επιφάνεια επαφής A_a .
- γ) Η δύναμη τριβής είναι ανεξάρτητη από την ταχύτητα ολίσθησης u .

Οι δυο πρώτοι νόμοι γενικά ισχύουν στην πράξη. Εξαιρέσεις υπάρχουν για πολύ σκληρά υλικά, όπως το διαμάντι, ή πολύ μαλακά υλικά, όπως το τεφλόν. Σε πολλές περιπτώσεις τέτοια υλικά ακολουθούν το νόμο $F = cWP$, όπου c είναι μια σταθερή τιμή και p μια τιμή μεταξύ $2/3$ και 1 . Ο τρίτος νόμος σε πολλές περιπτώσεις δεν ισχύει. Ξέρουμε ότι η δύναμη τριβής που χρειάζεται για να αρχίσει η ολίσθηση είναι συνήθως μεγαλύτερη απ' τη δύναμη που χρειάζεται για να συντηρηθεί η ολίσθηση κι έτσι καταλήγουμε στο ότι υπάρχουν δυο συντελεστές τριβής: ο στατικός (για ακίνητες

επιφάνειες) και ο κινηματικός (για κινούμενες επιφάνειες). Ο στατικός συντελεστής τριβής f_s εξαρτάται από το χρόνο επαφής των δυο εφαιπτομένων επιφανειών, ενώ ο κινηματικός συντελεστής τριβής f_k εξαρτάται από την ταχύτητα ολίσθησης. Στο σχήμα 6.1 φαίνεται η μεταβολή του συντελεστή τριβής σαν συνάρτηση του χρόνου επαφής και ταχύτητας ολίσθησης αντίστοιχα.



Σχ. 6.1. Μεταβολή του στατικού και του κινηματικού συντελεστή τριβής

Ο στατικός συντελεστής τριβής μεταβάλλεται σαν συνάρτηση του χρόνου επαφής για πολύ μικρούς χρόνους επαφής (κάτω του 1 sec), ενώ για μεγαλύτερους χρόνους επαφής ο συντελεστής τριβής μεταβάλλεται λογαριθμικά σε σχέση με το χρόνο επαφής. Ο κινηματικός συντελεστής τριβής γενικά έχει θετική κλίση για μικρές ταχύτητες ολίσθησης και αρνητική κλίση για μεγάλες ταχύτητες ολίσθησης.

Ενδιαφέρον έχουν τα συστήματα ολίσθησης στα οποία ο συντελεστής τριβής μειώνεται καθώς η ταχύτητα αυξάνεται. Σ' αυτές τις περιοχές ταχύτητας είναι δυνατό να δημιουργηθούν ταλαντώσεις που έχουν σαν αποτέλεσμα το τριξιμο και το τρεμούλιασμα που παρουσιάζεται στα συστήματα ολίσθησης. Οι ταλαντώσεις αυτές μπορούν να περιοριστούν αν αυξηθεί η απόσβεση (αυξάνοντας τη δυσκαμψία του συστήματος) ή επιλέγοντας συνθήκες τέτοιες που οδηγούν σε θετική ή τουλάχιστον λιγότερο αρνητική κλίση της καμπύλης του συντελεστή τριβής ως προς την ταχύτητα.

Συμπερασματικά μπορούμε να πούμε ότι ο συντελεστής τριβής για ξηρές ολισθαίνουσες επιφάνειες είναι μια χαρακτηριστική παράμετρος των επαπτόμενων υλικών και των επιφανειακών στρωμάτων που τα καλύπτουν και ανεξάρτητη από το φορτίο, το μέγεθος και το σχήμα των επαπτομένων επιφανειών και έχει μόνο μικρή εξάρτηση από την ταχύτητα ολίσθησης.

6.2. Νόμοι της τριβής κύλισης

Τριβή κύλισης καλείται η αντίσταση που παρουσιάζεται όταν ένα αντικείμενο κυλίζει πάνω σε μια επιφάνεια. Διακρίνονται δυο περιπτώσεις:

- α) Όταν το αντικείμενο έχει ακανόνιστο σχήμα, π.χ. μια πέτρα.
- β) Όταν το αντικείμενο έχει λεία επιφάνεια και τέλειο γεωμετρικό σχήμα, π.χ. μια σφαίρα ή ένας κύλινδρος.

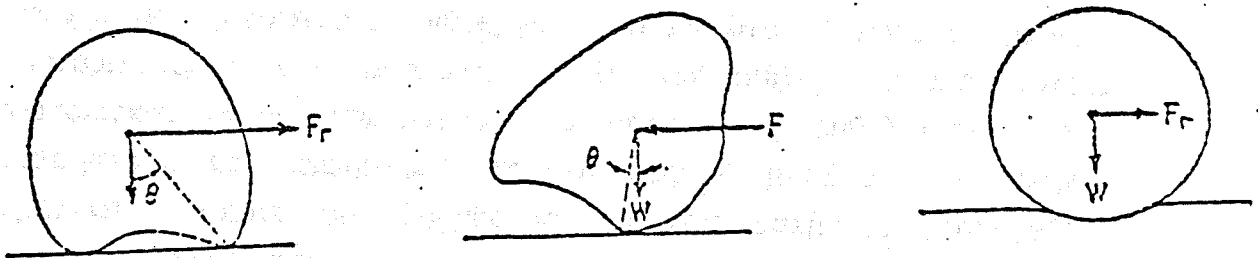
Στην πρώτη περίπτωση (σχήμα 6.2α) η δύναμη F_r που απαιτείται για να αρχίσει η κύλιση είναι:

$$F_r = W \tan \theta \quad (6.1)$$

όπου W είναι το φορτίο και θ η γωνία που σχηματίζει η κάθετος και η γραμμή που ενώνει το κέντρο βάρους του αντικειμένου και το σημείο που θα γίνει η κύλιση. Ο συντελεστής τριβής κύλισης ορίζεται σαν

$$f_r = \frac{F_r}{W} \quad (6.2)$$

και για το ακανόνιστο αντικείμενο ισούται με $\tan \theta$.



Σχ. 6.2. Δυνάμεις κατά την κύλιση

Η δύναμη τριβής για τη συντήρηση της κύλισης σε σταθερή ταχύτητα παίρνει θετικές και αρνητικές τιμές (σχ. 6.2b). Κατά μέσο όρο η δύναμη που απαιτείται για να συντηρηθεί η κύλιση θα είναι πολύ μικρότερη από τη δύναμη που απαιτείται για να αρχίσει η κύλιση και επομένως ο συντελεστής τριβής κύλισης θα είναι πολύ μικρότερος μετά το ξεκίνημα της κύλισης.

Στη δεύτερη περίπτωση (σχ. 6.2c) η αντίσταση στην κύλιση προέρχεται από διάφορες αιτίες, όπως:

i) Ολίσθηση στην περιοχή επαφής

Αν η επαφή δυο σωμάτων ήταν ένα σημείο, τότε θα είχαμε τέλεια κύλιση. Στην πραγματικότητα όμως η περιοχή επαφής παραμορφώνεται ελαστικά (σε ακραίες περιπτώσεις και πλαστικά), έτσι που η επαφή κατανέμεται σε αρκετά μεγάλη επιφάνεια (σχήμα 6.2c). Στην επιφάνεια αυτή υπάρχει σε ένα ποσοστό ολίσθηση. Ο συντελεστής τριβής κύλισης είναι της τάξης του 1×10^{-4} . Οι ταχύτητες ολίσθησης είναι γενικά μικρές (της τάξης του 5% της ολικής ταχύτητας κύλισης). Αυτές οι μικρές ταχύτητες αποτελούν πολλές φορές ένα μεγάλο μέρος της ολικής αντίστασης στην κύλιση.

Σε μερικές περιπτώσεις κύλισης (π.χ. έδρανα κύλισης, δόντια οδοντωτών τροχών κ.λπ.), εκτός από τους γεωμετρικούς παράγοντες της επαφής σε μεγάλη επιφάνεια, υπάρχουν και άλλοι παράγοντες που έχουν την τάση να δημιουργούν ολίσθηση στην περιοχή επαφής και έτσι αυξάνουν το συντελεστή τριβής.

ii) Ατέλειες στις επιφάνειες επαφής

Αυτός είναι ο ίδιος παράγοντας που προκαλεί την αντίσταση στην κύλιση των ανώμαλων αντικειμένων αλλά σε μικρότερη κλίμακα. Τέτοιου είδους ανωμαλίες μπορεί να προκύψουν από ατέλειες στη γεωμετρία των επιφανειών των σωμάτων, τραχύτητα των επιφανειών κατά την κατεργασία, ελεύθερες ή κολλημένες ποσότητες ρύπου ή άλλου υλικού πάνω στις κυλιόμενες επιφάνειες ή και ακόμα πλαστική παραμόρφωση από την αλληλεπίδραση των επιφανειών κατά την κύλιση.

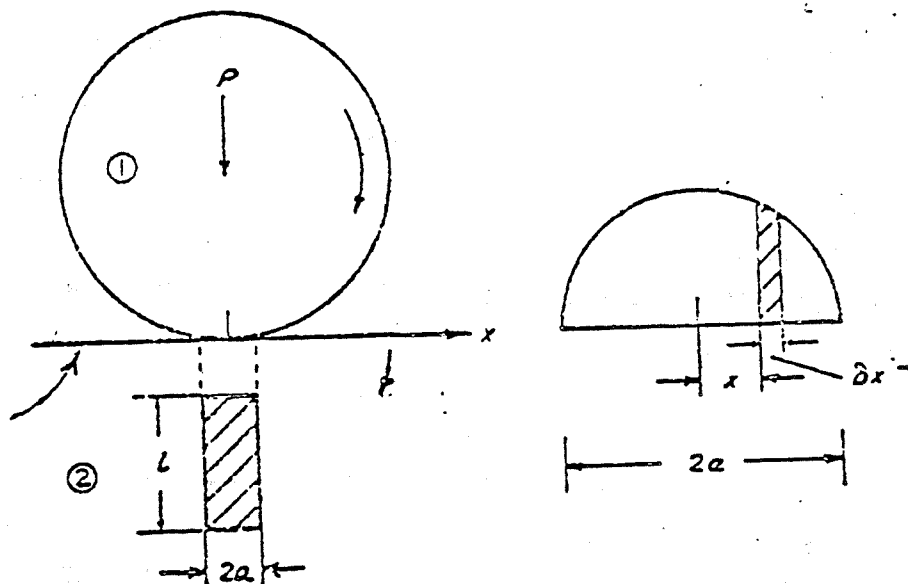
iii) Απώλειες υστέρησης

Κατά την κύλιση, διάφορες περιοχές της σφαίρας και της επίπεδης επιφάνειας αρχικά υπόκεινται σε εντατική κατάσταση και μετά η εντατική κατάσταση ανακουφίζεται καθώς η κύλιση συνεχίζεται και το σημείο επαφής μετακινείται. Κάθε φορά λοιπόν που ένα στοιχείο του ενός ή του άλλου

σώματος υπόκειται σε τάση, το σώμα αυτό παραλαβαίνει ελαστική ενέργεια. Η περισσότερη απ' αυτή την ενέργεια απελευθερώνεται αργότερα, καθώς η τάση απομακρύνεται, αλλά ένα μικρό μέρος χάνεται σαν θερμότητα λόγω ελαστικής υστέρησης του υλικού κατασκευής της σφαίρας και επιφανείας. Αυτή η συνεχόμενη κατανάλωση ενέργειας πρέπει να αναπληρώνεται από τη δύναμη κύλισης και έτσι προστίθεται κι άλλη μια συνιστώσα στο συντελεστή τριβής κύλισης.

6.3. Ελεύθερη κύλιση

Έστω ένας κύλινδρος με μήκος l και φορτίο P που κυλάει πάνω σε μια επίπεδη επιφάνεια (σχήμα 6.3).



Σχ. 6.3. Επαφή κυλίνδρου - επιπέδου

Η τοπική πίεση p στην επιφάνεια επαφής εξαιτίας του εφαρμοζόμενου φορτίου P είναι ως γνωστόν:

$$p = \frac{2P}{\pi a l} \left(1 - \frac{x^2}{a^2} \right)^{1/2} \quad (6.4)$$

Η τιμή a είναι:

$$a = \left[\frac{4p}{\pi l} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \right]^{1/2} \quad (6.4)$$

όπου $E =$ το μέτρο ελαστικότητας (1 για το υλικό του κυλίνδρου και 2 για το υλικό της επιφάνειας)

$\nu =$ ο λόγος του Poisson.

Θεωρούμε μια στοιχειώδη ζώνη δx σε απόσταση x από το κέντρο της ζώνης επαφής. Υποθέτουμε ότι δεν υπάρχει ολίσθηση στη ζώνη επαφής και ότι το υλικό του κυλίνδρου στο μπροστινό μέρος της ζώνης επαφής συμπιέζεται ελαστικά, ενώ ανακουφίζεται απ' αυτή τη συμπίεση στο πίσω μέρος της ζώνης επαφής. Αν τα υλικά ήταν τελείως ελαστικά, τότε το έργο της συμπίεσης στο μπροστινό μέρος θα ήταν ίσο με το έργο που παραλαβαίνει το πίσω μέρος και έτσι δεν θα υπήρχε απώλεια ενέργειας. Ξέρουμε όμως ότι σ' έναν ελαστικό κύκλο φόρτισης υπάρχει πάντα απώλεια ενέργειας λόγω υστέρησης. Η πίεση επαφής που ενεργεί σ' ένα μικρό στοιχείο πλάτους dx και μήκους l δίνει δύναμη $pl dx$. Η αντιστεκόμενη ροπή εξαιτίας αυτής της δύναμης γύρω από την κεντρική γραμμή της επαφής είναι $pl dx x$. Η ολική αντιστεκόμενη ροπή M που δημιουργείται από την (προς τα εμπρός) συμπίεση, γύρω από το κέντρο της ζώνης επαφής, είναι:

$$M = \int_0^a pl x dx = \frac{2Pa}{3\pi R} \quad (6.5)$$

Όταν ο κύλινδρος περιστραφεί μια απόσταση x , το ελαστικό έργο που επιτελείται εξαιτίας της προς τα εμπρός συμπίεσης θα είναι:

$$U = \frac{Mx}{R} = \frac{2Pax}{3\pi R} \quad (6.6)$$

Η ανακούφιση που γίνεται στο πίσω μέρος δεν αντικαθιστά όλο το ελαστικό έργο που γίνεται της προς τα εμπρός συμπίεσης. Αν ορίσουμε με ένα συντελεστή ζ αυτή την απώλεια, η απώλεια έργου κατά την κύλιση σε απόσταση x θα είναι ζU και όταν αυτή η απώλεια αντιπροσωπεύει την αντίσταση στην κύλιση τότε θα έχουμε

$$F_x = \zeta u = \zeta \frac{2Pa\alpha}{3\pi R} \quad (6.7)$$

όπου F είναι η απαιτούμενη δύναμη για να ξεπεραστεί αυτή η αντίσταση. Ο λόγος $f_\lambda = F/P$ ορίζεται σαν συντελεστής αντίστασης κύλισης που έχει ανάλογη σημασία με το συντελεστή τριβής μ , κι έτσι

$$f_\lambda = \frac{F}{P} = \frac{2 \cdot \zeta a}{3 \pi R} = \frac{2 \cdot \zeta}{3 \pi R} \left[\frac{4\pi R}{\pi l} \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \right]^{1/2} \quad (6.8)$$

Τονίζεται εδώ ότι το f_λ εξαρτάται από τη γεωμετρία του κυλιόμενου σώματος, το εφαρμοζόμενο φορτίο και τις ελαστικές σταθερές των δυο σωμάτων που εφάπτονται. Γίνονται οι ακόλουθες παρατηρήσεις:

α) Ο παράγοντας απώλειας ζ (λόγω υστέρησης), που χρησιμοποιήθηκε παραπάνω, δεν είναι ο ίδιος με αυτόν που προκύπτει από ένα πείραμα εφελκυσμού. Ο παράγοντας απώλειας λόγω υστέρησης για κυλιόμενο κύλινδρο έχει βρεθεί ότι είναι περίπου 3 φορές μεγαλύτερος από τον παράγοντα απώλειας του απλού εφελκυσμού.

β) Ο παράγοντας ζ υποτέθηκε ότι είναι σταθερός, ενώ υπάρχουν ενδείξεις ότι για μεγαλύτερες παραμορφώσεις μεταβάλλεται με το βαθμό της παραμόρφωσης.

γ) Για έναν κύλινδρο που κυλιέται πάνω σ' ένα επίπεδο, ως γνωστόν η μέγιστη τάση δημιουργείται κάτω από την επιφάνεια επαφής. Έτσι, για μεγάλα φορτία είναι πιθανό ότι αυτή η περιοχή υψηλής τάσης θα φθάσει κάποτε στην πλαστική περιοχή. Καθώς η κύλιση συνεχίζεται, κάθε στοιχείο υλικού ακριβώς κάτω από την επιφάνεια περνάει από μια διαδικασία ελαστική - πλαστική - ελαστική. Αυτή η διαδικασία οδηγεί σε σημαντική κατανάλωση πλαστικής ενέργειας, αν και οι πραγματικές επιφάνειες επαφής βρίσκονται ακόμα σ' ένα επίπεδο ελαστικής τάσης. Έτσι, σε περιπτώσεις πλαστικής παραμόρφωσης, η αντίσταση στην κύλιση θα αυξηθεί τόσο όσο η κατανάλωση πλαστικού έργου, εκτός βέβαια από τις επιδράσεις της ελαστικής υστέρησης.

δ) Σ' αυτή την ανάλυση έγινε η υπόθεση ότι τα εφαιπτόμενα υλικά είναι τελείως ελαστικά και δίνουν μια ορισμένη (κι ανεξάρτητη από το χρόνο) απώλεια υστέρησης. Για πολλά υλικά όμως αυτό δεν ισχύει, διότι υπάρχει κάποιος χρόνος ανακούφισης και η ανάκτηση πίσω από τη ζώνη επαφής δεν είναι πλήρης. Αυτά τα υλικά έχουν ερπυστική και βισκοελαστική

συμπεριφορά. Η εξέταση τέτοιων υλικών ξεφεύγει από τα πλαίσια αυτής της σειράς μαθημάτων.

Θεωρούμε τώρα την ελεύθερη κύλιση σφαίρας στο επίπεδο. Σ' αυτή την περίπτωση η κατανομή της πίεσης στην περιοχή επαφής είναι

$$p = \frac{3P}{2\pi a^2} \left(1 - \frac{r^2}{a^2}\right)^{1/2} \quad (6.9)$$

και η ακτίνα του κύκλου επαφής

$$a = \left[\frac{3}{4} PR \left(\frac{1 - \nu_1^2}{E_1} + \frac{1 - \nu_2^2}{E_2} \right) \right]^{1/3} \quad (6.10)$$

Για να βρούμε την αντιστεκόμενη ροπή που προέρχεται από την προς τα εμπρός συμπίεση του υλικού θεωρούμε μια στοιχειώδη λωρίδα δx (σχήμα 6.4). Η ολική κάθετη δύναμη σε μια τέτοια λωρίδα, λόγω της κατανομής της πίεσης, είναι:

$$\frac{3P}{2\pi a^2} dx \int_{-(a^2-x^2)^{1/2}}^{+(a^2-x^2)^{1/2}} \left[1 - \frac{(x^2+y^2)}{a^2} \right]^{1/2} dy = \frac{3P}{4a^3} (a^2 - x^2) dx \quad (6.11)$$

Έτσι η τελική ροπή αντίστασης είναι

$$M = \frac{3P}{4a^3} \int_0^a (a^2 - x^2) x dx = \frac{3Pa}{16} \quad (6.12)$$

Το έργο που γίνεται κατά την προς τα εμπρός συμπίεση για κύλιση σε απόσταση x είναι, κατά τα γνωστά από τον κύλινδρο

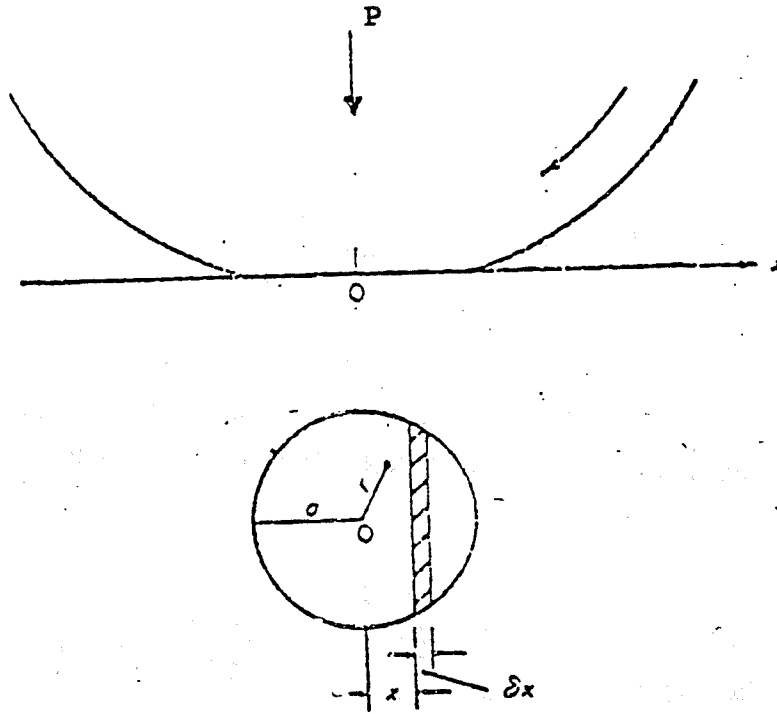
$$U = \frac{Mx}{R} = \frac{3Pax}{16R} \quad (6.13)$$

και αν θεωρήσουμε και έναν παράγοντα υστερητικής απώλειας ζ , τότε:

$$F_x = \zeta u = \zeta \frac{3Pa x}{16R} \quad (6.14)$$

και

$$f_\lambda = \frac{F}{P} = \frac{3 \zeta a}{16 R} \quad (6.15)$$



Σχ. 6.4. Επαφή σφαίρας - επιπέδου

7. ΛΙΠΑΝΣΗ

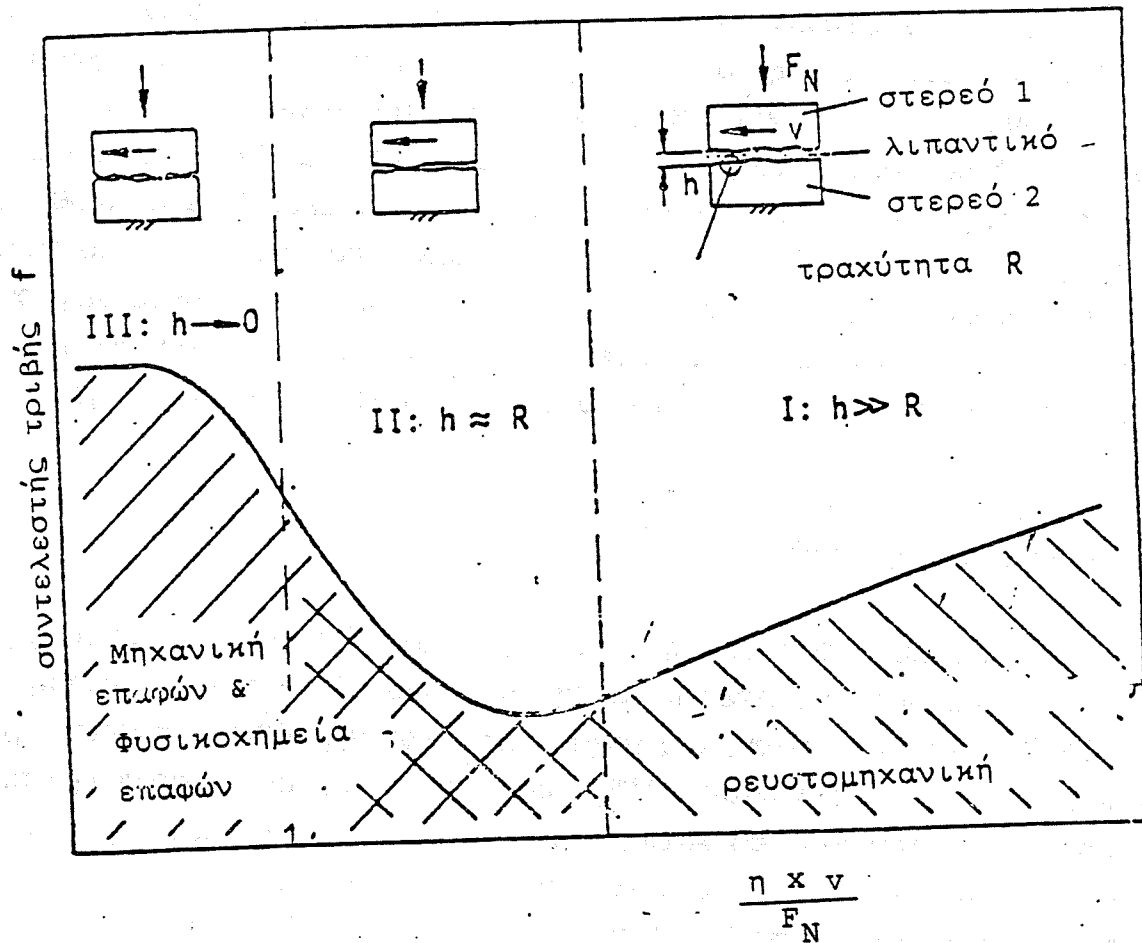
Όπως αναφέρθηκε, οι τριβολογικές διαδικασίες σχετίζονται με τις αλληλοεπιδράσεις μεταξύ δυο επιφανειών που η μια κινείται σε σχέση με την άλλη. Αυτές οι διαδικασίες μεταβάλλονται λόγω της λίπανσης. Η λίπανση έχει σκοπό να διαχωρίσει τις δυο επιφάνειες με ένα στρώμα ειδικού υλικού (π.χ. λάδι, γράσσο, γραφίτη κ.λπ.) που να μπορεί να διατηρηθεί με μικρή αντίσταση, χωρίς όμως φθορά στις επιφάνειες. Ανάλογα με το πάχος του στρώματος του λιπαντικού, που μπορεί να κυμαίνεται ανάμεσα σε μερικά δέκατα του χιλιοστού μέχρι μερικά mm, την κατανομή του ύψους του στρώματος του λιπαντικού, ξεχωρίζουμε διάφορους τρόπους λίπανσης.

7.1. Καμπύλη Stribeck

Η Καμπύλη του Stribeck δίνει τη μεταβολή του συντελεστή τριβής (μιας επιφάνειας που κινείται σε σχέση με μια άλλη) σαν συνάρτηση του ιξώδους η του λιπαντικού, της ταχύτητας V και της κάθετης φόρτισης F_N (ή πίεση P). Ο παράγοντας $\eta V / F_N$ είναι γνωστός σαν χαρακτηριστικός συντελεστής του εδράνου. Ανάλογα με τη γεωμετρία, τα υλικά, τις συνθήκες λειτουργίας και το διάκενο h των επιφανειών, μπορούμε να ξεχωρίσουμε τρεις περιοχές λίπανσης (σχ. 7.1):

- α) Την περιοχή υδροδυναμικής λίπανσης (περιοχή I)
- β) Την περιοχή μικτής λίπανσης (περιοχή II)
- γ) Την περιοχή οριακής λίπανσης (περιοχή III)

Στην περιοχή I οι στερεές επιφάνειες διαχωρίζονται από ένα συνεχόμενο στρώμα λιπαντικού που είναι πολύ παχύτερο από την τραχύτητα R της επιφάνειας. Επομένως η τριβή οφείλεται στην εσωτερική τριβή του λιπαντικού. Σ' αυτή την περιοχή η τριβολογική συμπεριφορά του συστήματος προσδιορίζεται από τη Ρεολογία του λιπαντικού και μπορεί να υπολογιστεί με τις μεθόδους της Μηχανικής των Ρευστών. Αν το σύστημα λίπανσης που μελετάμε αποτελείται από συγκεντρωμένες μικροανωμαλίες, τότε πρέπει να λαβαίνονται υπόψη η ελαστική παραμόρφωση των επιφανειών και η εξάρτηση του λιπαντικού από την πίεση (ελαστοϋδροδυναμική λίπανση). Επειδή στην περιοχή I δεν υπάρχει επαφή μεταξύ των δυο επιφανειών, δεν υπάρχουν διαδικασίες φθοράς εκτός από επιφανειακή φθορά από κόπωση, σπηλαίωση ή διάβρωση.



Σχ. 7.1. Περιοχές λίπανσης

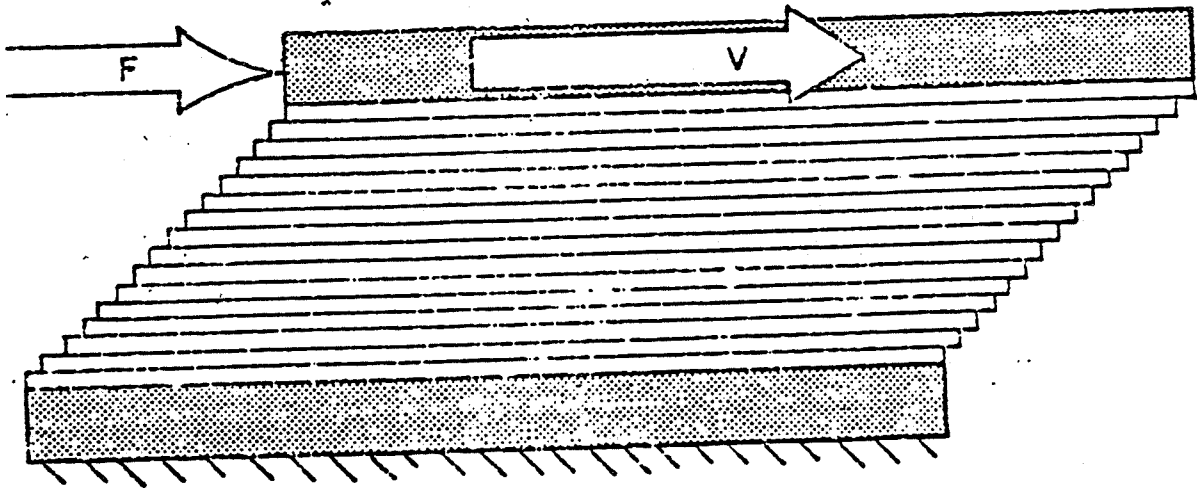
Αν κάτω από συνθήκες υδροδυναμικής λίπανσης το ιξώδες του λιπαντικού ή η ταχύτητα μειωθεί ή αν αυξηθεί το φορτίο, το πάχος του στρώματος του λιπαντικού γίνεται λεπτότερο και το διάκενο των επιφανειών μειώνεται. Όταν λοιπόν έλθουν σε επαφή οι πρώτες μικροανωμαλίες, τότε μπαίνουμε στη μικτή περιοχή λίπανσης (περιοχή II). Στην περιοχή αυτή το φορτίο υποστηρίζεται κατά ένα μέρος από το ρευστό στρώμα λιπαντικού και κατά ένα άλλο μέρος από τις επαπτόμενες κορυφές των μικροανωμαλιών. Επομένως σ' αυτή την περιοχή η τριβή οφείλεται στη διάτμηση του λιπαντικού και στην αλληλοεμπλοκή των μικροανωμαλιών.

Όταν οι συνθήκες λειτουργίας αλλάξουν ακόμα αριστερότερα στην καμπύλη του Stribeck, η αλληλοεμπλοκή των μικροανωμαλιών στο σημείο επαφής μεγαλώνει περισσότερο και το πάχος του στρώματος του λιπαντικού

γίνεται ακόμη λεπτότερο. Στην περιοχή III επομένως (περιοχή οριακής λίπανσης) οι ρεολογικές ιδιότητες του λιπαντικού παίζουν μικρότερο ρόλο και η υποστήριξη του φορτίου γίνεται εξ ολοκλήρου χάρη στην παραμόρφωση των μικροανωμαλιών. Επομένως, στην περιοχή III η συμπεριφορά στην τριβή και φθορά του συστήματος προσδιορίζονται από τη μηχανική και φυσικοχημεία των επαφών.

7.2. Ιξώδες

Από όλες τις φυσικές και χημικές ιδιότητες ενός ρευστού λιπαντικού η σπουδαιότερη είναι το ιξώδες, δηλαδή η αντίστασή του στη ροή. Με τη βοήθεια του σχήματος 2.1 θα γίνει σαφέστερη η έννοια του ιξώδους.



Σχ. 7.2. Ιξώδες σε παράλληλες πλάκες

Στο σχήμα έχουμε την περίπτωση ενός ιξώδους ρευστού που γεμίζει το διάκενο μεταξύ δυο παράλληλων επιφανειών. Η μια από τις δυο επιφάνειες κινείται με σταθερή ταχύτητα (από μια δύναμη που εφαρμόζεται) ενώ η άλλη μένει ακίνητη. Επειδή το ρευστό "κολλάει" στις επιφάνειες, το ρευστό στρώμα που βρίσκεται δίπλα στην κινούμενη επιφάνεια έχει την ίδια ταχύτητα με την επιφάνεια, ενώ το στρώμα που βρίσκεται δίπλα στην ακίνητη επιφάνεια μένει ακίνητο. Το ιξώδες επομένως είναι η ιδιότητα που

μεταδίδει την κίνηση της κινούμενης επιφάνειας στα διαδοχικά στρώματα του ρευστού. Κάθε στρώμα ρευστού παρασύρεται από το από πάνω του, ενώ συγχρόνως παρασύρει και το αμέσως από κάτω του στρώμα. Δημιουργείται όμως ολίσθηση ανάμεσα σε κάθε δυο στρώματα ρευστού, που έχει σαν αποτέλεσμα τη σταδιακή μείωση της ταχύτητας του ρευστού κατά το ύψος του διακένου.

Ποσοτικά το ιξώδες ορίζεται ως εξής:

$$\eta = \frac{\frac{F}{A}}{\frac{V}{h}} = \frac{\tau}{S} \quad (7.1)$$

όπου η είναι το ιξώδες, F είναι η δύναμη στη διεύθυνση της διάτμησης, A είναι η επιφάνεια του επιπέδου, V είναι η ταχύτητα της κινούμενης επιφάνειας και h είναι το πάχος ρευστού στρώματος. Επίσης τ είναι η διατμητική τάση και S η κατανομή της ταχύτητας.

Οι μονάδες του ιξώδους στο σύστημα S.I. είναι:

$$\text{Pa} \cdot \text{sec} \quad \text{ή} \quad \frac{\text{N} \cdot \text{sec}}{\text{m}^2}$$

Επίσης χρησιμοποιούνται οι μονάδες: poise και reyn, όπου:

$$\frac{\text{dynes} \cdot \text{sec}}{\text{cm}^2} = \text{poise}$$

και

$$\frac{1\text{b} \cdot \text{sec}}{\text{in}^2} = \text{reyn}.$$

Ισχύουν οι σχέσεις: $1\text{Pa} \cdot \text{sec} = 1000 \text{ mPa} \cdot \text{sec} = 1000 \text{ cP}$ (cP = centipoise).

Το ιξώδες όπως ορίστηκε από το λόγο της διατμητικής τάσης προς το ρυθμό διάτμησης λέγεται και δυναμικό ιξώδες, για να ξεχωρίζει από το κινηματικό ιξώδες. Η σχέση μεταξύ των δυο είναι $\nu = \eta/\rho$, όπου ρ = πυκνότητα του ρευστού και ν το κινηματικό ιξώδες.

Οι μονάδες της κινηματικής δυσρευστότητας στο S.I. είναι:

$$\frac{\text{m}^2}{\text{sec}} \quad \text{ή} \quad \frac{\text{mm}^2}{\text{sec}}$$

Ισχύει:

$$1 \frac{\text{m}^2}{\text{sec}} = 10^6 \frac{\text{mm}^2}{\text{sec}} = 10^6 \text{ cSt (centistoke)}$$

Το ιξώδες μειώνεται πολύ γρήγορα σε σχέση με την αύξηση της θερμοκρασίας. Για τα πετρελαιοειδή χρησιμοποιείται η εμπειρική σχέση του Walter:

$$\log \log (v+0,7) = A+B \log T \quad (7.2)$$

όπου v είναι η κινηματική δυσρευστότητα, T η θερμοκρασία σε $^{\circ}\text{K}$ ($^{\circ}\text{K} = ^{\circ}\text{C} + 273$) και A, B ειδικές σταθερές για κάθε λάδι.

Η εξίσωση αυτή χρησιμοποιείται για την κατασκευή διαγραμμάτων ιξώδους - θερμοκρασίας από την ASTM. Παράδειγμα τέτοιου διαγράμματος υπάρχει στο παράρτημα (Διάγραμμα Π.1).

Ένα καλό παράδειγμα της επίδρασης της θερμοκρασίας στο ιξώδες είναι η μηχανή του αυτοκινήτου. Ψηλό ιξώδες του λαδιού της μηχανής σημαίνει μεγάλη αντίσταση των εδράνων κατά το ξεκίνημα και μεγάλη απαίτηση σε ισχύ από τη μπαταρία. Μετά το ξεκίνημα και το ζέσταμα της μηχανής, το ιξώδες του λαδιού μειώνεται. Η μείωση αυτή δεν πρέπει να είναι πολύ μεγάλη, γιατί θα έχουμε φθορά της μηχανής.

Ο καλύτερος τρόπος για να περιγράψουμε τη σχέση ιξώδους και θερμοκρασίας για ένα λάδι είναι με ένα αδιάστατο μέγεθος που λέγεται δείκτης ιξώδους (V.I.). Μεγάλος δείκτης ιξώδους σημαίνει σχετικά μικρή μεταβολή του ιξώδους σε σχέση με τη μεταβολή της θερμοκρασίας. Μικρός δείκτης ιξώδους σημαίνει μεγάλη μεταβολή του ιξώδους σε σχέση με τη μεταβολή της θερμοκρασίας. Ο δείκτης ιξώδους περιγράφει τη συμπεριφορά του ιξώδους ενός λαδιού σε σχέση με τη θερμοκρασία με βάση δυο υποθετικά λάδια που αντιπροσωπεύουν τα ακραία όρια της ευαισθησίας του ιξώδους προς τη θερμοκρασία. Το κινηματικό ιξώδες στους 100°C για κάποιο λάδι που ψάχνουμε να βρούμε το δείκτη ιξώδους του, χρησιμοποιείται σαν σημείο εκκίνησης. Τα υποθετικά λάδια επιλέγονται έτσι ώστε να έχουν το ίδιο ιξώδες στους 100°C με το λάδι του οποίου ψάχνουμε να βρούμε το δείκτη.

$$V.I. = 100 \left(\frac{L-U}{L-H} \right) \quad (7.3)$$

όπου U = το κινηματικό ιξώδες (cSt) στους 40°C του λαδιού του οποίου θέλουμε να υπολογίσουμε το δείκτη ιξώδους

L = Το κινηματικό ιξώδες (cSt) στους 40°C ενός λαδιού με δείκτη ιξώδους 0 και που έχει το ίδιο κινηματικό ιξώδες στους 100°C με το λάδι του οποίου ψάχνουμε να βρούμε το δείκτη ιξώδους.

H = Το κινηματικό ιξώδες (cSt) στους 40°C ενός λαδιού που έχει δείκτη ιξώδους 100 και που έχει το ίδιο κινηματικό ιξώδες στους 100°C με το λάδι του οποίου ψάχνουμε να βρούμε το δείκτη ιξώδους.

Τιμές για το H και L δίνονται στους πίνακες της ASTM (standard D 2270-77, βλ. Παράρτημα).

Για πολύ ψηλές πιέσεις το ιξώδες αυξάνεται σαν συνάρτηση της πίεσης. Μερικά λάδια γίνονται πλαστικά σε πιέσεις 150-200 MPa. Σε μερικές περιπτώσεις που δημιουργείται ψηλή πίεση (π.χ. στις κορυφές των μικροεσοχών δυο επιφανειών που δεν είναι λείες ή στα δόντια οδοντωτών τροχών ή στα κοπτικά εργαλεία ή σε κακολιπασμένες επιφάνειες εθράνων) μας ενδιαφέρει να ξέρουμε τι γίνεται με το ιξώδες. Βαρυφορτωμένα έδρανα (τύπου μηχανής αυτοκινήτου) μπορεί να δείξουν μέγιστη πίεση στο στρώμα του λιπαντικού και 10 φορές πιο πάνω από τη μέση πίεση που υπολογίστηκε χρησιμοποιώντας την προβαλλόμενη επιφάνεια. Χρειάζεται επομένως μεγάλη προσοχή στην επιλογή ενός λιπαντικού, κατά το σχεδιασμό, όταν προβλέπονται μεγάλες πιέσεις.

Η σχέση μεταξύ ιξώδους και πίεσης εξαρτάται από τη χημική δομή του λιπαντικού και δεν μπορεί να γενικευτεί με ακρίβεια όπως οι σχέσεις μεταξύ ιξώδους και θερμοκρασίας. Μια προσεγγιστική σχέση για να βρίσκουμε το ιξώδες συναρτήσει της πίεσης είναι

$$\eta_p = \eta_0 e^{ap} \quad (7.4)$$

όπου η_p = το δυναμικό ιξώδες στην πίεση p

η_0 = το δυναμικό ιξώδες στην ατμοσφαιρική πίεση

p = η πίεση

a = μια σταθερά (που εξαρτάται από τη θερμοκρασία) χαρακτηριστική του λαδιού που εξετάζουμε.

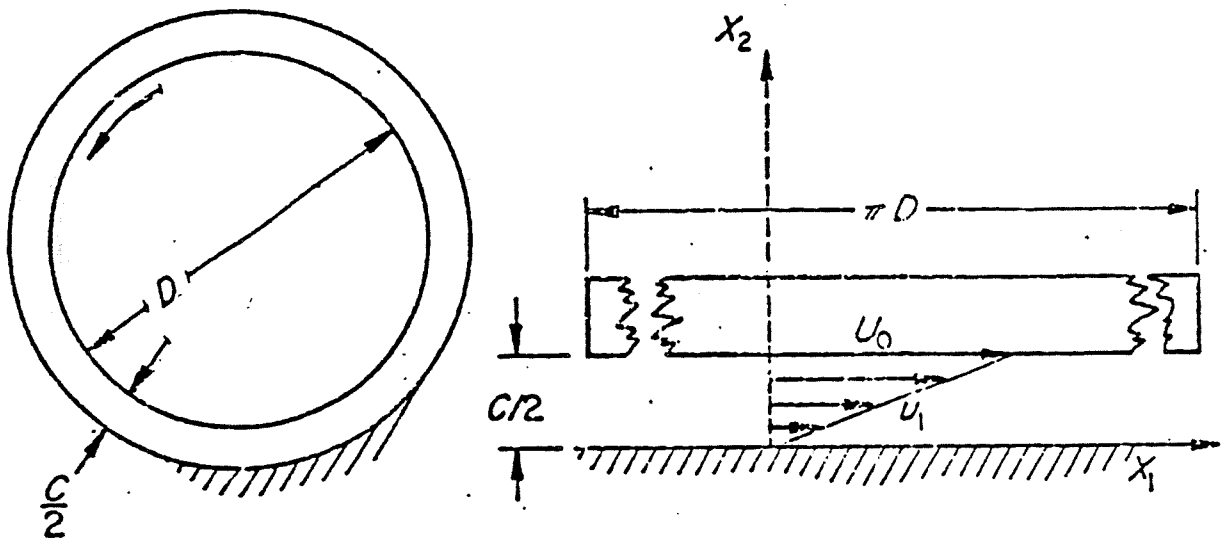
Στο Παράρτημα υπάρχει ο Πίνακας Π.3, που δίνει τιμές της σταθεράς a για ορισμένα συνήθη λάδια.

Πολλά ρευστά δεν έχουν σταθερό λόγο διατμητικής τάσης προς ρυθμό διάτμησης σε μια δοσμένη θερμοκρασία και πίεση και λέγονται μη Νευτώνια ρευστά. Τέτοια ρευστά είναι τα λιπαντικά γράσσα, τα πολυβάθμια μηχανέλαια, τα χρώματα, η μαγιονέζα, το μέλι κ.τ.λ. Τα μη Νευτώνια ρευστά

ταξινομούνται με διάφορους τρόπους. Ο απλούστερος χρησιμοποιεί το διάγραμμα ροής, που είναι το διάγραμμα της διατμητικής τάσης σε σχέση με το ρυθμό διάτμησης.

7.3. Απώλεια ισχύος σε ομόκεντρο έδρανο

Θα υπολογίσουμε την απώλεια σε ισχύ για ένα έδρανο που το πάχος του λιπαντικού και η θερμοκρασία θεωρούνται σταθερές στο χρόνο και χώρο. Το ομόκεντρο έδρανο που φαίνεται στο σχήμα 7.3a έχει διαμετρική χάρη C που είναι πολύ μικρή σε σύγκριση με τη διάμετρο του άξονα (C/D είναι της τάξης του 0.002), ώστε η κάμπυλότητα της μεμβράνης θεωρείται αμελητέα και το πρόβλημα λύνεται σαν να ήταν οι επιφάνειες επίπεδες (Σχ. 7.3b).



Σχ. 7.3. Ομόκεντρο έδρανο ολίσθησης με σταθερό πάχος λιπαντικού

Η διατμητική τάση είναι $\tau = \eta \frac{\partial u_1}{\partial x_2}$. Η τάση τ σε κάθε στρώμα του ρευστού μεταξύ των δυο επιφανειών πρέπει να είναι ίση, επειδή η δύναμη που χρειάζεται, για να κινηθεί μια επιφάνεια σε σχέση με την άλλη, μεταφέρεται από στρώμα σε στρώμα και η επιφάνεια κάθε στρώματος είναι η ίδια.

Αν U_0 είναι η ταχύτητα της κινούμενης επιφάνειας, το ρευστό που βρίσκεται στο όριο κινείται με την ίδια ταχύτητα με το όριο και η κατανομή της ταχύτητας είναι σταθερή. Επομένως:

$$\tau = \eta \frac{U_0}{\frac{C}{2}} = \frac{2\eta U_0}{C} \quad (7.5)$$

Η διατμητική δύναμη που χρειάζεται για τη σχετική κίνηση των επιφανειών είναι το γινόμενο της διατμητικής τάσης επί την επιφάνεια πDL , δηλαδή:

$$F = 2\pi\eta U_0 \left(\frac{D}{C}\right)L \quad (7.6)$$

όπου L είναι το μήκος του εδράνου στη διεύθυνση X_3 .
Η παραπάνω σχέση μπορεί επίσης να γραφεί:

$$F = 2\pi^2\eta N \left(\frac{D}{C}\right)DL \quad (7.7)$$

όπου N είναι ο αριθμός των στροφών του άξονα ανά μονάδα χρόνου.
Αν το φορτίο πάνω στο έδρανο είναι W , ο συντελεστής τριβής είναι:

$$f = \frac{F}{W} \quad (7.8)$$

και επομένως

$$f = 2\pi^2\eta \frac{N}{p} \left(\frac{D}{C}\right) \quad (7.9)$$

όπου $p = \frac{W}{LD}$ πίεση.

Η ροπή M της δύναμης F είναι:

$$M = F \frac{D}{2} = \frac{\pi^2 D^3 L N \eta}{C} \quad (7.10)$$

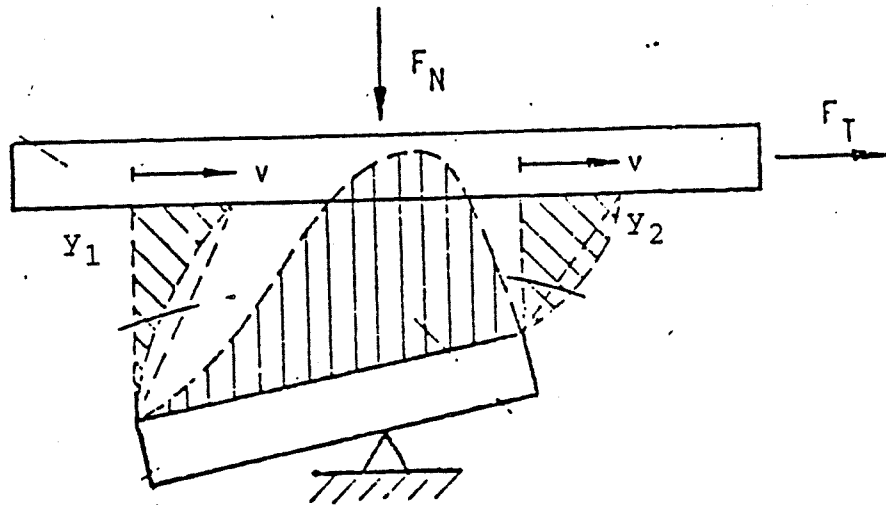
ενώ η απώλεια σε ισχύ είναι:

$$P_f = 2\pi N M = 2\pi^3 \left(\frac{D}{C}\right) D^2 N^2 L \eta \quad (7.11)$$

Είναι γνωστό ότι στην πράξη τα έδρανα δεν λειτουργούν ομόκεντρα όπως υποθέσαμε στην παράγραφο αυτή. Παρά ταύτα η εξίσωση (7.9) (εξίσωση Petroff) ισχύει με αρκετή ακρίβεια.

8. ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΗ ΛΙΠΑΝΣΗ

Κατά την υδροδυναμική λίπανση υπάρχει ένα συνεχόμενο στρώμα λιπαντικού μεταξύ των δυο επιφανειών, που η μια κινείται σε σχέση με την άλλη, ώστε να ελαχιστοποιείται η τριβή και να περιορίζεται η φθορά. Η αντίσταση στην κίνηση προκύπτει από την εσωτερική τριβή του λιπαντικού στρώματος, δηλαδή το ιξώδες και η φθορά περιορίζεται όταν η γεωμετρία των επιφανειών είναι τέτοια ώστε μπορεί να αναπτυχθεί πίεση στο στρώμα του λιπαντικού που μεταφέρει το φορτίο των επιφανειών κατά την κίνησή τους. Προκειμένου να δημιουργηθεί πίεση για την υποστήριξη του φορτίου, χρειάζεται ένα στρώμα λιπαντικού σε σχήμα σφήνας που συγκλίνει, όπως απέδειξε ο Reynolds (Σχ. 8.1). Το κεκλιμένο έδρανο μένει ακίνητο και το διάκενο y_1 είναι μεγαλύτερο από το διάκενο y_2 . Ολόκληρο το διάκενο είναι πλημμυρισμένο με ένα ασυμπίεστο λιπαντικό. Επειδή $y_1 > y_2$, η ροή στην είσοδο θα είναι μεγαλύτερη από τη ροή στην έξοδο. Το γεγονός αυτό δημιουργεί μια κατανομή πίεσης. Τονίζεται ότι οι παραπάνω πιέσεις είναι αυτοδημιούργητες και είναι απαραίτητες για την υποστήριξη του φορτίου του εδράνου.



Σχ. 8.1. Το κεκλιμένο έδρανο και οι κατανομές των ταχυτήτων και της πίεσης.

8.1. Εξίσωση Reynolds

Η κίνηση ενός ιξώδους ρευστού περιγράφεται από τις ακόλουθες εξισώσεις:

1. Εξισώσεις Navier-Stokes, που περιγράφουν την ισορροπία δυνάμεων.
2. Εξίσωση συνέχειας ροής, που περιγράφει τη διατήρηση μάζας.
3. Εξίσωση ενέργειας, που περιγράφει τη διατήρηση ενέργειας. Και
4. Καταστατικές εξισώσεις, που δίνουν την εξάρτηση των ιδιοτήτων του υλικού (πυκνότητα, ιξώδες κ.τ.λ.) από την πίεση και τη θερμοκρασία.

Στις εξισώσεις Navier-Stokes μπορούμε να απαλείψουμε τους όρους των δυνάμεων πεδίου και δυνάμεων αδράνειας και να υποθέσουμε ότι οι δυνάμεις ιξώδους είναι πολύ μεγάλες. Επίσης θεωρούμε τη θερμοκρασία και το ιξώδες σταθερά (στο χώρο και στο χρόνο). Επιπλέον, γίνεται η υπόθεση ότι το ρευστό είναι ασυμπύεστο, δηλαδή $\rho = \text{σταθερό}$. Η υπόθεση αυτή επιφέρει απλοποίηση στην εξίσωση της συνέχειας. Σχεδόν όλα τα λιπαντικά στρώματα έχουν δυο χαρακτηριστικά που μας επιτρέπουν να κάνουμε απλοποιητικές παραδοχές. Το πρώτο είναι ότι το διάκενο μεταξύ των στερεών επιφανειών είναι πολύ μικρό, ώστε η κίνηση του ρευστού να θεωρείται στρωτή ροή. Το δεύτερο είναι ότι οι οριακές επιφάνειες του λιπαντικού στρώματος είναι σχεδόν παράλληλες μεταξύ τους, ώστε ορισμένοι όροι ταχύτητας απαλείφονται.

Με βάση τα παραπάνω οι εξισώσεις Navier - Stokes και συνέχειας γράφονται:

$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = \eta \left(\frac{\partial^2 u_1}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_3^2} \right) \quad (8.1a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x_2} = \eta \left(\frac{\partial^2 u_2}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_2}{\partial x_3^2} \right) \quad (8.1b)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x_3} = \eta \left(\frac{\partial^2 u_3}{\partial x_1^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} + \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_3^2} \right) \quad (8.1c)$$

$$0 = \frac{\partial u_1}{\partial x_1} + \frac{\partial u_2}{\partial x_2} + \frac{\partial u_3}{\partial x_3} \quad (8.2)$$

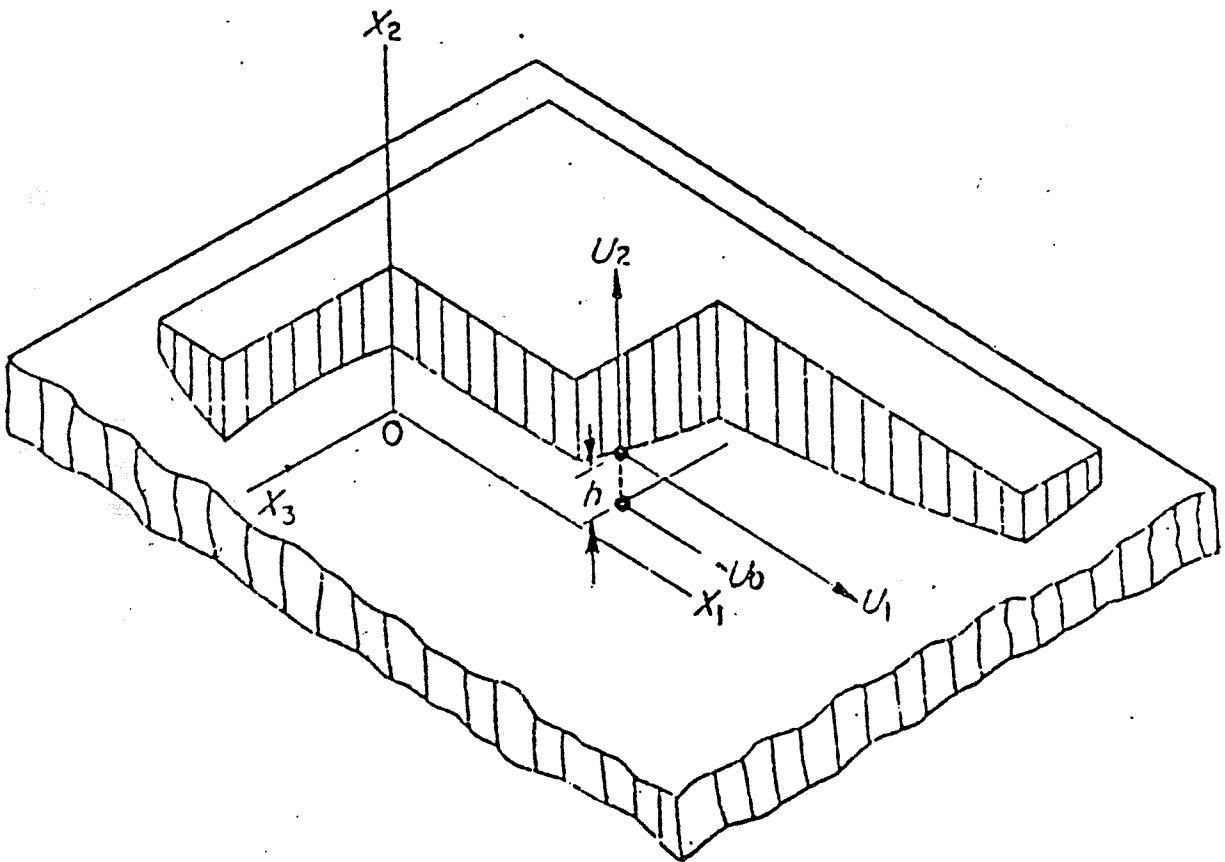
όπου:

x_1 είναι η διεύθυνση της σχετικής κίνησης

x_2 είναι η διεύθυνση κάθετα στη σχετική κίνηση

x_3 είναι η διεύθυνση που σχηματίζει ορθή γωνία με την επιφάνεια x_1x_2 .

Στα λιπαντικά στρώματα οι επιφάνειες που περικλείουν το λιπαντικό στρώμα είναι σχεδόν παράλληλες επιφάνειες με πολύ μεγάλες ακτίνες καμπυλότητας σε σύγκριση με το πάχος του στρώματος του λιπαντικού, έτσι ώστε αγνοούμε οποιαδήποτε καμπυλότητα των επιφανειών.



Σχήμα 8.2. Επιφάνειες σε σχετική κίνηση και η μεμβράνη του λιπαντικού

Στο σχήμα 8.2. φαίνεται μια πλάκα που κινείται κοντά σε μια επιφάνεια (x_1x_3) με ταχύτητα U_1 και έχει ταχύτητα U_0 . Η πλάκα κινείται επίσης προς τα πάνω με ταχύτητα u_2 αλλά θεωρούμε $u_2 \ll u_1, u_3$ και

$$\frac{\partial u_1}{\partial x_1}, \frac{\partial u_3}{\partial x_3}, \frac{\partial u_3}{\partial x_1}, \frac{\partial u_3}{\partial x_1} \ll \frac{\partial u_1}{\partial x_2}, \frac{\partial u_3}{\partial x_2}$$

δηλαδή ότι η κίνηση του ρευστού προς τα πάνω είναι μικρή και η μεταβολή των ταχυτήτων u_1 και u_3 κατά τις διευθύνσεις x_1 και x_3 είναι μικρές σε σύγκριση με τις μεταβολές τους κατά τη διεύθυνση x_2 . Με τις παραδοχές αυτές οι εξισώσεις 8.1 γίνονται:

$$\frac{\partial p}{\partial x_1} = \eta \frac{\partial^2 u_1}{\partial x_2^2} \quad (8.3a)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x_2} = 0 \quad (8.3b)$$

$$\frac{\partial p}{\partial x_3} = \eta \frac{\partial^2 u_3}{\partial x_2^2} \quad (8.3c)$$

Το σύστημα των διαφορικών εξισώσεων (8.2) και (8.3) έχει οριακές συνθήκες:

$$\text{για } x_2 = 0 \quad : \quad u_1 = U_0, \quad u_3 = 0, \quad u_2 = 0 \quad (8.4)$$

$$\text{για } x_2 = h(x_1, x_3): \quad u_1 = U_1, \quad u_3 = 0, \quad u_2 = U_1 \frac{\partial h}{\partial x_1} + V$$

και στην περίμετρο επιφάνειας $x_1 x_3$ η πίεση είναι: $p = p_0$.

Το $V = \frac{dh}{dt}$ είναι η ταχύτητα διαχωρισμού της μιας από την άλλη από τις δυο στερεές επιφάνειες για οποιοδήποτε σημείο (x_1, x_3) . Η εξίσωση (8.3b) δείχνει ότι η πίεση p είναι ανεξάρτητη από το x_2 . Με ολοκλήρωση των (8.3a) και (8.3c) και χρήση των οριακών συνθηκών βρίσκουμε τη μεταβολή της ταχύτητας ενδιάμεσα του πάχους του στρώματος του λιπαντικού:

$$u_1 = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x_1} (x_2 - h)x_2 + U_0 \frac{h - x_2}{h} + U_1 \frac{x_2}{h} \quad (8.5a)$$

$$u_3 = \frac{1}{2\eta} \frac{\partial p}{\partial x_3} (x_2 - h)x_2 \quad (8.5b)$$

Αν παραγωγίσουμε τις εξισώσεις (8.5a) και (8.5b) ως προς x_1 και x_3 και αντικαταστήσουμε στην εξ. (8.4) βρίσκουμε:

$$\frac{\partial u_2}{\partial x_2} = -\frac{1}{2\eta} \left[\frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ \frac{\partial p}{\partial x_1} (x_2 - h)x_2 \right\} + \frac{\partial}{\partial x_3} \left\{ \frac{\partial p}{\partial x_3} (x_2 - h)x_2 \right\} \right] - \frac{\partial}{\partial x_1} \left\{ U_0 \frac{h - h_2}{h} + U_1 \frac{x_2}{h} \right\} \quad (8.6)$$

Με ολοκλήρωση από $x_2 = 0$ ως $x_2 = h$ και αντικατάσταση των οριακών συνθηκών (8.4):

$$\int_0^h U_1 \frac{\partial h}{\partial x_1} + v_1 du_2 = A + B + \Gamma \quad (8.7)$$

$$\begin{aligned} A &= -\frac{1}{2\eta} = \int_0^h \left\{ \frac{\partial^2 p}{\partial x_1^2} (x_2^2 - h_2 h) - x_2 \frac{\partial h}{\partial x_1} \frac{\partial p}{\partial x_1} \right\} dx_2 = \\ &= \frac{\partial^2 p}{\partial x_1^2} \left(\frac{x_2^3}{3} - \frac{hx_2^2}{2} \right) - \frac{x_2^2}{2} \frac{\partial h}{\partial x_1} \frac{\partial p}{\partial x_1} \Bigg|_{x_2=0}^{x_2=h} = \\ &= -\frac{h^3}{6} \frac{\partial^2 p}{\partial x_1^2} - \frac{h^2}{2} \frac{\partial h}{\partial x_1} \frac{\partial p}{\partial x_1} = \\ &= -\frac{1}{6} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) \quad (8.8a) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} B &= -\frac{1}{2\eta} = \int_0^h \left\{ \frac{\partial^2 p}{\partial x_3^2} (x_2^2 - h_2 h) - x_2 \frac{\partial h}{\partial x_3} \frac{\partial p}{\partial x_3} \right\} dx_2 = \\ &= \frac{\partial^2 p}{\partial x_3^2} \left(\frac{x_2^3}{3} - \frac{hx_2^2}{2} \right) - \frac{x_2^2}{2} \frac{\partial h}{\partial x_3} \frac{\partial p}{\partial x_3} \Bigg|_{x_2=0}^{x_2=h} = \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 &= -\frac{h^3}{6} \frac{\partial^2 p}{\partial x_3^2} - \frac{h^2}{2} \frac{\partial h}{\partial x_3} \frac{\partial p}{\partial x_3} = \\
 &= -\frac{1}{6} \frac{\partial}{\partial x_3} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x_3} \right) . \quad (8.8b)
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \Gamma &= \int_0^h \left\{ x_2 \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{U_1 - U_0}{h} \right) + \frac{\partial U_0}{\partial x_1} \right\} dx_2 = \\
 &= \frac{h^2}{2} \frac{\partial}{\partial x_1} \left(\frac{U_1 - U_0}{h} \right) + h \frac{\partial U_0}{\partial x_1} = \\
 &= \frac{1}{2} \frac{\partial}{\partial x_1} (U_0 + U_1)h - U_1 \frac{\partial h}{\partial x_1} \quad (8.8c)
 \end{aligned}$$

Σημειώστε ότι το h είναι συνάρτηση των x_1 , x_3 και t , ενώ τα p και u δεν είναι συναρτήσεις του x_2 .

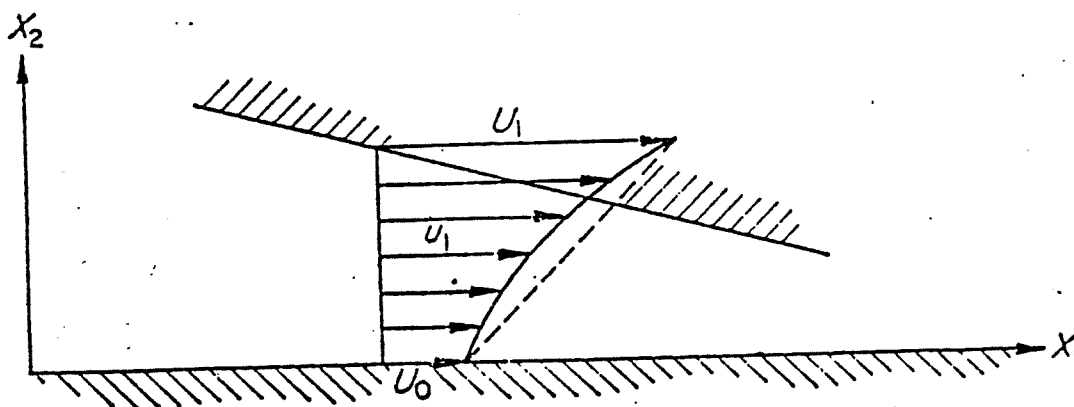
Από τις (8.7) και (8.8) καταλήγουμε στην εξίσωση:

$$\begin{aligned}
 &\frac{\partial}{\partial x_1} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x_1} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(h^3 \frac{\partial p}{\partial x_3} \right) = \\
 &= 6\eta \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1} [(U_0 + U_1)h] + 2V \right\} \quad (8.9)
 \end{aligned}$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι γνωστή σαν εξίσωση Reynolds. Η εξίσωση Reynolds εφαρμόζεται για όλους σχεδόν τους τύπους των εδράνων, για τα δόντια των οδοντωτών τροχών κ.τ.λ. Συνήθως η επιφάνεια του εδράνου είναι ακίνητη και μόνο ο άξονας κινείται. Επομένως στην εξίσωση Reynolds τίθεται $V = 0$. Η εξίσωση Reynolds δίνει την κατανομή της πίεσης σε κάθε σημείο του στρώματος του λιπαντικού, αφού λάβει υπ' όψη τις ταχύτητες των επιφανειών και το προφίλ του στρώματος του λιπαντικού. Όταν είναι γνωστή η κατανομή της πίεσης μπορούμε να υπολογίσουμε τις δυνάμεις που τείνουν να διαχωρίσουν τις δυο επιφάνειες. Στην πράξη το πρόβλημα είναι να υπολογίσουμε το ελάχιστο στρώμα λιπαντικού όταν ξέρουμε τη δύναμη.

8.2. Επίλυση της εξίσωσης Reynolds

Στην προσεγγιστική λύση του "στενού εδράνου" απλοποιείται η εξίσωση Reynolds (8.9) ώστε να γίνει απ' ευθείας ολοκλήρωση. Η παραδοχή που γίνεται είναι ότι $(U_0 + U_1)$ και h είναι ανεξάρτητα από το x_3 . Στο σχήμα 8.3 οι δυο πρώτοι όροι της εξίσωσης για το u_1 αντιπροσωπεύονται από τη διακεκομμένη ευθεία γραμμή. Το σχήμα του εδράνου, όπως προσδιορίζεται από το μήκος και τη διάμετρο, επηρεάζει τη σχέση μεταξύ των περιφερειακών και αξονικών κατανομών πίεσης. Και οι δυο κατανομές εξαρτώνται από την απόσταση του σημείου με τη μέγιστη πίεση στο στρώμα του λιπαντικού μέχρι ενός ορίου που η πίεση είναι μηδέν. Έτσι λοιπόν, καθώς το μήκος γίνεται μικρότερο σε σχέση με τη διάμετρο, η περιφερειακή κατανομή $\left(\frac{\partial p}{\partial x_1}\right)$ γίνεται πολύ μικρότερη σε σχέση με την αξονική $\left(\frac{\partial p}{\partial x_3}\right)$.



Σχ. 8.3. Κατανομή της ταχύτητας στο στρώμα του λιπαντικού

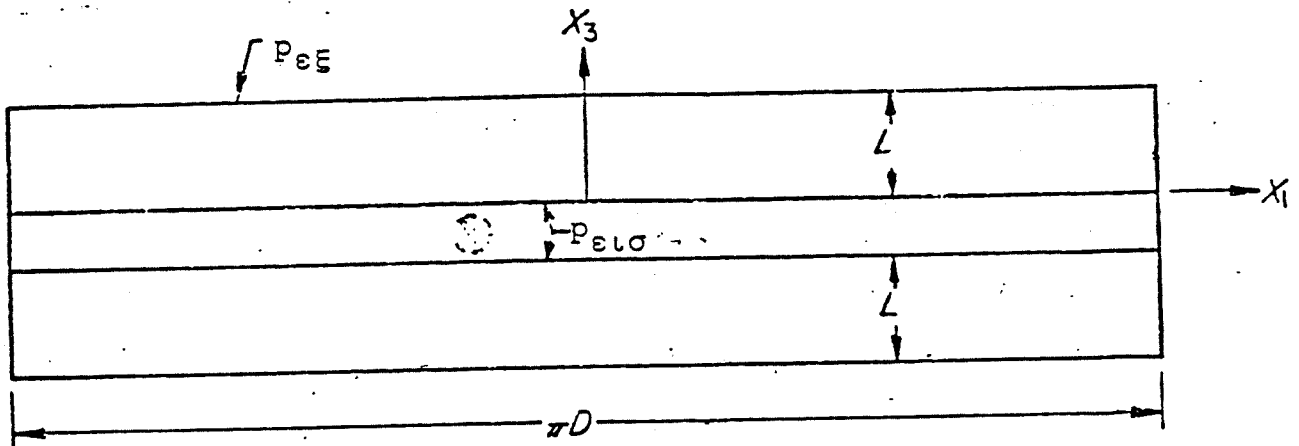
Επομένως μπορούμε να παραλείψουμε τις παραγώγους ως προς x_1 στην εξίσωση Reynolds (8.9):

$$\frac{\partial^2 p}{\partial x_3^2} = \frac{6\mu}{h^3} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1} [(U_0 + U_1)h] + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \right\} \quad (8.10)$$

Μετά από διπλή ολοκλήρωση παίρνουμε:

$$p(x_1, x_3) = \frac{6\eta}{h^3} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1} [(U_0 + U_1)h] + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \right\} \frac{x_3^2}{2} + C_1 x_3 + C_2 \quad (8.11)$$

όπου τα C_1 και C_2 είναι σταθερές που υπολογίζονται από τις οριακές συνθήκες σε κάθε περίπτωση.



Σχ. 8.4. Έδρανο με κεντρικό περιφερειακό αυλάκι λίπανσης

Στο σχ. 8.4 έχουμε ένα έδρανο με κεντρικό αυλάκι λίπανσης. Οι οριακές συνθήκες είναι:

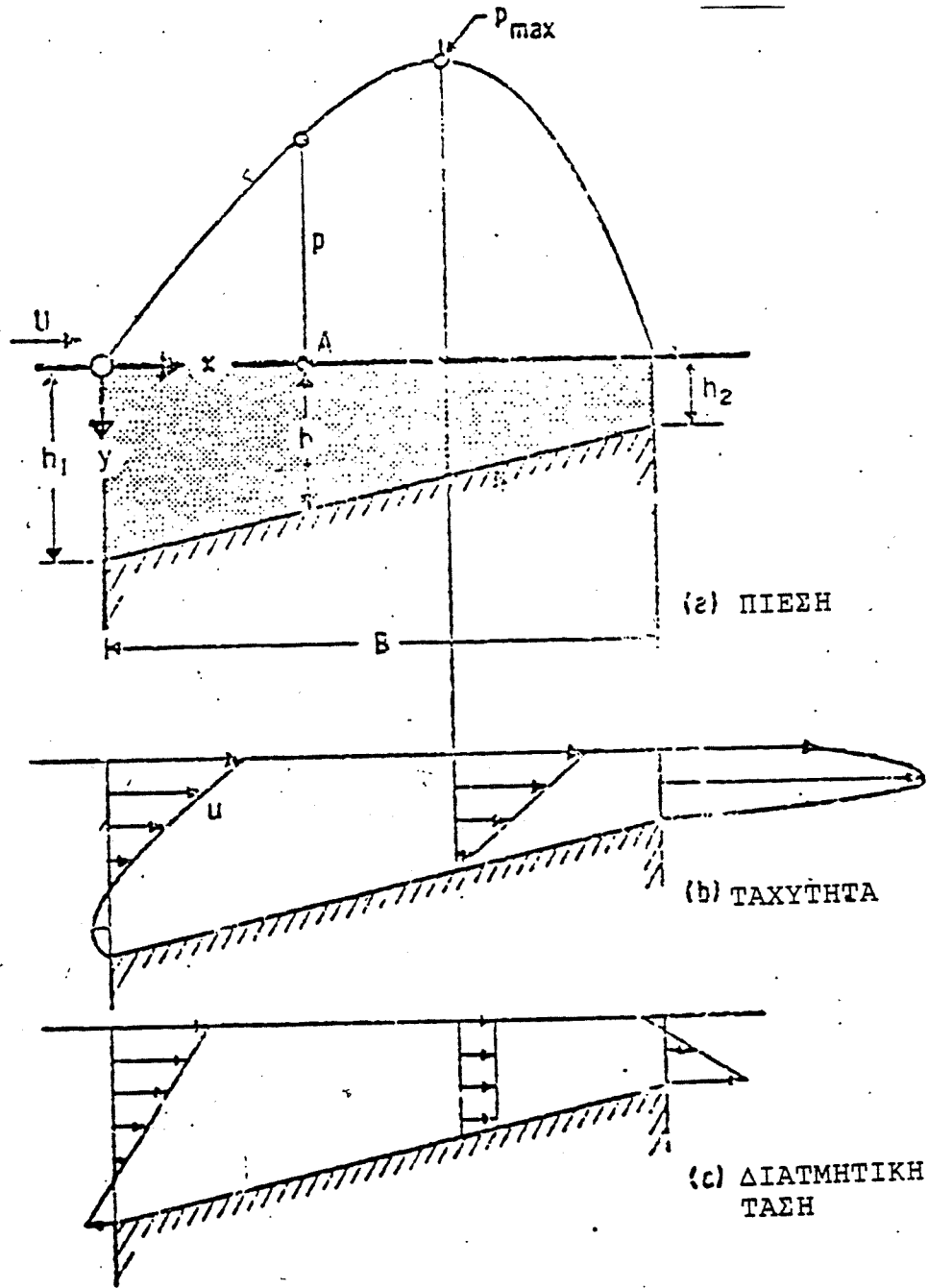
$$\begin{aligned} \text{για } x_3 = 0 & : p = p_{\text{εισ.}} \\ \text{για } x_3 = L & : p = p_{\text{εξ.}} \end{aligned}$$

Επομένως

$$p - p_{\text{εισ.}} = \frac{3\eta}{h^3} \left\{ \frac{\partial}{\partial x_1} [(U_0 + U_1)h] + 2 \frac{\partial h}{\partial t} \right\} (x_3 - L) + (p_{\text{εξ.}} - p_{\text{εισ.}}) \frac{x_3}{L} \quad (8.12)$$

Στο σχήμα 8.5 φαίνεται έδρανο με στρώμα λιπαντικού σε σχήμα σφήνας. Η κατανομή της πίεσης κατά μήκος του στρώματος του λιπαντικού (στη διεύθυνση x) δίνεται από τη σχέση:

$$p = \frac{\eta U B}{h_2^2} \left[\frac{6(A-1)(1-x_1)x_1}{(A+1)(A-Ax_1+x_1)^2} \right] \quad (8.13)$$



Σχήμα 8.5. Κατανομή πίεσης, ταχύτητας και διατμητικής τάσης σε στρώμα λιπαντικού με σχήμα σφήνας.

όπου B είναι το μήκος του κεκλιμένου τομέα στη διεύθυνση της κίνησης

$$x_1 = \frac{x}{B}$$

$$A = \frac{h_1}{h_2}$$

Η μέγιστη πίεση παρουσιάζεται στο σημείο $x_1 = \frac{A}{A+1}$ και δίνεται από τη σχέση:

$$P_{\max} = \eta \frac{UB}{h_2^2} \frac{1,5(A-1)}{A(A+1)} \quad (8.14)$$

8.3. Η εξίσωση Reynolds για κυκλικό έδρανο ολίσθησης

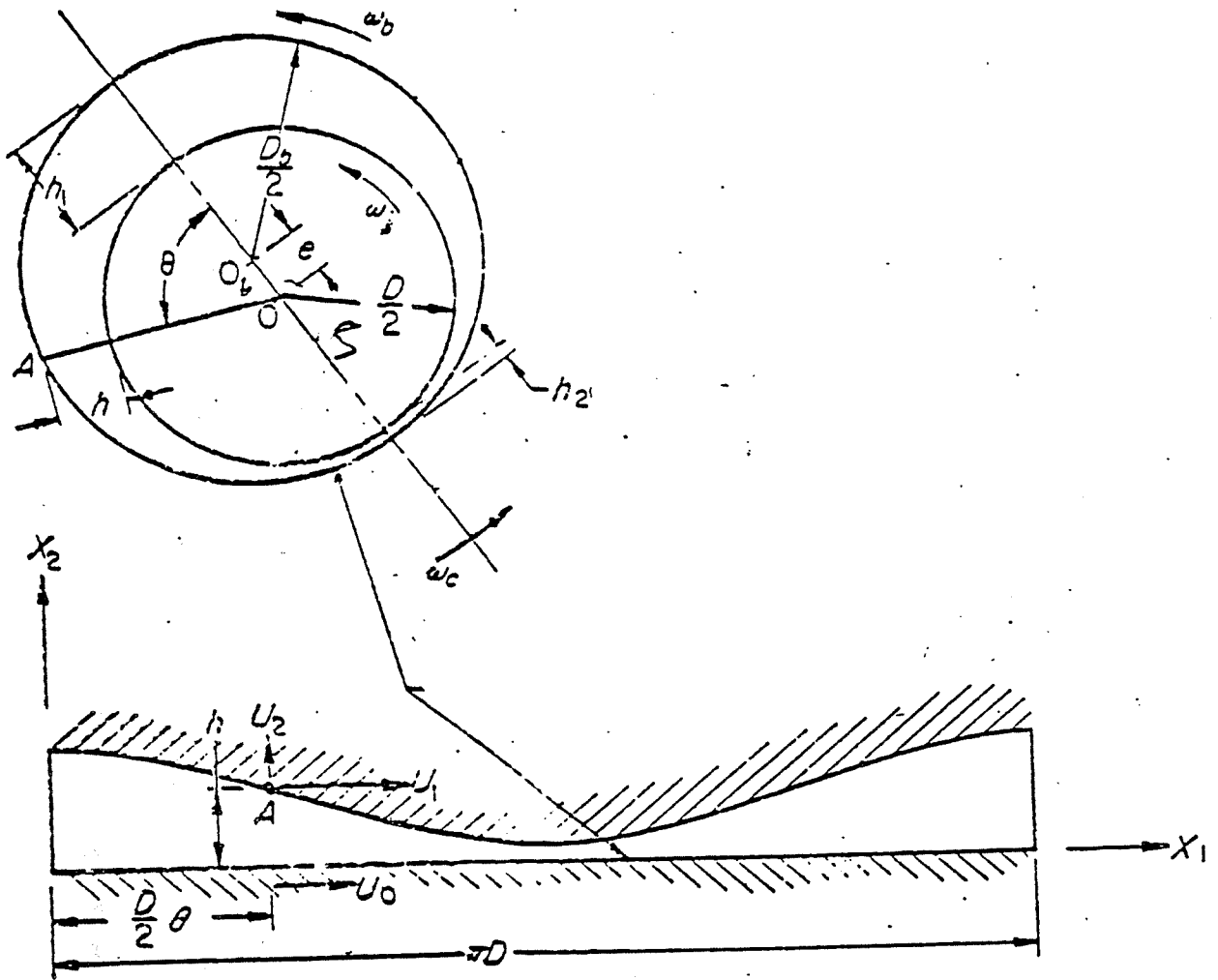
Το ζεύγος στροφέα - τριβέα μπορεί να θεωρηθεί σαν ένα έδρανο ολίσθησης, όπου το πάχος του στρώματος του λιπαντικού μεταβάλλεται ανάλογα με την απόσταση μεταξύ αυτών των δυο στοιχείων (σχ. 8.6). Γίνεται η υπόθεση ότι οι άξονες του στροφέα και τριβέα είναι παράλληλοι. Η εξίσωση (8.9) μπορεί να γραφεί σαν συνάρτηση των κυριότερων παραμέτρων του στροφέα - τριβέα για τη γενική περίπτωση όπου το κέντρο του άξονα 0 κινείται αυθαίρετα. Το πάχος του λιπαντικού h εκφράζεται σαν συνάρτηση της γωνίας θ και της εκκεντρότητας e . Από το τρίγωνο $OAOb$ προκύπτει από το νόμο των συνημιτόνων:

$$(AO_b)^2 = e^2 + (AO)^2 - 2e(AO) \cos \theta \quad (8.15)$$

$$\eta \quad \left(\frac{D_b}{2}\right)^2 = e^2 + \left(h + \frac{D}{2}\right)^2 - 2e\left(h + \frac{D}{2}\right) \cos \theta \quad (8.16)$$

Λύνοντας ως προς h βρίσκουμε:

$$h = \frac{1}{2} \left(-D + 2e \cos \theta \pm D_b \sqrt{1 + 4 \left(\frac{e}{D_b}\right)^2 (\cos^2 \theta - 1)} \right) \quad (8.17)$$



Σχ. 8.6. Γεωμετρία του κυκλικού εδράνου ολίσθησης

Ο όρος e/D_b είναι πολύ μικρός και θεωρείται μηδέν. Επίσης, επειδή το h είναι πάντα θετικό, το πρόσημο του ριζικού πρέπει να είναι θετικό. Επομένως:

$$h = \frac{1}{2}(-D + 2e \cos \theta + D_b) \quad (8.18)$$

Αν c είναι το ακτινικό διάκενο, τότε

$$c = \frac{D_b - D}{2}$$

και επομένως:

$$h = c + e \cos \theta = c \left(1 + \frac{e}{c} \cos \theta \right) \quad (8.19)$$

Θέτουμε:

$$\kappa = \frac{e}{c} = 1 - \frac{h_2}{c} = \text{λόγος εκκεντρότητας}$$

και

$$H = \frac{h}{c}$$

Τότε:

$$H = 1 + \kappa \cos \theta \quad (8.20)$$

Θεωρούμε τα μεγέθη: $x_1 = \theta r$, $P = \frac{\rho c^2}{6\eta r^2 \Omega}$, $T = \frac{\Omega}{2} t$, $x_3 = \frac{x_3}{r}$, όπου Ω είναι γωνιακή ταχύτητα αναφοράς. Η εξίσωση Reynolds παίρνει τη μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial x_3} \right) = \frac{\partial}{\partial \theta} \left[\left(\frac{U_0 + U_1}{\Omega r} \right) H \right] + \frac{\partial H}{\partial T} \quad (8.21)$$

Για κυκλικό έδρανο $U_0 = 0$, $U_1 = \omega R$ και το $\partial H / \partial T$ βρίσκεται από τη σχέση

$$H = 1 + \kappa \cos \theta = 1 + \kappa \cos(s - \varphi - \pi) \quad (8.22)$$

Η παραπάνω εξίσωση γράφεται τελικά (κατόπιν απλοποιητικών παραδοχών) στη μορφή:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial \theta} \right) + \frac{\partial}{\partial x_3} \left(H^3 \frac{\partial P}{\partial x_3} \right) = -\kappa \left(1 - \frac{\partial \varphi}{\partial T} \right) \sin \theta + \frac{\partial \kappa}{\partial T} \cos \theta \quad (8.23)$$

Κυλινδρικά έδρανα με μήκος L πολύ μεγαλύτερο της διαμέτρου D (συνήθως $L > 2D$) λέγονται έδρανα άπειρου μήκους. Στην περίπτωση αυτή η κατάσταση κατά μήκος x_3 του άξονα είναι σταθερή. Δηλαδή $\partial P / \partial x_3 = 0$. Η εξίσωση (8.23) γίνεται:

$$\frac{\partial}{\partial \theta} \left[(1 + \kappa \cos \theta)^3 \frac{\partial p}{\partial \theta} \right] = -\kappa \left(1 - \frac{\partial \varphi}{\partial T} \right) \sin \theta + \frac{\partial \kappa}{\partial T} \cos \theta \quad (8.24)$$

Οι οριακές συνθήκες είναι $P(0) = P(2\pi) = P_0$. Με διπλή ολοκλήρωση και εφαρμογή των οριακών συνθηκών έχουμε:

$$P - P_0 = \Phi \frac{\kappa}{2 + \kappa^2} \frac{\sin \theta (2 + \kappa \cos \theta)}{(1 + \kappa \cos \theta)^3} + \frac{1}{2\kappa} \left[\frac{1}{(1 + \kappa \cos \theta)^2} - \frac{1}{(1 + \kappa)^2} \right] \frac{d\kappa}{dT} \quad (8.25)$$

όπου $\Phi = 1 - \frac{d\varphi}{dT}$. Οι συνιστώσες της δύναμης που προκύπτει από την κατανομή της θέσης κατά τις διευθύνσεις x και y είναι:

$$F_x = -LR \frac{6\eta R^2 \omega}{c^2} \int_0^{2\pi} p \sin \theta d\theta \quad (8.26a)$$

$$F_y = -LR \frac{6\eta R^2 \omega}{c^2} \int_0^{2\pi} p \cos \theta d\theta \quad (8.27b)$$

Ολοκληρώνοντας βρίσκουμε:

$$F_x = -6\pi\eta LD \left(\frac{R}{c} \right)^2 \left(\omega - 2 \frac{d\varphi}{dt} \right) \frac{\kappa}{(2 + \kappa^2) \sqrt{1 - \kappa^2}} \quad (8.28a)$$

$$F_y = 6\pi\eta LD \left(\frac{R}{c} \right)^2 \frac{1}{(1 - \kappa^2)^{2/3}} \frac{d\kappa}{dt} \quad (8.28b)$$

Αν το φορτίο του εδράνου είναι το κατακόρυφο W έχουμε:

$$F_x = W \sin \varphi \quad (8.29a)$$

$$F_y = -W \cos \varphi \quad (8.29b)$$

Με το μετασχηματισμό $\mu = \frac{\kappa}{\sqrt{1 - \kappa^2}}$ βρίσκουμε:

$$\cos \varphi = S \frac{d\mu}{dt} \quad (8.30a)$$

και

$$\sin \varphi = S \left[\frac{\mu(1 + \mu^2)}{1 + 1,5\mu^2} \right] \left[\frac{\omega}{2} - \frac{d\varphi}{dt} \right] \quad (8.30b)$$

όπου

$$S = \frac{6\pi\eta LD}{W} \left(\frac{R}{c} \right)^2$$

S είναι αδιάστατο μέγεθος που λέγεται αριθμός Sommerfeld.

Στη θέση ισορροπίας του εδράνου τα κ και φ είναι σταθερά, δηλαδή

$$\frac{d\varphi}{dt} = 0, \quad \frac{d\kappa}{dt} = 0, \quad \frac{d\mu}{dt} = 0$$

Επομένως $\cos\varphi = 0$ και $\sin\varphi = 1$. Αν $\omega = 2\pi N$ (N είναι οι στροφές ανά sec)

και

$$S = \frac{\eta LDN}{W} \left(\frac{R}{c} \right)^2 \quad (8.31)$$

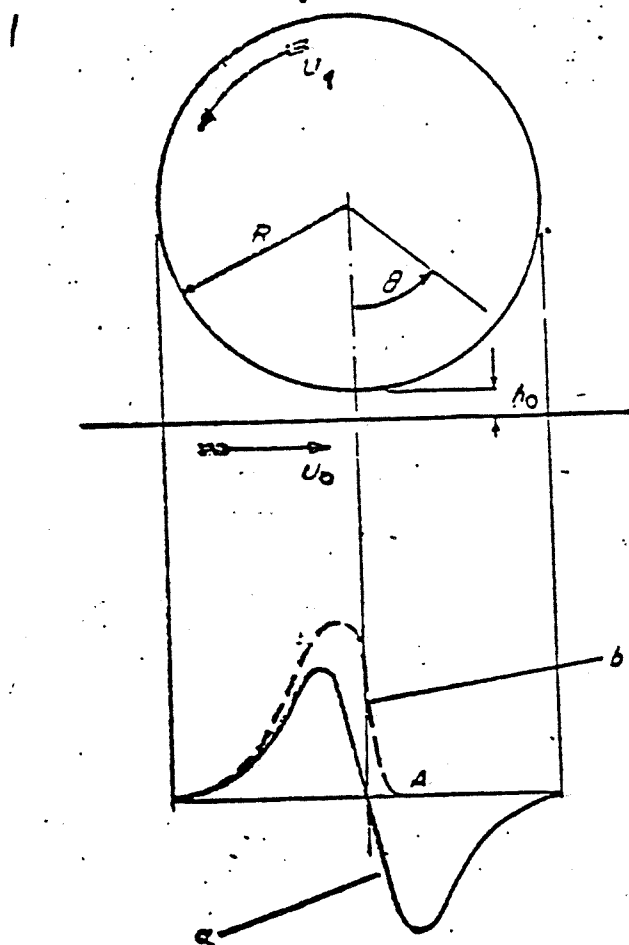
βρίσκουμε για το κυλινδρικό έδρανο απείρου μήκους

$$12\pi^2 S \kappa = (2 + \kappa^2) \sqrt{1 - \kappa^2} \quad (8.32)$$

Η παραπάνω εξίσωση είναι εξίσωση σχεδιασμού για το κυλινδρικό έδρανο απείρου μήκους. Πράγματι, αν το φορτίο είναι δεδομένο W και το κ δεν είναι πολύ κοντά στο 1 (συνήθως παίρνουμε $\kappa = 0,8-0,9$), μπορούν να προσδιορισθούν τα υπόλοιπα στοιχεία του εδράνου.

Για να γίνουν αντιληπτά τα αίτια της διάσπασης του στρώματος του λιπαντικού σ' ένα έδρανο ολίσθησης που φέρει μεγάλο φορτίο, πρέπει να εξετασθεί η κατανομή της πίεσης. Με βάση την εξίσωση Reynolds και αντικαθιστώντας διάφορες τιμές για το U_0 και U_1 καθώς και το πάχος h, μπορεί να προβλεφθεί η συμπεφορά ενός εδράνου ολίσθησης. Η πίεση p είναι μηδέν στα σημεία $\theta = \pm\pi/2$ και η κατανομή της πίεσης έχει τη μορφή της καμπύλης του σχήματος 8.7, που σημαίνει ότι μέσα στο στρώμα του λιπαντικού υπάρχουν αρνητικές πιέσεις ίσες προς τις θετικές. Στις περισσότερες περιπτώσεις το λιπαντικό δεν μπορεί να υποστηρίξει αυτές τις

αρνητικές πιέσεις κι έτσι, σ' αυτήν την περιοχή, το στρώμα του λιπαντικού θα σπάσει (σπηλαίωση). Γι' αυτό πολλές φορές και προ παντός για μεγάλα k (κοντά στη μονάδα) χρησιμοποιείται μόνο το μισό έδρανο. Επειδή τα περισσότερα έδρανα σχεδιάζονται για ικανότητα φόρτισης που βασίζεται στο ελάχιστο επιτρεπόμενο στρώμα λιπαντικού που δίνει k μεταξύ 0,80 και 0,95 χρησιμοποιείται ως επί το πλείστον το μοντέλο του μισού εδράνου (Μισό έδρανο Sommerfeld).

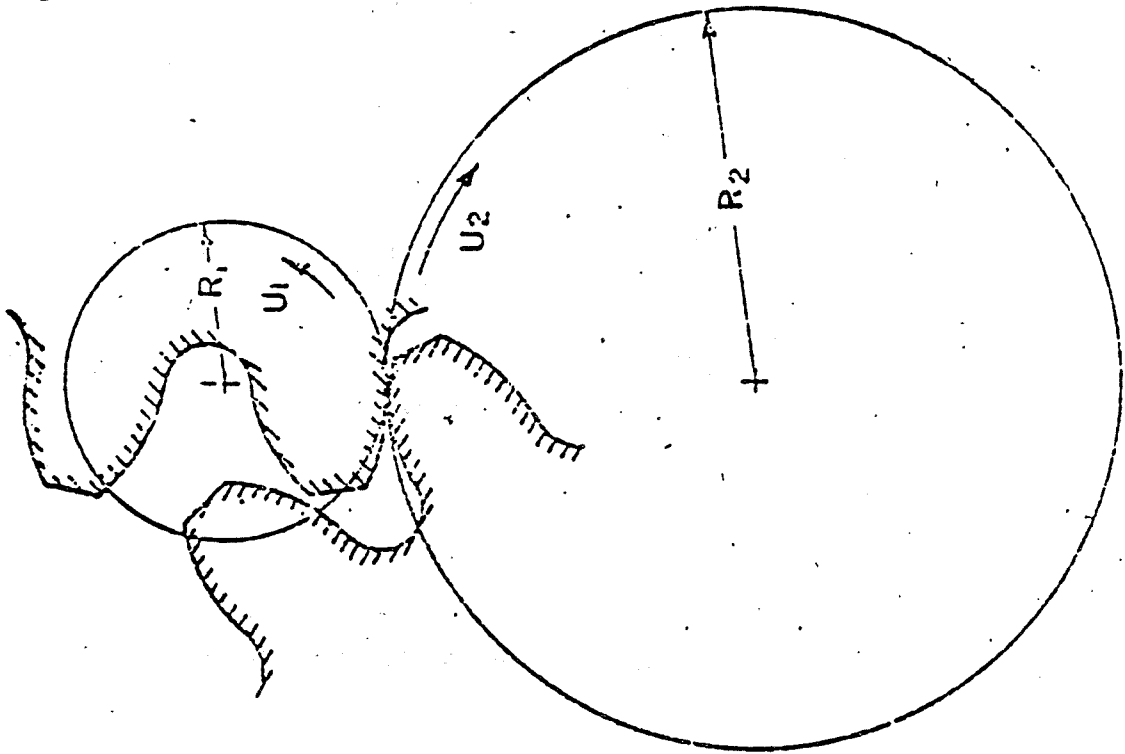


Σχήμα 8.7. Κατανομή πίεσης σε έδρανο ολίσθησης

8.4. Ελαστοϋδροδυναμική λίπανση

Προηγούμενα αναφερθήκαμε στο σχηματισμό ενός υδροδυναμικού στρώματος λιπαντικού που φέρει ένα κανονικό φορτίο, χωρίς να εξετάσουμε τις επιδράσεις του μεγέθους αυτού του φορτίου. Θα εξετάσουμε τώρα πιο προσεκτικά τις επαφές όπου το φορτίο ενεργεί σε σχετικά μικρές

επιφάνειες (υπερφορτωμένες επαφές). Τέτοιου είδους επαφές συναντώνται π.χ. στους οδοντωτούς τροχούς, στις κάμες - ακόλουθους κ.λπ. Στα έδρανα κύλισης (ρουλεμάν) οι επιφάνειες επαφής είναι περίπου 1000 φορές μικρότερες από ό,τι στα έδρανα ολίσθησης και η μέση πίεση θα είναι 1000 φορές μεγαλύτερη. Οι πολύ ψηλές πιέσεις θα επιδράσουν στη συμπεριφορά των επιφανειών και του λιπαντικού, έτσι ώστε οι υδροδυναμικές λύσεις που δόθηκαν στη μελέτη των κυλινδρικών εδράνων ολίσθησης και εδράνων με τομείς θα αλλάξουν. Οι πολύ ψηλές πιέσεις μεταβάλλουν, ως γνωστόν, το ιξώδες του λιπαντικού και την ελαστική παραμόρφωση των στερεών, με επακόλουθη μεταβολή στη γεωμετρία των σωμάτων στο σημείο επαφής. Αν π.χ. εφαρμόσουμε τις υδροδυναμικές εξισώσεις στο σημείο επαφής δυο δοντιών οδοντωτών τροχών (σχ. 8.8): $W = 10^5 \text{ N/m}$, $\eta = 3,6 \times 10^{-3} \text{ Ns/m}^2$, $U_1 + U_2 = 10 \text{ m/s}$, $R = 0,05 \text{ m}$ το πάχος του στρώματος λιπαντικού θα είναι $h = 0,044 \text{ }\mu\text{m}$.



Σχ. 8.8. Επαφή οδοντωτών τροχών

Επειδή όμως οι οδοντωτοί τροχοί δεν έχουν τόσο λεία δόντια, αυτό το πάχος του λιπαντικού δεν θα εμποδίσει τη μεταλλική επαφή των επιφανειακών μικροεσοχών και θα προκαλέσει σημαντική φθορά των εφραπτομένων επιφανειών. Όμως στην πράξη δεν έχουμε φθορά (εφ' όσον υπάρχει αρκετό λιπαντικό) και επομένως βγαίνει το συμπέρασμα ότι, στην περίπτωση αυτή, η απλή υδροδυναμική θεωρία χρειάζεται συμπλήρωση.

Έστω η επαφή του σχήματος 8.8. Το ίδιο συμβαίνει και στα ρουλεμάν. Παρά την πολυπλοκότητα των μηχανισμών αυτών, μπορούν να απλοποιηθούν αν για παράδειγμα η γραμμή επαφής μεταξύ των δοντιών δυο μετωπικών οδοντωτών τροχών δειχθεί σαν επαφή δυο δίσκων με ακτίνες R_1 και R_2 . Όταν δεν υπάρχει λιπαντικό, και κάτω από ένα φορτίο ανά μονάδα μήκους W , οι δίσκοι παραμορφώνονται ελαστικά στα σημεία επαφής τους (επαφή Hertz). Όταν υπάρχει λιπαντικό, μεταφέρεται στην επαφή απ' τις επιφανειακές ταχύτητες U_1 και U_2 και έχουμε ανάπτυξη υδροδυναμικής πίεσης επειδή οι επιφάνειες συγκλίνουν. Η υδροδυναμική πίεση που αναπτύσσεται θα περάσει από ένα "μέγιστο" κοντά στο σημείο που το πάχος της μεμβράνης του λιπαντικού γίνεται "ελάχιστο". Η επιφάνεια κάτω από την καμπύλη της κατανομής της πίεσης είναι ανάλογη με το φορτίο που υποστηρίζει η μεμβράνη του λιπαντικού και είναι σχετικά μικρή λόγω της μικρής επιφάνειας πάνω στην οποία αναπτύσσεται η πίεση. Καθώς το φορτίο μεγαλώνει η πίεση αυξάνεται πολύ γρήγορα στο μέγιστο και το πάχος της μεμβράνης μειώνεται. Ακόμα και για μέτρια φορτία, η κλασική θεωρία προβλέπει μέγιστη υδροδυναμική πίεση σε βαθμό που ούτε η μεταβολή της δυσρευστότητας ούτε η επιφανειακή παραμόρφωση μπορούν να αγνοηθούν.

Η αύξηση του ιξώδους σαν συνάρτηση της πίεσης (Κεφάλαιο 7) και η παραμόρφωση των επιφανειών συνδυάζονται για να παγιδεύσουν το λιπαντικό μόλις εισχωρήσει στη ζώνη επαφής. Σ' αυτή τη ζώνη το ελάχιστο πάχος της μεμβράνης του λιπαντικού είναι κατά πολύ μεγαλύτερο απ' ό,τι στην αντιστοιχη υδροδυναμική περίπτωση και το ιξώδες της μεμβράνης μπορεί να κυμανθεί σε τάξεις μεγέθους πολύ μεγαλύτερες από το ιξώδες εισόδου. Το πάχος του στρώματος για μεγάλα φορτία είναι σχεδόν σταθερό σ' όλο το πλάτος της ζώνης επαφής. Η εξίσωση για το πάχος της μεμβράνης του λιπαντικού h μας δείχνει ότι το h εξαρτάται κυρίως από το συντελεστή πίεσης ιξώδους α (Κεφάλαιο 7), το ιξώδες εισόδου η_0 , την ταχύτητα κύλισης $U = (U_1 + U_2)/2$ και τη σχετική ακτίνα καμπυλότητας $R = R_1 R_2 / (R_1 + R_2)$. Το φορτίο W και το μέτρο ελαστικότητας E δεν έχουν μεγάλη επίδραση στο πάχος του στρώματος. Το ελαστοϋδροδυναμικό πάχος την πράξη κυμαίνεται μεταξύ 3-3000 μm .

9. ΟΡΙΑΚΗ ΚΑΙ ΜΙΚΤΗ ΛΙΠΑΝΣΗ

9.1. Οριακή λίπανση

Οριακή λίπανση ορίζεται η κατάσταση λίπανσης στην οποία η τριβή μεταξύ των δυο επιφανειών (που βρίσκονται σε σχετική κίνηση) προσδιορίζεται αφενός από τις ιδιότητες των επιφανειών και αφετέρου τις ιδιότητες του λιπαντικού εκτός του ιξώδους. Στην περιοχή οριακής λίπανσης ο κινηματικός συντελεστής τριβής κυμαίνεται από 0.01 - 1.00 και έχουμε έντονη φθορά. Η περιοχή αυτή βρίσκεται στο αριστερό μέρος της καμπύλης του Stribeck και χαρακτηρίζεται από το ότι: α) Η υδροδυναμική επίδραση του λιπαντικού είναι ελάχιστη έως ανύπαρκτη και β) οι εφαιπόμενες στερεές επιφάνειες βρίσκονται τόσο κοντά ώστε οι μικροανωμαλίες εφάπτονται σημαντικά μεταξύ τους. Στην περιοχή αυτή παίζουν επομένως ρόλο:

- Η μηχανική των επαφών και η ελαστοπλαστική παραμόρφωση των μικροανωμαλιών.
- Η φυσικοχημεία των επαφών.
- Η τριβή και κυρίως η διάτμηση των συγκολλημένων δεσμών.
- Η φθορά που γενικά προκύπτει από επαλληλία μικρομηχανισμών της επιφανειακής κόπωσης, διάβρωσης και κόλλησης.

Όλοι αυτοί οι μικρομηχανισμοί στερεού με στερεό επηρεάζονται από την παρεμβολή του οριακού λιπαντικού και τις ατμοσφαιρικές συνθήκες. Ο σκοπός του οριακού λιπαντικού είναι να δημιουργήσει μεταξύ των εφαιπόμενων επιφανειών κάποιο στρώμα που διασπάται εύκολα, που να μπορεί να ελαττώσει την απ' ευθείας αλληλοεπίδραση των δυο εφαιπόμενων στερεών επιφανειών. Τέτοιου είδους στρώματα αποτελούνται από μακρομερή με τις παρακάτω ιδιότητες:

- Ισχυρή έλξη μεταξύ των αλυσίδων των μορίων για να υπάρχει αντίσταση στη διείδυση από τις επιφανειακές μικροανωμαλίες και να μετριάζεται η διεργασία της φθοράς.
- Χαμηλή αντοχή σε διάτμηση για να έχουμε χαμηλή τριβή.
- Ψηλό σημείο τήξης για να προφυλάσσονται οι στερεές επιφάνειες από υπερθέρμανση.

Οι μηχανισμοί της οριακής λίπανσης προσδιορίζονται κυρίως από τη Φυσικοχημεία του μεσοστρώματος στερεού - λιπαντικού - στερεού. Ενδιαφέρει η χημική σύνθεση των λιπαντικών και οι διαδικασίες σχηματισμού των οριακών στρωμάτων. Τα λιπαντικά κατατάσσονται σε τρεις κατηγορίες:

α) Μη αντιδρώντα λιπαντικά:

Σ' αυτή την κατηγορία ανήκουν οι υδρογονάνθρακες και τα περισσότερα λάδια. Η κυριότερη ιδιότητά τους είναι το ιξώδες, που εξαρτάται από τη χημική τους δομή. Οι υδρογονάνθρακες (και τα λάδια που προέρχονται από το πετρέλαιο) χωρίζονται σε κεκορεσμένους και ακόρεστους. Οι κεκορεσμένοι είναι οι παραφίνες και ναφθίνες και οι ακόρεστοι είναι οι ολεφίνες και οι αρωματικοί.

β) Πρόσθετα μέσα λιπαντικότητας

Τα διάφορα πρόσθετα των λιπαντικών βοηθούν στην αύξηση της λιπαντικότητας. Τα κυριότερα είναι το στεαρικό οξύ και το ολεϊκό οξύ. Στη χημική σύνθεση των πρόσθετων υπάρχει μια αδιακλάδωτη αλυσίδα με μια ομοιοπολική ομάδα ατόμων στην άκρη της. Εκτός από τα μακρομοριακά οξέα, ορισμένες αλκοόλες και εστέρες χρησιμοποιούνται σαν πρόσθετα και προσκολλώνται στις μεταλλικές επιφάνειες.

γ) Πρόσθετα μέσα πίεσης και αντιφθορικά

Αυτά τα πρόσθετα περιέχουν άτομα φωσφόρου, θείου ή χλωρίου και μπορεί να περιέχουν οξυγόνο, ψευδάργυρο, βόριο, σελήνιο κ.λπ. Παράδειγμα τέτοιων προσθετων είναι και ο διοκτυλιο-διθειο-φωσφορικός ψευδάργυρος. Αυτά τα πρόσθετα λειτουργούν κάτω από οριακές συνθήκες λίπανσης, αντιδρούν με τις εφαιπόμενες μεταλλικές μικρο-εσο-εξοχές και σχηματίζουν στρώματα που βοηθούν στη μείωση της εσωμεταλλικής επαφής και της φθοράς. Καθοριστικός παράγοντας για τους μικρομηχανισμούς αυτούς είναι η θερμοκρασία που αναπτύσσεται στις εφαιπόμενες επιφάνειες.

Οι μηχανισμοί της οριακής λίπανσης είναι: α) η φυσική προσρόφηση, β) η χημική προσρόφηση και γ) η χημική αντίδραση.

α) Σε ένα σύστημα οριακής λίπανσης φυσική προσρόφηση δημιουργείται όταν τα μόρια του λιπαντικού συγκρατούνται στην επιφάνεια με επιφανειακές δυνάμεις συνάφειας τύπου Van der Waal (δυνάμεις μεγάλης ακτίνας δράσης). Τα μόρια έχουν χαλαρούς δεσμούς και ο σχηματισμός του στρώματος είναι αναστρέψιμος. Οι μακρο-αλυσιδωτοί υδρογονάνθρακες προσφύονται κατά προτίμηση σε κάθετη διεύθυνση. Τα πρόσθετα συμπυκνώνονται στην επιφάνεια και σχηματίζουν ένα στερεό σώμα. Πολλά από τα μόρια τοποθετούνται πυκνά και ενισχύουν την αντοχή του λιπαντικού στρώματος με πλευρικές δυνάμεις συνάφειας. Αυτό το στερεό στρώμα που προσκολλάται στις μεταλλικές επιφάνειες και με τη συνάφεια των μορίων μεταξύ τους, έχει την ικανότητα να αντιστέκεται στην επαφή των μικρο-εσο-εξοχών. Τα συστήματα οριακής λίπανσης με φυσική προσρόφηση του

λιπαντικού στρώματος είναι ευαίσθητα στη θερμότητα, διότι διαλύονται. Γι' αυτό και αυτός ο τύπος λίπανσης περιορίζεται σε χαμηλές θερμοκρασίες.

β) Χημική προσρόφηση σε οριακή λίπανση δημιουργείται όταν τα μόρια του λιπαντικού συγκρατούνται στην επιφάνεια με χημικούς δεσμούς (δηλαδή επιφανειακές δυνάμεις μικρής ακτίνας δράσης). Σε σύγκριση με τη φυσική προσρόφηση δεν είναι τελείως αντιστρέψιμη και λειτουργεί και σε υψηλότερες θερμοκρασίες. Παράδειγμα χημικής προσρόφησης είναι η αντίδραση στεαρικού οξέος και οξειδίου του σιδήρου όταν υπάρχει νερό. Το προϊόν είναι μεταλλικό σαπούνι. Τα μεταλλικά σαπούνια έχουν επιθυμητές ιδιότητες αντοχής σε διάτμηση και σημείο τήξης ψηλότερο από τα αρχικά λιπαρά οξέα. Π.χ. το σημείο τήξης του στεαρικού οξέος είναι 69°C και του μεταλλικού σαπουνιού είναι περίπου 120°C . Τα στρώματα λίπανσης από χημική προσρόφηση λιπαίνουν αποτελεσματικά μέχρι το σημείο τήξης τους είτε σχηματίστηκαν πάνω στη μεταλλική επιφάνεια μετά από χημική αντίδραση είτε τοποθετήθηκαν στην επιφάνεια ήδη κατασκευασμένα. Τα οριακά στρώματα που σχηματίστηκαν από χημική προσρόφηση χρησιμοποιούνται για μέτριες συνθήκες φόρτισης θερμοκρασίας και ταχύτητας ολίσθησης.

γ) Σε ένα σύστημα οριακής λίπανσης δημιουργείται χημική αντίδραση μεταξύ της στερεής επιφάνειας και των μορίων του λιπαντικού όταν υπάρχει ανταλλαγή ηλεκτρονίων σθένους και δημιουργία ενός νέου χημικού προϊόντος. Π.χ. όταν ένα λιπαντικό που περιέχει θείο αντιδράσει με το σίδηρο, δημιουργείται μια χημική αντίδραση που δημιουργεί ένα νέο προϊόν, το θειούχο σίδηρο, που διαφέρει και από το θείο και από το σίδηρο. Τα οριακά λιπαντικά που αντιδρούν χημικά με τη μεταλλική επιφάνεια είναι κατάλληλα για μεγάλες φορτίσεις, υψηλές θερμοκρασίες και υψηλές ταχύτητες. Αυτές οι συνθήκες λειτουργίας είναι γνωστές σαν συνθήκες υψηλής πίεσης, αν και η δυσμενέστερη συνθήκη προέρχεται από την υψηλή θερμοκρασία.

Η δύναμη που απαιτείται για τη διάσπαση της επιφάνειας με οριακό στρώμα είναι:

$$F = \beta A_r \sigma_m + (1-\beta)A_r \sigma_f \quad (9.1)$$

όπου β είναι το ποσοστό της επιφάνειας που υπάρχει επαφή μέταλλο με μέταλλο, A_r είναι η πραγματική επιφάνεια επαφής, σ_m είναι αντοχή σε διάτμηση του μεταλλικού δεσμού και σ_f είναι αντοχή σε διάτμηση του οριακού στρώματος.

Αν p_m είναι η μέση θέση, τότε το φορτίο δίνεται από τη σχέση:

$$W = A_r p_m \quad (9.2)$$

Ο συντελεστής τριβής f επομένως θα είναι:

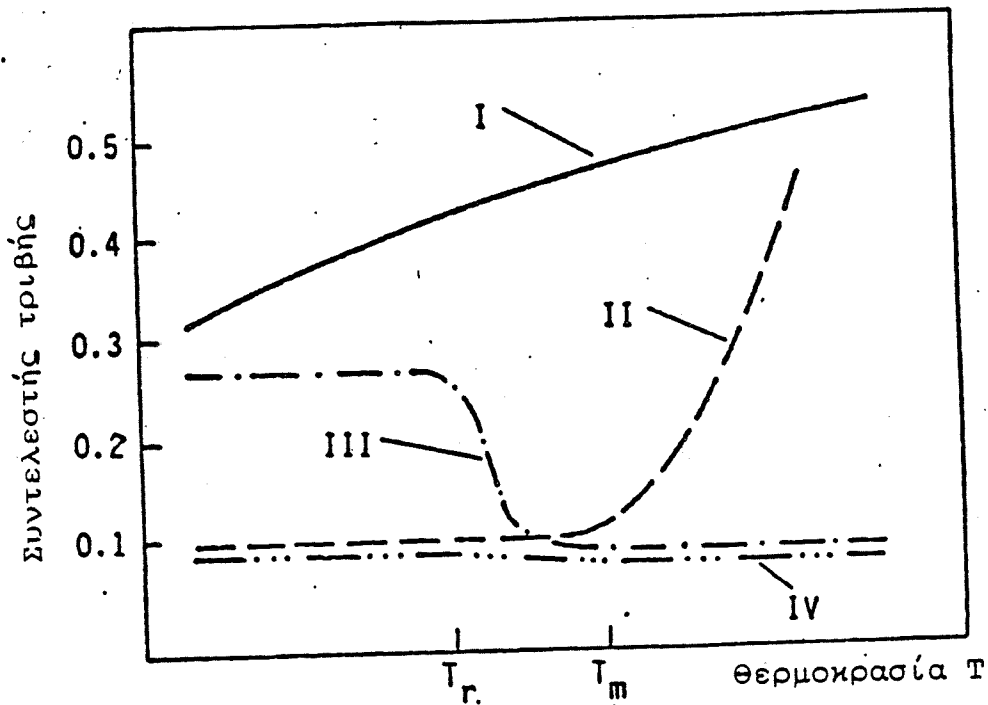
$$f = \frac{F}{W} = \beta \frac{\sigma_m}{p_m} + (1 - \beta) \frac{\sigma_f}{p_m}$$

και άρα:

$$f = \beta f_m + (1 - \beta) f_f \quad (9.3)$$

όπου f_m = ο συντελεστής τριβής για ολίσθηση χωρίς λιπαντικό
 f_f = ο συντελεστής τριβής για ολίσθηση με πλήρες στρώμα οριακού λιπαντικού.

Η εξίσωση (9.3) δείχνει ότι στην οριακή λίπανση η ολική δύναμη τριβής αποτελείται από δυο όρους, πρώτο τη δύναμη που απαιτείται για να προκαλέσει διάτμηση του μεταλλικού δεσμού (βf_m) και δεύτερο τη δύναμη που απαιτείται για να προκαλέσει διάτμηση του οριακού στρώματος λιπαντικού $(1 - \beta) f_f$. Για μια αποτελεσματική λίπανση το β είναι πολύ μικρό και η διατμητική δύναμη είναι πολύ μεγαλύτερη από τη διατμητική δύναμη του μεταλλικού δεσμού.



Σχ. 9.1. Εξάρτηση του συντελεστή τριβής από τη θερμοκρασία στην οριακή λίπανση

Στο σχήμα 9.1 φαίνεται η συμπεριφορά του συντελεστή τριβής συναρτήσει της θερμοκρασίας για διάφορα οριακά λιπαντικά. Η καμπύλη I είναι για οριακή λίπανση με λιπαντικό ένα βασικό λάδι. Δείχνει ότι η τριβή αρχικά είναι σχετικά ψηλή και αυξάνεται με την αύξηση της θερμοκρασίας καθώς οι αδύνατοι δεσμοί που σχηματίζονται με φυσική προσρόφηση χαλαρώνουν. Η καμπύλη II είναι για ένα λιπαρό οξύ διαλυμένο σε βασικό λάδι. Αυτό το λιπαντικό αντιδράει με τη μεταλλική επιφάνεια και σχηματίζει μεταλλικό σαπούνι. Μέχρι το T_m , δηλαδή το σημείο τήξης του μεταλλικού σαπουνιού, η τριβή είναι χαμηλή και σταθερή αλλά μετά από αυτό το σημείο αυξάνεται δραστικά. Η καμπύλη III αντιπροσωπεύει ένα πρόσθετο υψηλής πίεσης διαλυμένο σε βασικό λάδι. Το πρόσθετο αντιδρά αργά κάτω από τη θερμοκρασία αντίδρασης T_r . Όταν φθάσει στη θερμοκρασία αντίδρασης, τότε αρχίζει η χημική αντίδραση και ο συντελεστής τριβής μειώνεται καθώς ο ρυθμός σχηματισμού λιπαντικού στρώματος επιτρέπει πλέον τη μεταφορά του φορτίου. Σ' αυτή την περίπτωση υπάρχει επαρκής λίπανση μέχρι ψηλές θερμοκρασίες. Η καμπύλη IV είναι συνδυασμός των II και III. Ικανοποιητική λίπανση υπάρχει για λιπαρό οξύ στην περιοχή αριστερά της θερμοκρασίας T_r , ενώ δεξιά από αυτή τη θερμοκρασία το μεγαλύτερο μέρος της λίπανσης προέρχεται από το πρόσθετο υψηλής πίεσης.

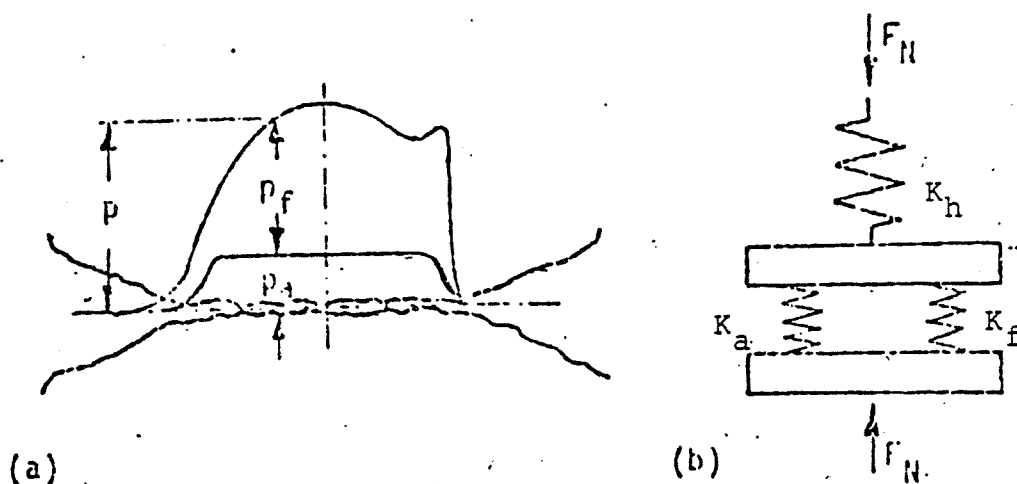
9.2. Μικτή λίπανση

Η περιοχή της μικτής λίπανσης βρίσκεται στο μέσον του διαγράμματος Stribeck. Στην περιοχή αυτή το φορτίο που εφαρμόζεται υποστηρίζεται κατά ένα μέρος από την υδροδυναμική συμπεριφορά του στρώματος του λιπαντικού και κατά ένα άλλο μέρος από τις επαφές των μικρο-εσο-εξοχών. Η ολική δύναμη τριβής προέρχεται κατά το ένα μέρος από την τριβή λόγω του ιξώδους του λιπαντικού και κατά το άλλο μέρος λόγω της επαφής μικρο-εσο-εξοχών. Με βάση αυτές τις διατυπώσεις έχουν προταθεί τα παρακάτω μοντέλα για τη μικτή λίπανση:

- α) Μοντέλα που ξεκινάνε από την κλασική υδροδυναμική θεωρία της λίπανσης και
- β) Μοντέλα που ξεκινάνε από την ελαστο-υδροδυναμική θεωρία της λίπανσης, λαβαίνοντας υπόψη και τα παράγοντα της επαφής των μικρο-εσο-εξοχών.

Στο σχήμα 9.2a φαίνεται ένα μοντέλο μικτής λίπανσης. Η ολική πίεση p αποτελείται από την πίεση του ρευστού p_f και την πίεση επαφής των

μικρο-εσο-εξοχών ρ_a . Στο σχήμα 9.2b η παραμόρφωση Hertz των δυο στερεών επιφανειών από το φορτίο F_N , που δημιουργεί την επιφάνεια επαφής A_0 εξομοιώθηκε από το ελατήριο K_h . Το στρώμα του λιπαντικού και οι μικρο-εσο-εξοχές αντιπροσωπεύονται από τα ελατήρια K_f και K_a αντίστοιχα. Όλα τα ελατήρια είναι μη γραμμικά και η σταθερά τους αυξάνεται όταν συμπιέζονται. Από αυτό το μοντέλο συμπεραίνουμε ότι η πίεση των μικρο-εσο-εξοχών προσδιορίζεται από το λόγο Φ του πάχους του στρώματος λιπαντικού προς την τραχύτητα της επιφάνειας. Βρέθηκε ότι για τιμές του $\Phi \leq 0,4$ η περιοχή της λίπανσης αλλάζει και από μικτή γίνεται οριακή.



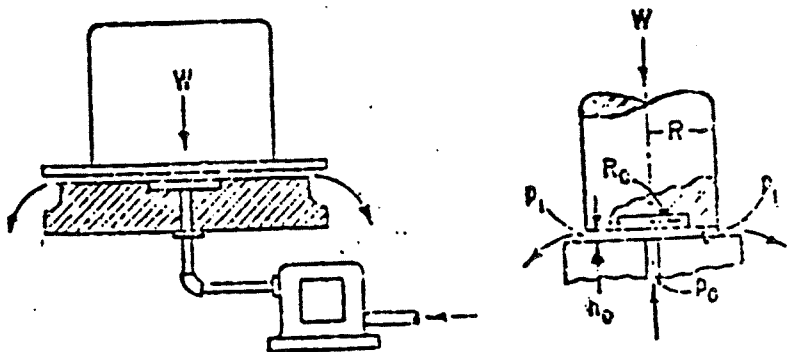
Σχήμα 9.2. Ελαστοϋδροδυναμική επαφή τραχειών επιφανειών

10. ΥΔΡΟΣΤΑΤΙΚΗ ΛΙΠΑΝΣΗ

Όταν οι επιφάνειες των εδράνων χωρίζονται εντελώς από ένα στρώμα ρευστού, τότε μιλάμε για λίπανση με ρευστό στρώμα λιπαντικού. Η πίεση που απαιτείται για να υποστηρίξει το φορτίο δημιουργείται είτε μέσα στο στρώμα του λιπαντικού ή διοχετεύεται στο ρευστό από μία εξωτερική πηγή. Αν αυτές οι πιέσεις είναι αυτοδημιούργητες και οφείλονται στη σχετική κίνηση των επιφανειών, τότε η λίπανση λέγεται υδροδυναμική και το έδρανο λέγεται υδροδυναμικό. Αν όμως η πίεση προέρχεται από εξωτερική αντλία ή άλλη πηγή, τότε η λίπανση λέγεται υδροστατική και το έδρανο υδροστατικό. Με την υδροστατική λίπανση ο σχεδιασμός ενός εδράνου μπορεί εύκολα να βελτιστοποιηθεί σε σχέση με την παροχή ρευστού, την πίεση, τη στήριξη του φορτίου, τη δυσκαμψία του στρώματος του λιπαντικού, την τριβή και τις απώλειες σε ισχύ.

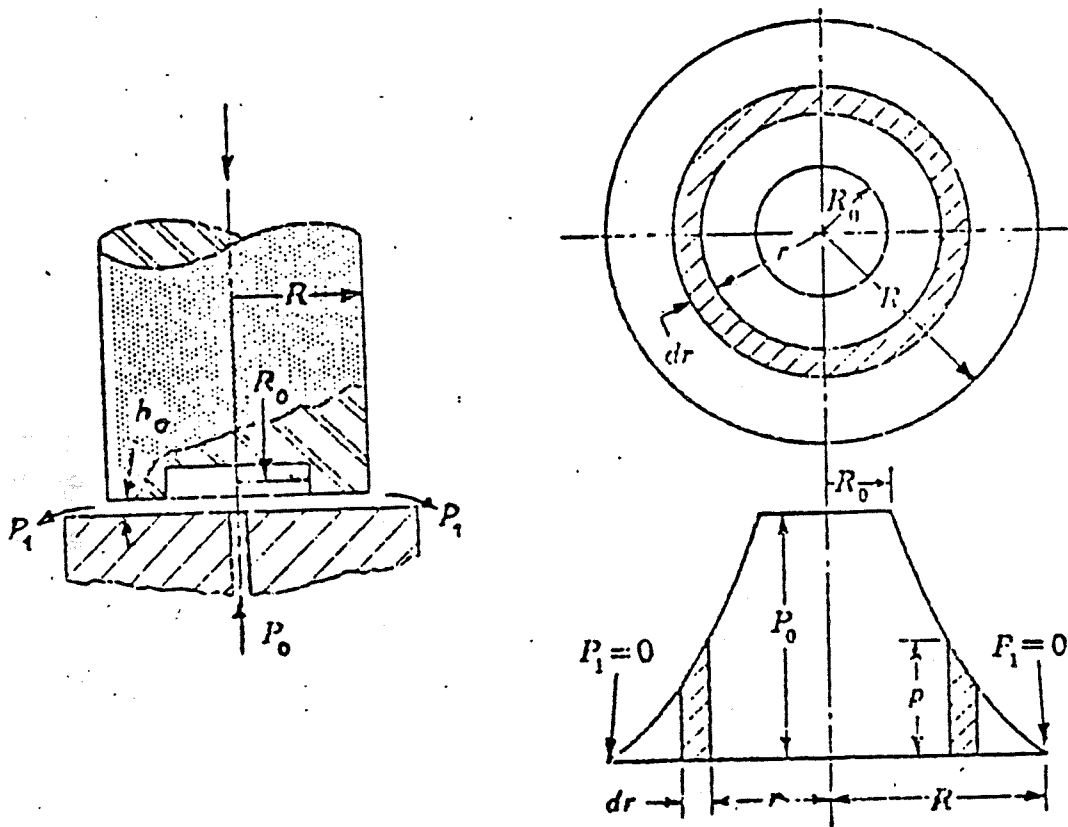
10.1. Κυκλικό ωστικό έδρανο

Ένα υδροστατικό έδρανο αποτελείται από έναν επίπεδο κυκλικό δίσκο που συνδέεται με μια αντλία. Η εγκοπή, όταν υπάρχει, μπορεί να βρίσκεται στο κάτω μέρος του εδράνου ή στο πάνω μέρος (σχ. 10.1).



Σχ. 10.1. Υδροστατικά έδρανα

Το φορτίο W εφαρμόζεται στο πάνω μέλος και αρχικά υπάρχει επαφή μέταλλο με μέταλλο. Η αντλία αντλεί λιπαντικό μέχρι η πίεση να αυξηθεί μέσα στην εγκοπή, τόσο ώστε το πάνω μέλος του εδράνου και το φορτίο να σηκωθεί και να δημιουργήσει ένα στρώμα στο διάκενο που να μπορεί να παροχετεύσει το λιπαντικό που στέλνει η αντλία. Στην κατάσταση ισορροπίας η δύναμη, λόγω της πίεσης, θα είναι ίση και αντίθετη με την προς τα κάτω φόρτιση. Επίσης η παροχή είναι σταθερή. Τυπική κατανομή της πίεσης φαίνεται στο σχήμα 10.2.



Σχ. 10.2. Κατανομή πίεσης σε κυκλικό ωστικό έδρανο

Γενικά η παροχή \dot{V} για ένα ασυμπύστο ρευστό σε μια εγκοπή πλάτους b , μήκους l και πάχους h είναι:

$$\dot{V} = \frac{\Delta p b h^3}{12 \eta l} \quad (10.1)$$

όπου η = το ιξώδες.

Η παραπάνω εξίσωση εφαρμόζεται στο διαγραμμισμένο δαχτυλίδι του σχήματος μήκους $2\pi r$ και πάχους dr μέσα στο οποίο παροχετεύεται ρευστό:

$$\dot{V} = \frac{dp(2\pi r)h_0^3}{12\eta dr} \quad (10.2)$$

(το αρνητικό πρόσημο χρησιμοποιείται επειδή το διαφορικό dp/dr είναι αρνητικό).

Άρα

$$dp = -\frac{6\eta\dot{V}dr}{\pi h_0^3 r} \quad (10.3)$$

με ολοκλήρωση προκύπτει:

$$p = -\frac{6\eta\dot{V}}{\pi h_0^3} \ln r + C \quad (10.4)$$

για $r=R$ έχουμε $p=0$ άρα η σταθερά γίνεται:

$$C = \frac{6\eta\dot{V}}{\pi h_0^3} \ln R \quad (10.5)$$

και επομένως η πίεση p σε μια οποιαδήποτε ακτίνα r δίνεται από τη σχέση:

$$p = \frac{6\eta\dot{V}}{\pi h_0^3} \ln \frac{R}{r} \quad (10.6)$$

Η πίεση εισόδου p_0 βρίσκεται αν τεθεί $r = R_0$:

$$p_0 = \frac{6\eta\dot{V}}{\pi h_0^3} \ln \frac{R}{R_0} \quad (10.7)$$

Η παροχή που απαιτείται για να διατηρηθεί το πάχος ενός προκαθορισμένου στρώματος ρευστού βρίσκεται από την προηγούμενη σχέση

$$\dot{V} = \frac{p_0 \pi h_0^3}{6\eta \ln \left(\frac{R}{R_0} \right)} \quad (10.8)$$

Η ικανότητα στήριξης του φορτίου W θα είναι το άθροισμα των δυνάμεων που δημιουργούνται από την πίεση εισόδου p_0 που ενεργεί στην επιφάνεια της εγκοπής με ακτίνα R_0 και από τη μεταβλητή πίεση p που ενεργεί στο διάκενο του εδράνου. Επομένως

$$W = p_0(\pi R_0^2) + \int_{R_0}^R p(2\pi r dr) \quad (10.9)$$

Με αντικατάσταση της p :

$$W = p_0 \pi R_0^2 + \frac{12\eta \dot{V}}{h_0^3} \int_{R_0}^R \ln \frac{R}{r} dr \quad (10.10)$$

Μετά τις αντικαταστάσεις και την ολοκλήρωση προκύπτει:

$$W = \frac{p_0 \pi}{2} \left[\frac{R^2 - R_0^2}{\ln\left(\frac{R}{R_0}\right)} \right] \quad (10.11)$$

Η παραπάνω σχέση ισχύει και για έδρανο δίχως εγκοπή. Στην περίπτωση αυτή το R_0 είναι η εσωτερική ακτίνα προσαγωγής του λαδιού.

Η ολική απώλεια ενέργειας στο έδρανο αποτελείται από την εξώδη τριβή λόγω της περιστροφής του άξονα και από την ενέργεια που απαιτείται για την άντληση του λιπαντικού. Η απώλεια τριβής λόγω περιστροφής βρίσκεται ως γνωστον από την εξίσωση

$$F = \eta A \frac{u}{h_0} \quad (10.12)$$

όπου A η επιφάνεια και u η σχετική ταχύτητα ολίσθησης.

Επομένως η τριβή για ένα στοιχειώδη δακτύλιο με ακτίνα r και πλάτος dr θα είναι:

$$dF = \eta(2\pi r) dr \frac{u}{h} \quad (10.13)$$

Με μια από τις επιφάνειες ακίνητες: $u = \omega r$, όπου ω η γωνιακή ταχύτητα. Η ροπή της τριβής για το στοιχειώδη δακτύλιο:

$$dM = \frac{2\pi\eta\omega r^3 dr}{h_0} \quad (10.14)$$

και άρα η ολική ροπή τριβής είναι:

$$M = \frac{2\pi\eta\omega}{h_0} \int_{R_0}^R r^3 dr \quad (10.15)$$

και τελικά:

$$M = \frac{2\pi\eta\omega}{h_0} \left(\frac{R^4}{4} - \frac{R_0^4}{4} \right) \quad (10.16)$$

Αν N είναι ο αριθμός στροφών σε rpm τότε η απώλεια ενέργειας λόγω τριβής είναι:

$$P_f = \frac{2\pi MN}{60} \quad (10.17)$$

Μετά την αντικατάσταση του M έχουμε:

$$P_f = \left(\frac{2\pi N}{60} \right)^2 \frac{2\pi\eta}{h_0} \left[\frac{R^4}{4} - \frac{R_0^4}{4} \right] \quad (10.18)$$

και απλούστερα:

$$P_f = \frac{N^2\eta}{58,05h_0} [R^4 - R_0^4] \quad (10.19)$$

Η ενέργεια άντλησης H_p είναι σταθερά για δεδομένη περιοχή και διαφορά πίεσης, ανεξάρτητη από την ταχύτητα του άξονα και δίνεται από τη σχέση:

$$H_p = \dot{V}(p_0 - p_1) \quad (10.20)$$

Από σχεδιαστική άποψη προκύπτει ότι αλλάζοντας την ακτίνα της εγκοπής είναι δυνατό να μεταβάλλουμε την παροχή, την πίεση και την ισχύ της αντλίας. Τα παραπάνω μεγέθη μπορούν να βελτιστοποιηθούν με διάφορες μαθηματικές μεθόδους βελτιστοποίησης. Τα αποτελέσματα της διαδικασίας της βελτιστοποίησης τυποποιούνται με την παρακάτω μέθοδο: Εκφράζονται η πίεση p_0 , η παροχή \dot{V} και η απώλεια άντλησης H_p σαν συναρτήσεις αδιάστατων συντελεστών K_p , K_v , K_{Hp} μέσω των σχέσεων

$$p_0 = K_p \frac{W}{\pi R^2} \quad (10.21)$$

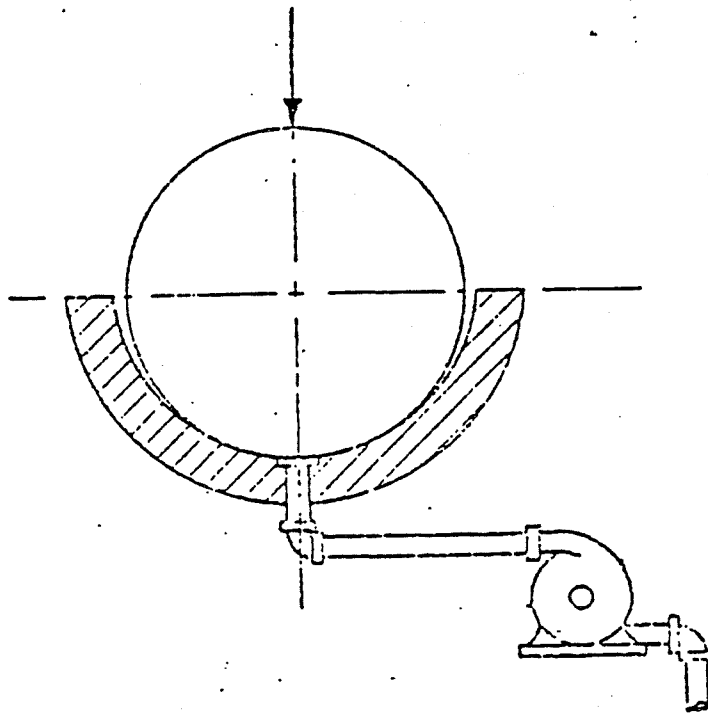
$$\dot{V} = K_v \frac{W}{\pi R^2} \frac{h^3}{12\eta} \quad (10.22)$$

$$H_p = K_{Hp} \left[\frac{W}{\pi R^2} \right] \frac{h_0^3}{12\eta} \quad (10.23)$$

Τιμές των συντελεστών K_p , K_v , K_{Hp} δίνονται στο διάγραμμα Π.4 (Παράρτημα). Από το διάγραμμα βλέπουμε ότι η ελάχιστη ενέργεια άντλησης προκύπτει όταν $R_0/R = 0,53$.

10.2. Υδροστατικοί ανυψωτές

Στα κυκλικά έδρανα υπάρχουν δυσκολίες στις πολύ χαμηλές ταχύτητες περιστροφής του άξονα, δηλαδή στα ξεκινήματα, σταματήματα ή όταν η ταχύτητα πέφτει κάτω από ένα ελάχιστο. Στις χαμηλές ταχύτητες το στρώμα του λιπαντικού διασπάται και περνάμε στην οριακή περιοχή λίπανσης. Αυτό αντιμετωπίζεται με την παροχή λαδιού με μεγάλη πίεση στην επιφάνεια μεταξύ του κάτω μέρους του άξονα και του εδράνου. Αν η πίεση και η παροχή είναι στα κατάλληλα μεγέθη, τότε ο άξονας (είτε περιστρέφεται είτε όχι) ανυψώνεται και συγκρατείται από ένα στρώμα λαδιού. Η τριβή τότε πέφτει πολύ χαμηλά. Στο σχ. 10.3 φαίνεται μια τέτοια διάταξη. Σε πολλές εφαρμογές χρησιμοποιούνται υδροστατικοί ανυψωτές κατά το ξεκίνημα εδράνων, όπως σε μεγάλες στροβιλογεννήτριες, σε βαριούς ρότορες κ.λπ.



Σχ. 10.3. Διάταξη ανυψωτή λαδιού

Στο σχ. 10.4 υπάρχει ένας άξονας ακτίνας r που εδράζεται σ' ένα έδρανο ακτίνας R γεμάτο λάδι που αντλείται μέσω μιας σχισμής με πίεση p_0 .

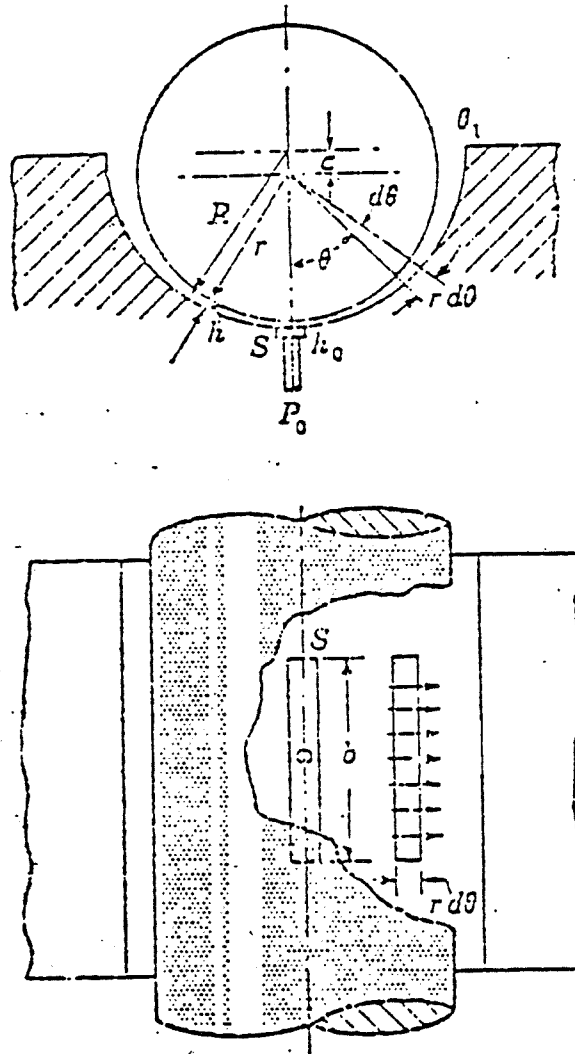
Έστω ότι το λάδι ρέει μέσω ενός στοιχειώδους μήκους $r d\theta$ και πλάτους b . Τότε η εξίσωση για την παροχή παίρνει τη μορφή:

$$\dot{V} = - \frac{d p h^3 b}{12 \eta r d\theta} \quad (10.24)$$

Εδώ το πάχος του στρώματος h δεν είναι σταθερό, όπως στην προηγούμενη παράγραφο, αλλά εξαρτάται από τη γωνία θ και το λόγο εκκεντρότητας κ του άξονα στο έδρανο. Όταν ο άξονας τοποθετηθεί μέσα στο έδρανο, δηλαδή έχουμε επαφή μέταλλο με μέταλλο, τότε $\kappa = 1$. Όταν ο άξονας και το έδρανο είναι ομόκεντρα, τότε $\kappa = 0$ ($\kappa = e/c$ και $c = R-r$). Όταν ο άξονας ανυψωθεί πάνω από την κεντρική θέση, τότε ο λόγος εκκεντρότητας είναι αρνητικός και παίρνει την τιμή $\kappa = -1$ όταν ο άξονας φτάσει στην κορυφή.

Με χρήση της παραμέτρου m (όπου $m = c/r$) η σχέση που δίνει το πάχος του στρώματος σε οποιαδήποτε γωνία θ και εκκεντρότητα κ γίνεται:

$$h = m r (1 - \kappa \cos\theta) \quad (10.25)$$



Σχ. 10.4. Υδροστατικός ανυψωτής και σχετικά μεγέθη

Το πάχος του στρώματος h_0 στο αυλάκι του σχήματος 10.4 ($\theta = 0$) είναι:

$$h_0 = m r (1-\kappa) \quad (10.26)$$

Με συλλογισμούς ανάλογους με αυτούς της προηγούμενης παραγράφου, βρίσκουμε για την πίεση p_0 στο αυλάκι:

$$p_0 = \frac{\eta \dot{V}}{2bm^3 r^2} \Lambda \quad (10.27)$$

όπου b είναι το μήκος του αυλακιού και Λ αδιάστατος όρος. Η τιμή του Λ προσδιορίζεται από την παρακάτω σχέση:

$$\Lambda = 12 \left[\frac{\kappa(4 - \kappa^2)}{2(1 - \kappa^2)^2} + \frac{2 + \kappa^2}{(1 - \kappa^2)^{5/2}} \tan^{-1} \left(\frac{1 - \kappa}{\sqrt{1 - \kappa^2}} \right) \right] \quad (10.28)$$

Η ικανότητα υποστήριξης φορτίου W προκύπτει από τη σχέση:

$$W = \frac{\eta \dot{V}}{2m^2 r} \Pi \quad (10.29)$$

όπου Π αδιάστατος όρος και

$$\Pi = 12 \frac{2 - \kappa}{(1 - \kappa)^2} \quad (10.30)$$

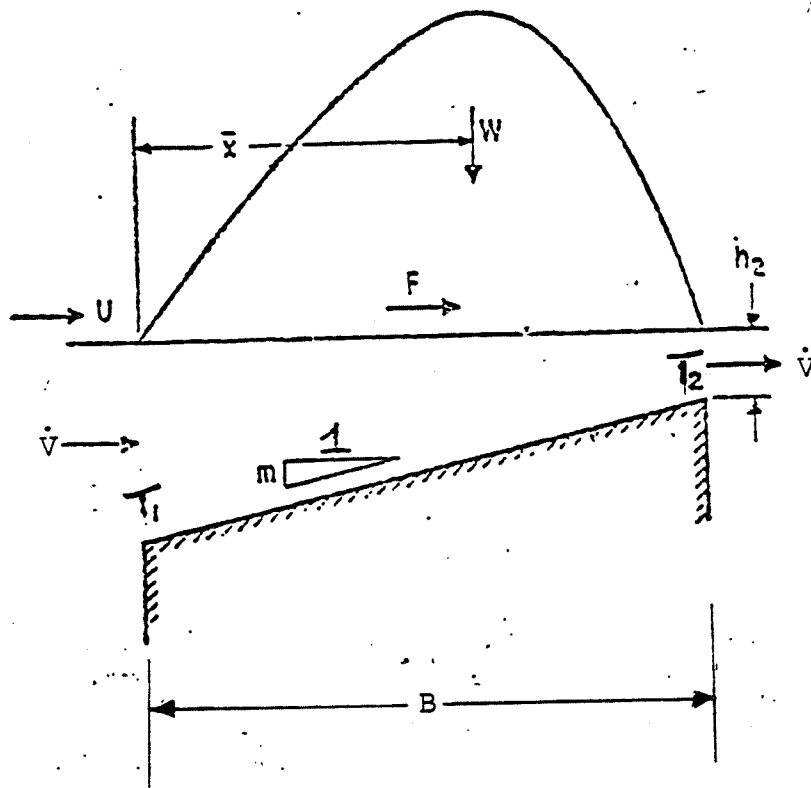
11. ΧΑΡΑΚΤΗΡΙΣΤΙΚΑ ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑΣ ΥΔΡΟΔΥΝΑΜΙΚΩΝ ΕΔΡΑΝΩΝ

11.1. Χαρακτηριστικά λειτουργίας εδράνων με σταθερούς τομείς

Τα βασικά χαρακτηριστικά αυτών των εδράνων, από την άποψη της λίπανσης, είναι:

- α) Το ελάχιστο πάχος στρώματος του λιπαντικού.
- β) Το φορτίο.
- γ) Ο συντελεστής τριβής.
- δ) Η παροχή του λιπαντικού.
- ε) Η αύξηση της θερμοκρασίας.

Στο σχήμα 11.1 φαίνεται ένας κεκλιμένος τομέας μήκους L και το στρώμα λιπαντικού.



Σχ. 11.1. Χαρακτηριστικά του στρώματος λιπαντικού

Το ελάχιστο πάχος του στρώματος λιπαντικού h_2 δίνεται από τη σχέση:

$$h_2 = \frac{Bm}{H-1} \quad (11.1a)$$

όπου

$$H = \frac{h_1}{h_2} \quad (11.1b)$$

Η ικανότητα φόρτισης του τομέα

$$W = \frac{\eta UL}{m^2} (H - 1)^2 C_w \quad (11.2a)$$

όπου

$$C_w = \frac{6}{(H - 1)^2} \left[H - \frac{2(H + 1)}{H + 1} \right] \quad (11.2b)$$

Η μονάδα φόρτισης P ορίζεται σαν:

$$P = \frac{W}{BL} \quad (11.2c)$$

Από την εξίσωση (11.2a) αντικαθιστώντας $W = PBL$ βρίσκουμε:

$$\frac{m^2 PB}{\eta U} = (H - 1)^2 C_w \quad (11.2d)$$

σε αδιάστατη μορφή που χρησιμοποιείται σε διαγράμματα κυρίως στην αντίστροφη μορφή:

$$K_f = \frac{1}{m^2} \frac{\eta U}{PB} = \frac{1}{(H - 1)^2 C_w} \quad (11.2e)$$

που είναι χαρακτηριστικός αριθμός του εδράνου.

Η απόσταση \bar{x} από την αρχή των συντεταγμένων μέχρι το σημείο εφαρμογής της δύναμης W δίνεται από τη σχέση

$$\bar{x} = BC_c \quad (11.2f)$$

όπου

$$C_c = \frac{1}{C_w} \frac{6}{(H - 1)^3 (H + 1)} \left[H(H + 2) \ln H - 2,5(H - 1)^2 - 3(H - 1) \right] \quad (11.2g)$$

Η δύναμη τριβής F δίνεται από τη σχέση:

$$F = \frac{\eta UL}{m} (H - 1) C_F \quad (11.3a)$$

όπου

$$C_F = \frac{1}{(H - 1)} \left[4 \ln H - \frac{6(H - 1)}{H + 1} \right] \quad (11.3b)$$

Ο συντελεστής τριβής $f = F/w$ δίνεται από τη σχέση:

$$f = \frac{m}{H - 1} \frac{C_F}{C_w} \quad (11.3c)$$

Η (11.3c) συναντάται και στη μορφή:

$$\frac{f}{m} = \left(\frac{1}{H - 1} \right) \frac{C_F}{C_w} \quad (11.3d)$$

Η παροχή λιπαντικού \dot{V} που μεταφέρεται στην είσοδο h_1 και στην έξοδο h_2 δίνεται από

$$\dot{V} = \frac{BLUm}{H - 1} C_Q \quad (11.4a)$$

όπου

$$C_{\dot{V}} = \frac{H}{H + 1} \quad (11.4b)$$

Επίσης συναντάται στη μορφή:

$$\frac{\dot{V}}{BLUm} = \frac{C_{\dot{V}}}{H - 1} \quad (11.4c)$$

Αν όλη η θερμότητα που παράγεται από την τριβή χρησιμοποιείται για να αυξήσει τη θερμοκρασία του λιπαντικού, η αύξηση θερμοκρασίας του λιπαντικού δίνεται από τη σχέση:

$$\Delta T = T_2 - T_1 = \frac{P}{J \gamma c_{\theta}} \frac{C_F}{c_w c_{\dot{V}}} \quad (11.5a)$$

όπου J είναι το μηχανικό ισοδύναμο της θερμότητας, γ το ειδικό βάρος του λιπαντικού και c_θ η ειδική θερμότητα του λιπαντικού. Η παραπάνω σχέση συναντάται και στη μορφή:

$$\frac{J\gamma c_\theta \Delta T}{P} = \frac{C_F}{C_w C_V} \quad (11.5b)$$

Για ένα δεδομένο πάχος στρώματος λιπαντικού h_2 υπάρχει κάποια κλίση m και κάποιος λόγος στρωμάτων H που δίνουν τη μέγιστη ικανότητα φόρτισης ($H = 2,55$). Υπάρχουν επίσης τιμές του m και H που δίνουν την ελάχιστη τριβή ($H = 3,05$). Ο σχεδιασμός ενός εδράνου έτσι ώστε να λειτουργεί κάτω από οποιαδήποτε απ' αυτές τις δυο βέλτιστες συνθήκες αποτελεί βελτιστοποίηση του εδράνου.

11.2. Χαρακτηριστικά λειτουργίας εδράνων με περιστρεφόμενους τομείς

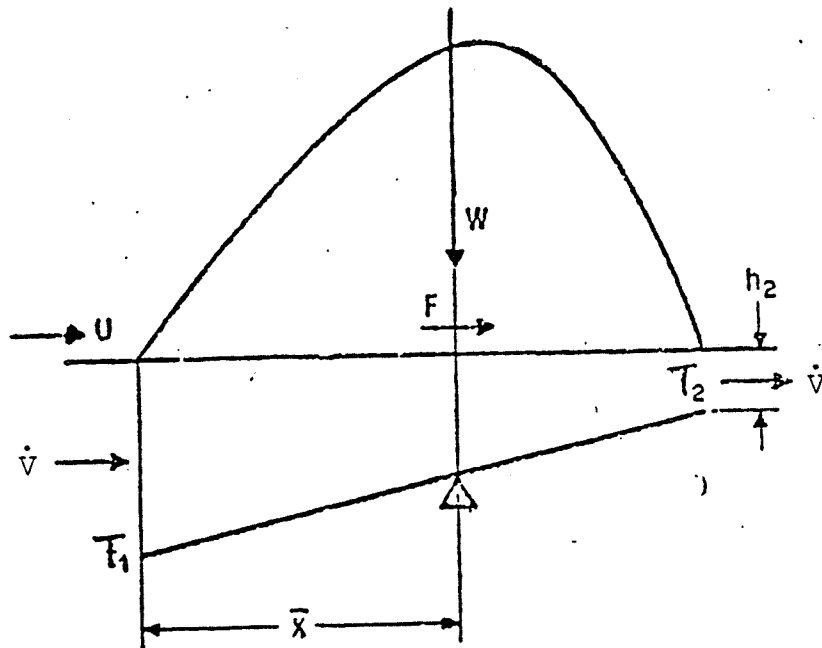
Το διάνυσμα W στο σχήμα 11.1 είναι προφανώς η συνισταμένη όλων των δυνάμεων που ενεργούν στο στρώμα του λιπαντικού. Επομένως ο κεκλιμένος τομέας μπορεί να υποστηριχθεί σε ένα μόνο σημείο περιστροφής στη διεύθυνση της συνισταμένης. Ένας τέτοιος τομέας (σχ. 11.2) θα έχει τις ίδιες ιδιότητες με το σταθερό τομέα, εφόσον φυσικά και οι δυο τομείς λειτουργούν κάτω από τις ίδιες συνθήκες. Αν βέβαια αλλάξουν οι συνθήκες δεν θα υπάρχει ομοιότητα. Επειδή η θέση του σημείου περιστροφής $\bar{x}/B = C_c$ εξαρτάται μόνο από το H , το H για τον κεκλιμένο τομέα θα παραμείνει σταθερό για όλες τις συνθήκες λειτουργίας. Επομένως, αν $\bar{x}/B = 0,59$, που είναι η τιμή που αντιστοιχεί (για $a = 2,55$) στη μέγιστη φόρτιση, θα έχουμε τη βέλτιστη ικανότητα φόρτισης σε ολόκληρη την περιοχή λειτουργίας. Η κλίση m δεν παραμένει σταθερή για ένα έδρανο με περιστρεφόμενους τομείς και το m αντικαθίσταται με

$$m = \sqrt{K}(H - 1)C_w^{1/2} \quad (11.6a)$$

όπου

$$K = \frac{\eta U}{P B} \quad (11.6b)$$

(από την εξισ. 11.2d).



Εικ. 11.2. Χαρακτηριστικά εδράνων με περιστρεφόμενους τομείς

Η αδιάστατη μορφή για το ελάχιστο πάχος του στρώματος του λιπαντικού για έδρανο με περιστρεφόμενους τομείς είναι:

$$\frac{h_2}{B\sqrt{K}} = C_w^{1/2} \quad (11.7)$$

Η αδιάστατη μορφή του συντελεστή τριβής είναι:

$$\frac{f}{\sqrt{K}} = \frac{C_F}{C_w^{1/2}} \quad (11.8)$$

Η αδιάστατη μορφή της παροχής είναι:

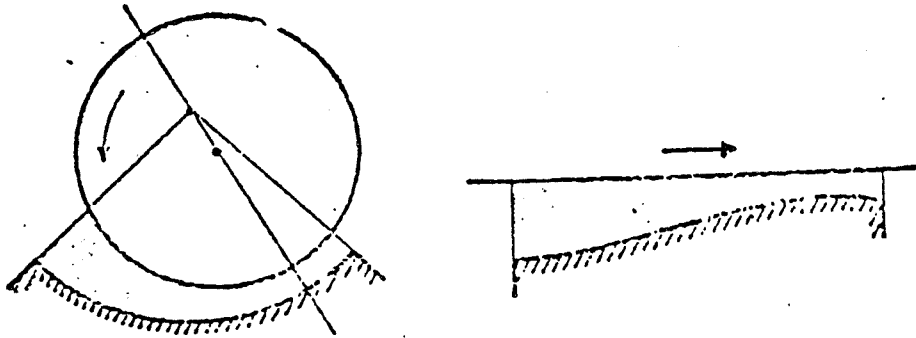
$$\frac{\dot{V}}{BLU\sqrt{K}} = C_w^{1/2} C_{\dot{V}} \quad (11.9)$$

Τέλος, η αδιάστατη μορφή για την αύξηση της θερμοκρασίας είναι:

$$\frac{J\gamma c_{\theta} \Delta T}{P} = \frac{C_F}{C_w C_{\dot{V}}} \quad (11.10)$$

11.3. Χαρακτηριστικά λειτουργίας κυκλικών εδράνων

Σε ένα κυκλικό έδρανο το διάκενο μεταξύ του εδράνου και του άξονα μειώνεται κατά τη διεύθυνση της κίνησης. Άρα αναπτύσσονται πιέσεις στο λιπαντικό παρόμοιες με εκείνες στη σφήνα του λιπαντικού (σχ. 11.3).



Σχ. 11.3. Κυκλικό έδρανο και αντίστοιχο στρώμα λιπαντικού

Τα χαρακτηριστικά λειτουργίας των κυκλικών εδράνων (πλήρες $\beta = 360^\circ$) φαίνονται στο σχήμα 11.4.

Το πάχος του στρώματος του λιπαντικού δεν μεταβάλλεται γραμμικά όπως στην περίπτωση της σφήνας του λιπαντικού. Μια προσέγγιση του πάχους h του στρώματος του λιπαντικού είναι, ως γνωστόν

$$h = c - e \cos\theta \quad (11.11a)$$

όπου c είναι το ακτινικό διάκενο, e η εκκεντρότητα και θ η γωνία μεταξύ της γραμμής των κέντρων και τη θέση στην οποία μετράμε το h . Όταν το $\theta = 0$ τότε το h γίνεται το ελάχιστο πάχος στρώματος λιπαντικού h_0 οπότε:

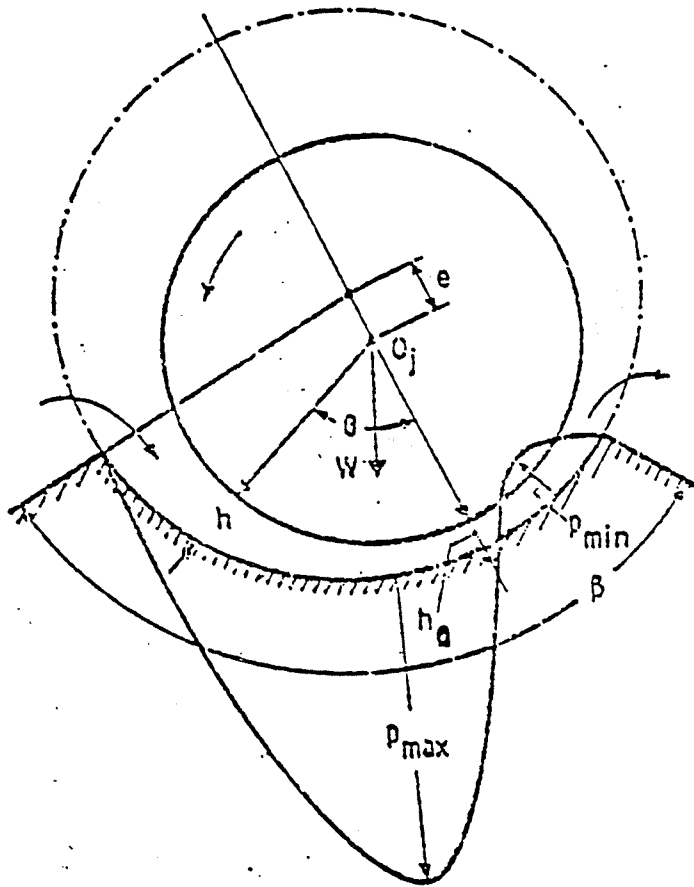
$$h_0 = c - e \quad (11.11b)$$

που σε αδιάστατη μορφή γίνεται

$$\frac{h_0}{c} = 1 - \kappa \quad (11.11c)$$

όπου

$$\kappa = \frac{e}{c}$$



Σχ. 11.4. Πλήρες και μερικό κυκλικό έδρανο ολίσθησης

Η ικανότητα φόρτισης δίνεται από τη σχέση:

$$W = \frac{\eta UR^2 L}{c^2} C'_w \quad (11.12a)$$

όπου

$$C'_w = \frac{12\pi\kappa}{(2 + \kappa^2)\sqrt{1 - \kappa^2}} \quad (11.12b)$$

Η μονάδα φόρτισης P για το κυκλικό έδρανο παίρνει τη μορφή:

$$P = \frac{W}{2RL} \quad (11.12c)$$

Αντικαταστήνοντας $W=2RLP$ στην (11.12a) έχουμε σε αδιάστατη μορφή:

$$\frac{c^2}{R^2} \frac{P}{\eta N} = \pi C'_W \quad (11.12d)$$

Σε διαγράμματα χρησιμοποιείται ο χαρακτηριστικός αριθμός του εδράνου

$$S = \frac{R^2}{c^2} \frac{\eta N}{P} = \frac{1}{\pi C'_W} \quad (11.12e)$$

Ο συντελεστής τριβής δίνεται από τη σχέση

$$f = \frac{c}{R} \frac{C_F}{C'_W} \quad (11.13a)$$

όπου

$$C_F = \frac{4(1+2\kappa^2)\pi}{(2+\kappa^2)\sqrt{1-\kappa^2}} \quad (11.13b)$$

και σε αδιάστατη μορφή:

$$f \frac{R}{c} = \frac{C_F}{C'_W} \quad (11.13c)$$

Για το πλήρες έδρανο θεωρούμε ότι το λιπαντικό μπαίνει στο διάκενο εδράνου - άξονα υπό γωνία $\theta = +180^\circ$ και βγαίνει υπό γωνία $\theta = -180^\circ$. Η παροχή του λιπαντικού με αυτή την έννοια δίνεται από τη σχέση:

$$\dot{V} = ULcC'_V \quad (11.14a)$$

όπου

$$C'_V = \frac{1-\kappa^2}{2+\kappa^2} \quad (11.14b)$$

και σε αδιάστατη μορφή:

$$\frac{\dot{V}}{RcNL} = 2\pi C'_V \quad (11.14c)$$

Η αύξηση θερμοκρασίας ΔT του λιπαντικού είναι:

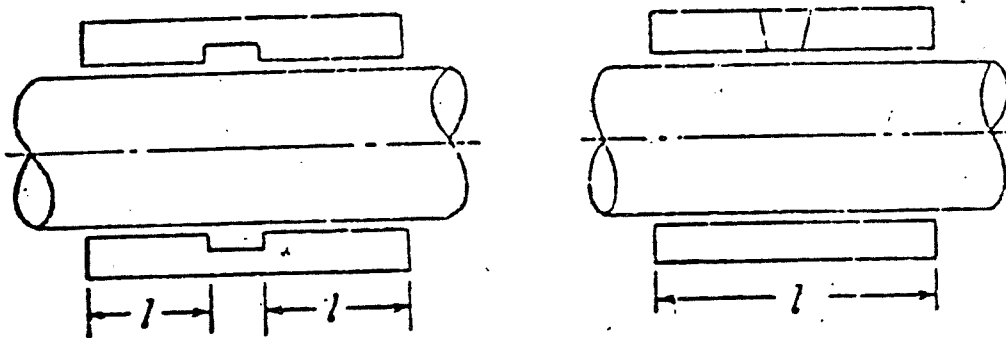
$$\Delta T = \frac{P}{J\gamma c_{\theta}} \frac{2C_f}{C'_w C'_v} \quad (11.14a)$$

και σε αδιάστατη μορφή:

$$\frac{J\gamma c_{\theta} \Delta T}{P} = \frac{2C_f}{C'_w C'_v} \quad (11.15b)$$

12. ΥΠΟΛΟΓΙΣΜΟΣ ΚΑΙ ΣΧΕΔΙΑΣΜΟΣ ΕΔΡΑΝΩΝ ΟΛΙΣΘΗΣΗΣ

Τα κυλινδρικά έδρανα ολίσθησης παρουσιάζονται με μεγάλη συχνότητα στις διάφορες μηχανολογικές εφαρμογές. Η βασική τους διαμόρφωση φαίνεται στο σχήμα 12.1. Όπως φαίνεται στο σχήμα, αυτά έχουν μια τρύπα λίπανσης ή ένα κεντρικό αυλάκι λίπανσης. Παρακάτω παρουσιάζεται αναλυτικά όλη η διαδικασία υπολογισμού τέτοιων εδράνων. Τα διαγράμματα που χρησιμοποιούνται βασίζονται στις αρχές που εκτέθησαν σε προηγούμενα κεφάλαια. Επίσης τα διαγράμματα αυτά είναι συγκεντρωμένα στο Παράρτημα.



Σχήμα 12.1. Βασικές διαμορφώσεις κυλινδρικών εδράνων ολίσθησης

1. Διάμετρος εδράνου D

Προσδιορίζεται από τις απαιτήσεις της κατασκευής για τον άξονα με βάση την Αντοχή Υλικών και γενικότερα τη Μηχανική του Παραμορφώσιμου Σώματος.

2. Λόγος μήκους προς διάμετρο l/d

Ο λόγος αυτός κυμαίνεται μεταξύ 1 και 2. Η τάση όμως για μεγαλύτερες ταχύτητες και πιο μικρές κατασκευές μας αναγκάζει να χρησιμοποιούμε l/d μέχρι 0,3. Στα πολύ στενά έδρανα η ικανότητα στήριξης φορτίου μειώνεται, επειδή το λιπαντικό φεύγει πλευρικά.

3. Πίεση εδράνου p

$$p = \frac{W}{KlD} \quad (12.1)$$

όπου W το φορτίο του άξονα, $K=1$ όταν υπάρχει μια τρύπα λίπανσης, $K=2$ όταν υπάρχει κεντρικό αυλάκι λίπανσης

4. Διαμετρική χάρη C

Επιλέγεται δοκιμαστικά από το διάγραμμα Π.5 (Παράρτημα).

5. Παράμετρος διαμετρικής χάρης m

Υπολογίζεται από τον τύπο

$$m = \frac{C}{D} \quad (12.2)$$

6. Θερμοκρασία λειτουργίας T_b

Επιλέγεται μια αύξηση της θερμοκρασίας του λιπαντικού και η θερμοκρασία λειτουργίας υπολογίζεται από τον τύπο

$$T_b = T_{\text{εισ.}} + \Delta T_a \quad (12.3)$$

όπου $T_{\text{εισ.}}$ είναι η θερμοκρασία εισόδου του λαδιού και ΔT_a είναι η επιλεγόμενη αύξηση θερμοκρασίας του λαδιού. Μια πρώτη επιλογή είναι 20°C .

7. Ιξώδες του λιπαντικού η

Το ιξώδες σε (cP) στη θερμοκρασία λειτουργίας που επιλέχτηκε, βρίσκεται από το διάγραμμα Π.6 (Παράρτημα) που δείχνει το ιξώδες σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας.

8. Παράμετρος πίεσης P^*

Χρησιμοποιείται στον υπολογισμό της εκκεντρότητας και δίνεται από τον τύπο:

$$P^* = \rho \frac{m^2 p}{\eta N} \quad (12.4)$$

όπου N ο αριθμός στροφών στη μονάδα του χρόνου και ρ αριθμητικός συντελεστής που εξαρτάται από τις μονάδες.

9. Λόγος εκκεντρότητας κ

Με χρήση της παραμέτρου πίεσης P^* και του λόγου l/d προσδιορίζεται το $1(1-\kappa)$ από το διάγραμμα Π.7 (Παράρτημα).

10. Παράμετρος ροπής T^*

Χρησιμοποιείται στον υπολογισμό της ροπής τριβής και βρίσκεται από τα διαγράμματα Π.8 και Π.8 με χρήση των $1(1-\kappa)$ και l/d .

11. Ροπή τριβής M

Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$M = M \cdot \frac{T^* r^2 \eta N}{\eta} \quad (12.5)$$

όπου r η ακτίνα του άξονα και M αριθμητικός συντελεστής που εξαρτάται από τις μονάδες.

12. Ισχύς της τριβής P_f

Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$P_f = P_f K M N I \quad (12.6)$$

όπου $K = 1$ για μία τρύπα λίπανσης, $K = 2$ για κεντρικό αυλάκι λίπανσης και P_f αριθμητικός συντελεστής που εξαρτάται από μονάδες.

13. Παράμετρος παροχής \dot{V}^*

Χρησιμοποιείται στον υπολογισμό παροχής του λιπαντικού και βρίσκεται από τον τύπο:

$$\dot{V}^* = \frac{\dot{V}}{\rho C_\theta} \quad (12.7)$$

όπου ρ είναι η πυκνότητα του λαδιού, C_θ η ειδική θερμότητα του λιπαντικού και \dot{V} αριθμητικός συντελεστής που εξαρτάται από μονάδες.

14. Ολική απαιτούμενη παροχή λιπαντικού \dot{V}_R

Υπολογίζεται από τον τύπο

$$\dot{V}_R = \frac{\dot{V}^* \cdot P_f}{\Delta T a} \quad (12.8)$$

15. Αριθμός C_n

Χρειάζεται στον υπολογισμό του παράγοντα παροχής και υπολογίζεται από τον τύπο:

$$C_n = \frac{\left(\frac{1}{D}\right)^2}{60 P^*} \quad (12.9)$$

16. Παράγοντας ροής q

Βρίσκεται από το διάγραμμα Π.10 (Παράρτημα).

17. Πραγματική υδροδυναμική παροχή του λιπαντικού \dot{V}_1

Υπολογίζεται από τον τύπο:

$$\dot{V}_1 = \dot{V}_1 N I C q D \quad (12.10)$$

όπου \dot{V}_1 αριθμητικός συντελεστής που εξαρτάται από τις μονάδες.

18. Πραγματική παροχή πίεσης του λιπαντικού \dot{V}_2

Υπολογίζεται από τον τύπο

$$\dot{V}_2 = \frac{\dot{V}_2 p_s C^3 D (1 + 1,5 \kappa^2)}{n l} \quad (12.11)$$

όπου \dot{V}_2 αριθμητικός συντελεστής που εξαρτάται από τις μονάδες, p_s = πίεση παροχής λαδιού.

19. Πραγματική ολική ροή λιπαντικού \dot{V}

Υπολογίζεται προσθέτοντας \dot{V}_1 και \dot{V}_2 :

$$\dot{V} = \dot{V}_1 + \dot{V}_2 \quad (12.12)$$

20. Πραγματική αύξηση της θερμοκρασίας ΔT

Βρίσκεται από τον τύπο

$$\Delta T = \frac{\dot{V} * P_f}{\dot{V}} \quad (12.13)$$

21. Σύγκριση πραγματικής και επιλεγμένης θερμοκρασιακής αύξησης

Αν το ΔT_a και ΔT διαφέρουν περισσότερο από 5° , τότε επαναλαμβάνουμε τα βήματα 6-21 χρησιμοποιώντας σαν ΔT_a το μέσο όρο μεταξύ του προηγούμενου Δt_a και ΔT .

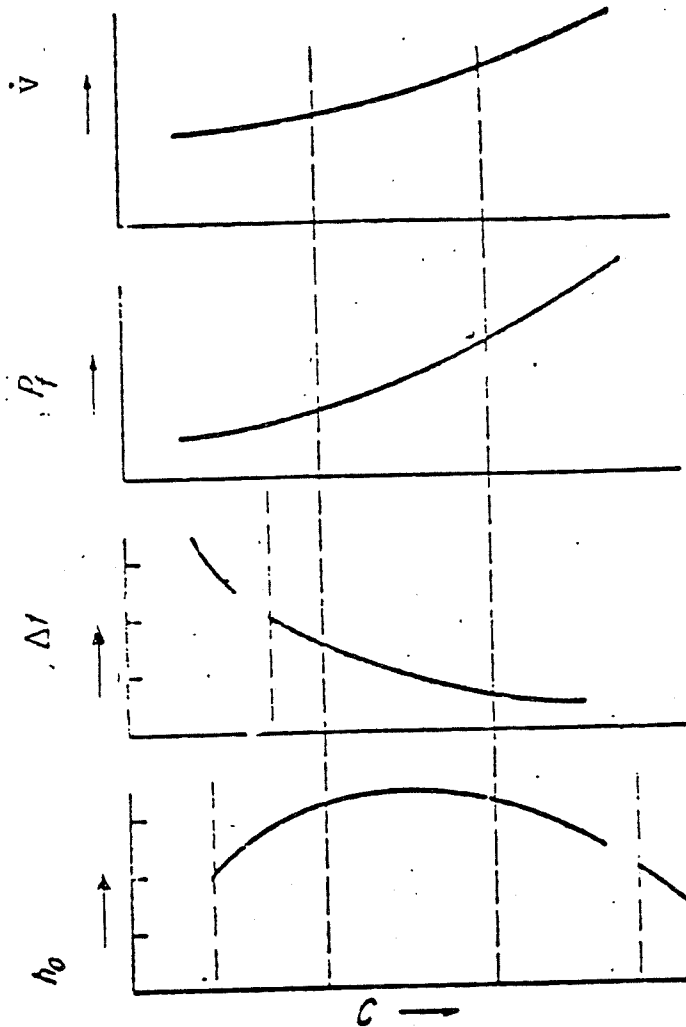
22. Ελάχιστο πάχος στρώματος λιπαντικού h_0

Όταν το βήμα 21 ικανοποιηθεί, τότε βρίσκουμε το ελάχιστο πάχος του στρώματος λιπαντικού από τον τύπο

$$h_0 = \frac{C}{2} (1 - \kappa) \quad (12.14)$$

23. Χάραξη καμπυλών λίπανσης

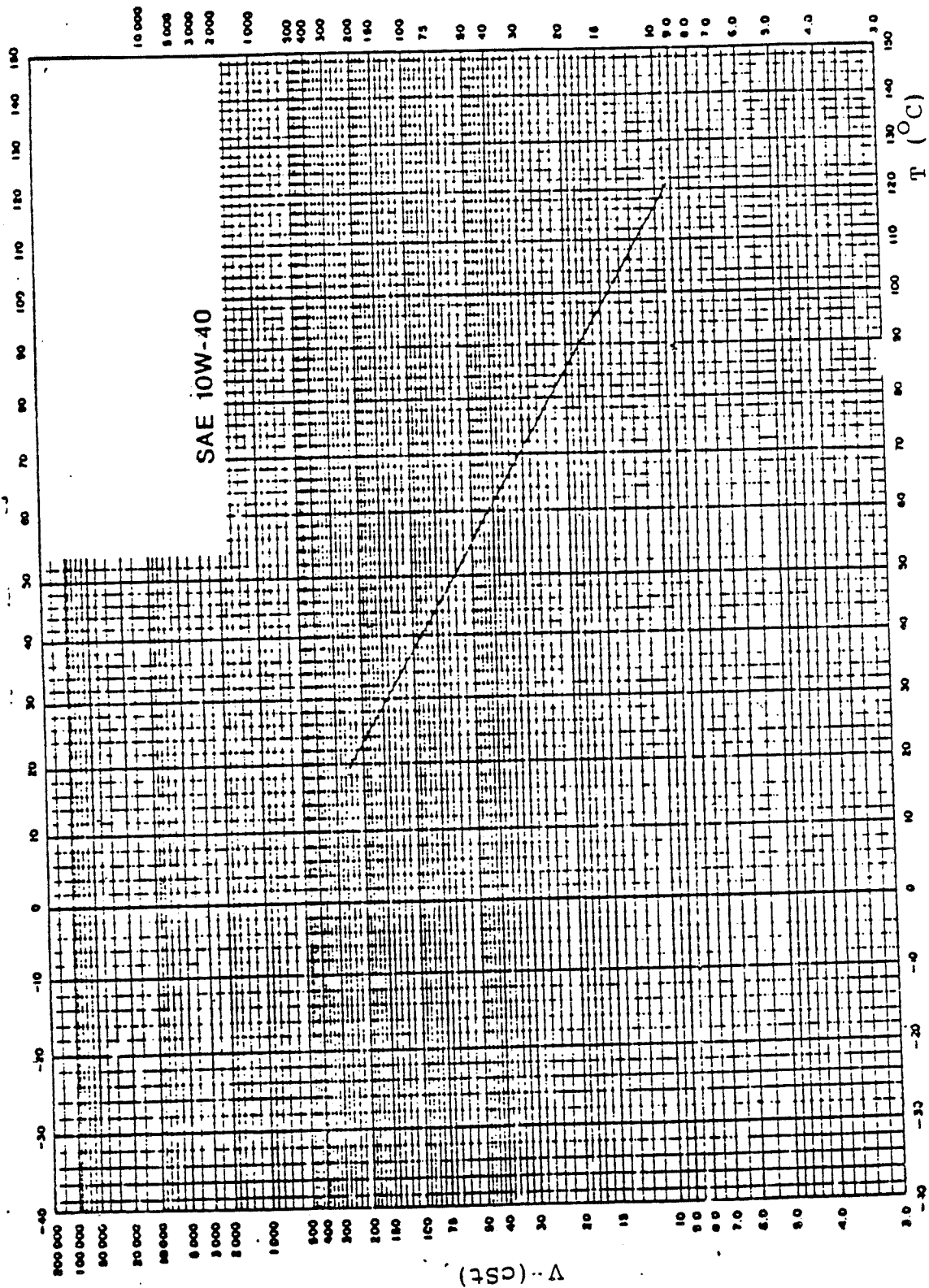
Επιλέγουμε νέο διαμετρικό διάκενο C και επαναλαμβάνουμε τα βήματα 5-22. Το ίδιο γίνεται μερικές φορές και το αποτέλεσμα είναι η χάραξη των καμπυλών λίπανσης (σχ. 12.2).



Σχ. 12.2. Καμπύλες λίπανσης για έδρανο ολίσθησης

Από το σχήμα 12.2 προσδιορίζεται μια περιοχή από διαμετρικές χάρες που βελτιστοποιεί το πάχος του στρώματος λιπαντικού h_0 , τη θερμοκρασιακή διαφορά ΔT , την ισχύ τριβής P_f και την παροχή \dot{V} του λαδιού. Προσδιορίζουμε την παραδεκτή περιοχή διαμετρικών χαρών C , με βάση την ελάχιστη επιτρεπτή που είναι $2,54 \cdot 10^{-4}$ cm από την καμπύλη του ελάχιστου πάχους h_0 . Προσδιορίζουμε το ελάχιστο παραδεκτό C , με βάση μια μέγιστη θερμοκρασιακή διαφορά $\Delta T = 40^\circ$, από την καμπύλη της αύξησης της θερμοκρασίας ΔT . Επομένως, τα όρια τώρα των διαμετρικών διακένων είναι ορισμένα. Αν για την παροχή του λαδιού και την απώλεια σε ισχύ λόγω τριβής υπάρχουν ειδικές απαιτήσεις, οι τιμές θα παρθούν μέσα στην επιτρεπόμενη περιοχή για τα h_0 και ΔT .

ΠΑΡΑΡΤΗΜΑ



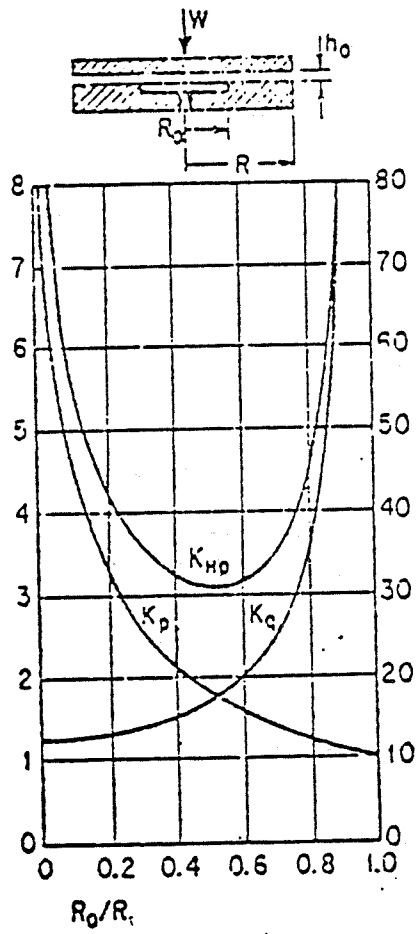
Π.1. Διάγραμμα ιξώδους - θερμοκρασίας για ένα τυπικό λάδι SAE 10W-40

100°F				100°F				100°F			
210°F	H	L	L-H	210°F	H	L	L-H	210°F	H	L	L-H
V				V				V			
40	93	107	14								
41	109	137	28	81	810	1674	864	121	1613	3907	2294
42	124	167	43	82	829	1721	892	122	1655	3966	2301
43	140	197	57	83	849	1769	920	123	1688	4031	2343
44	157	228	71	84	868	1817	949	124	1710	4097	2337
45	175	261	83	85	888	1865	977	125	1733	4163	2430
46	189	291	102	86	907	1914	1007	126	1756	4229	2473
47	205	325	120	87	927	1964	1037	127	1779	4296	2517
48	222	356	134	88	947	2014	1067	128	1802	4362	2561
49	238	389	151	89	966	2064	1098	129	1825	4430	2605
50	255	422	167	90	986	2115	1129	130	1848	4498	2650
51	272	456	184	91	1006	2166	1160	131	1871	4567	2693
52	288	491	203	92	1026	2217	1191	132	1894	4636	2742
53	305	525	220	93	1045	2270	1224	133	1918	4705	2787
54	322	561	239	94	1066	2322	1256	134	1941	4775	2834
55	339	596	259	95	1087	2375	1288	135	1965	4845	2880
56	356	632	276	96	1107	2428	1321	136	1988	4915	2927
57	374	668	295	97	1128	2481	1353	137	2012	4985	2974
58	391	706	315	98	1148	2536	1388	138	2036	5055	3022
59	408	743	335	99	1168	2591	1423	139	2060	5125	3070
60	426	781	355	100	1189	2646	1457	140	2084	5202	3118
61	443	819	376	101	1210	2701	1491	141	2108	5275	3167
62	461	857	396	102	1231	2757	1526	142	2132	5348	3216
63	478	897	419	103	1252	2814	1562	143	2156	5422	3266
64	496	936	440	104	1273	2870	1597	144	2180	5495	3316
65	514	976	462	105	1294	2928	1634	145	2205	5570	3365
66	532	1016	484	106	1315	2985	1670	146	2229	5645	3416
67	550	1057	507	107	1337	3043	1705	147	2254	5721	3467
68	568	1098	530	108	1358	3102	1744	148	2278	5796	3518
69	586	1140	554	109	1379	3161	1782	149	2302	5872	3570
70	604	1182	578	110	1401	3220	1819	150	2328	5949	3621
71	623	1225	602	111	1422	3280	1858	151	2353	6025	3673
72	641	1268	627	112	1444	3340	1896	152	2378	6104	3726
73	659	1311	651	113	1466	3400	1934	153	2402	6182	3779
74	678	1355	677	114	1488	3462	1974	154	2426	6260	3832
75	697	1399	702	115	1510	3524	2014	155	2452	6339	3886
76	716	1444	728	116	1532	3585	2053	156	2478	6418	3940
77	734	1489	755	117	1554	3648	2094	157	2503	6498	3995
78	753	1534	781	118	1576	3711	2135	158	2529	6578	4049
79	772	1580	808	119	1598	3774	2176	159	2554	6659	4105
80	791	1627	836	120	1620	3838	2218	160	2580	6740	4160

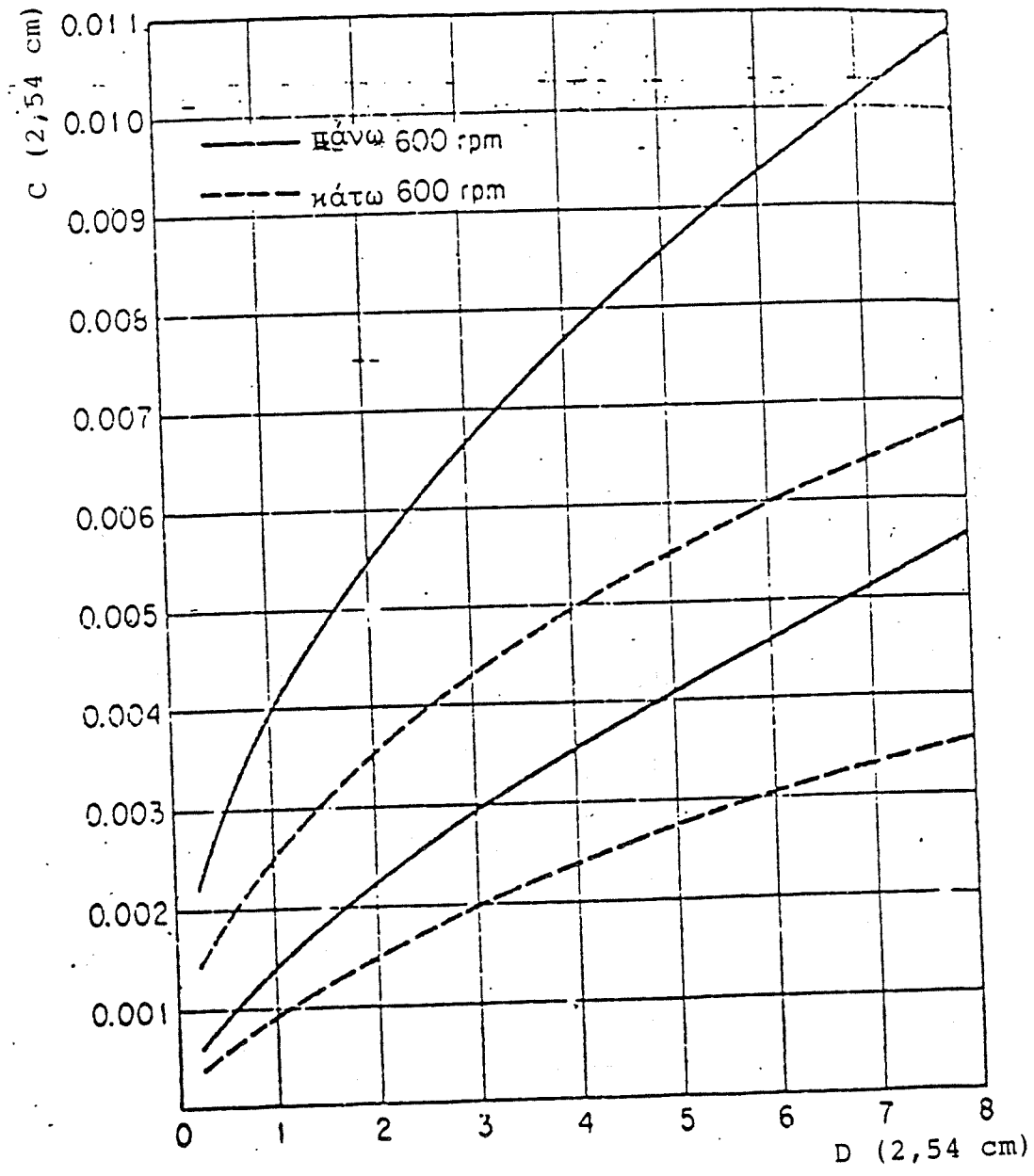
Π.2. Τιμές των H και L για τον υπολογισμό του δείκτη ιξώδους

λάδι	η (cP)	T (°F)	$\alpha \times 10^4$
λάδι ατμομηχανής	442	130	1.69
λάδι τουρμπίνας	30	100	1.37
Κηροζίνη	1.9	81	0.75
Ρετιννόλαδο	266	100	1.01
Ελαιόλαδο	40	115	0.77
Γλυκερίνη	200	94	0.40
SAE 10	40	100	1.73
SAE 10	7	180	1.45
SAE 20 (high VI)	56	100	1.53
SAE 20 (high VI)	10.6	180	1.26
SAE 20 (low VI)	77	100	1.90
SAE 20 (low VI)	11.7	180	1.37
SAE 30	105	100	2.2

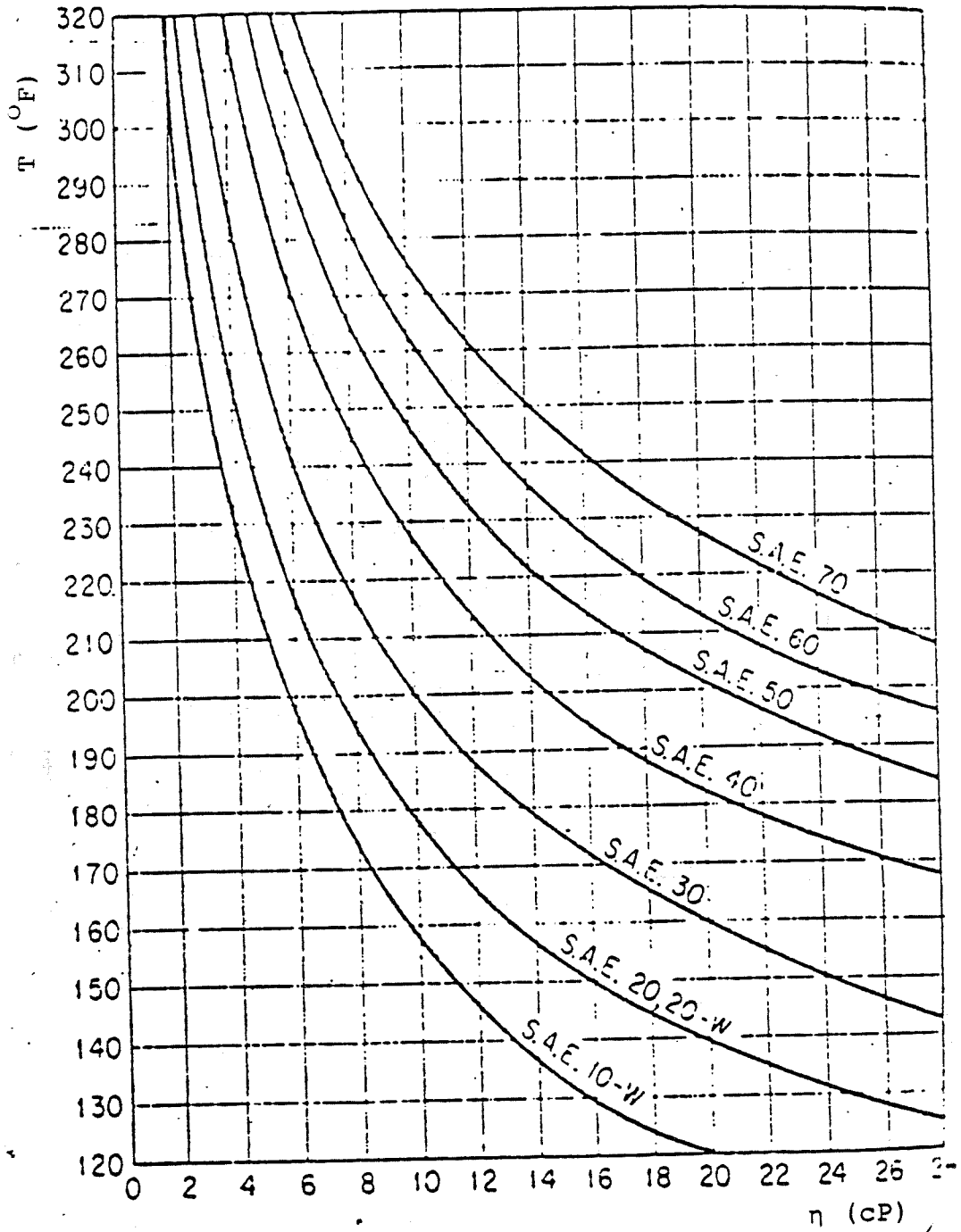
Π.3. Τιμές της σταθεράς α στη σχέση ιξώδους - πίεσης



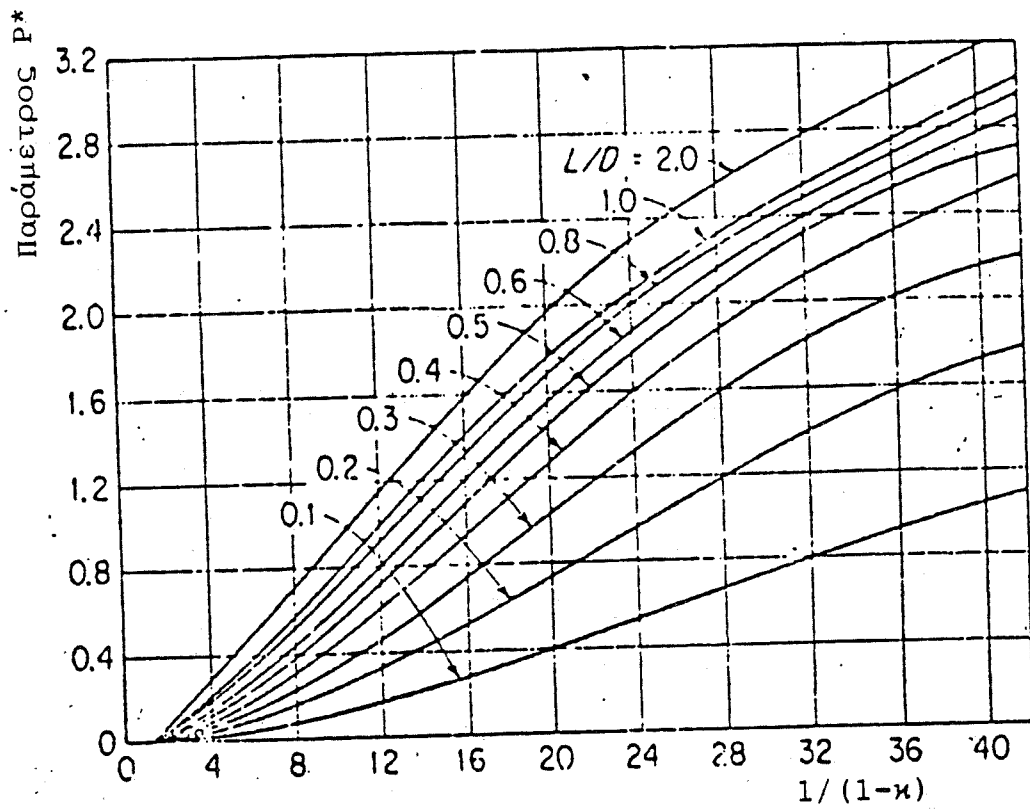
Π.4. Αδιάστατοι συντελεστές για κυκλικό ωστικό έδρανο



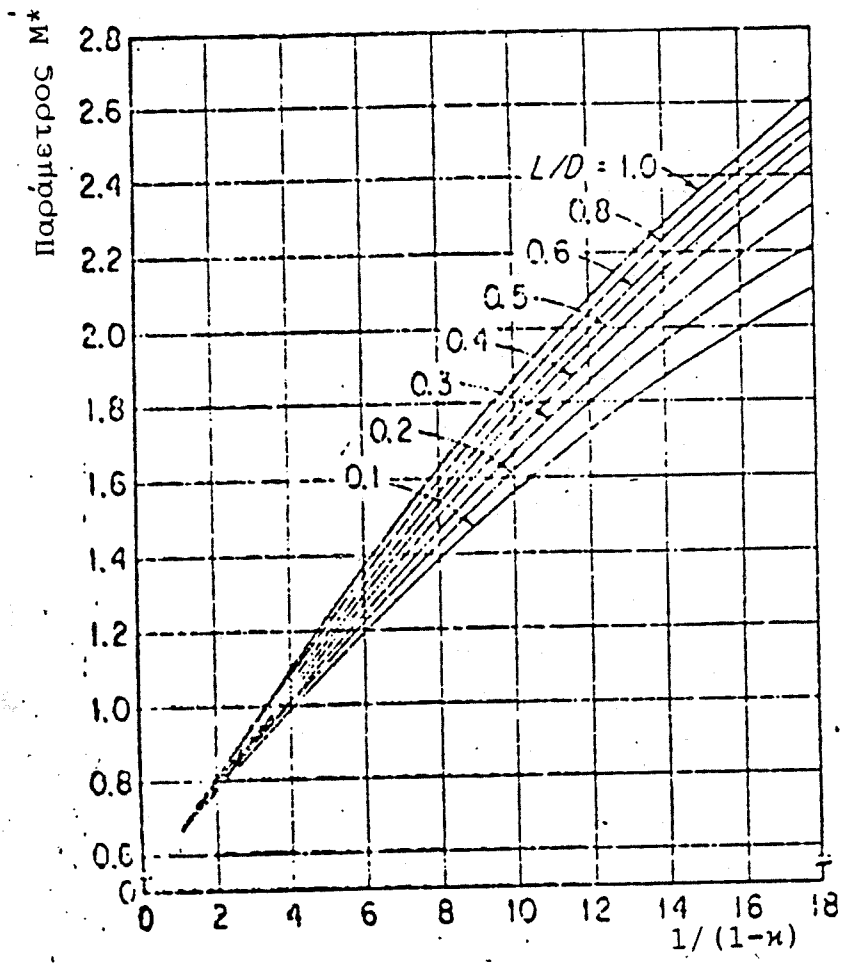
Π.5. Διαμετρική χάρη C συναρτήσει της διαμέτρου D του άξονα



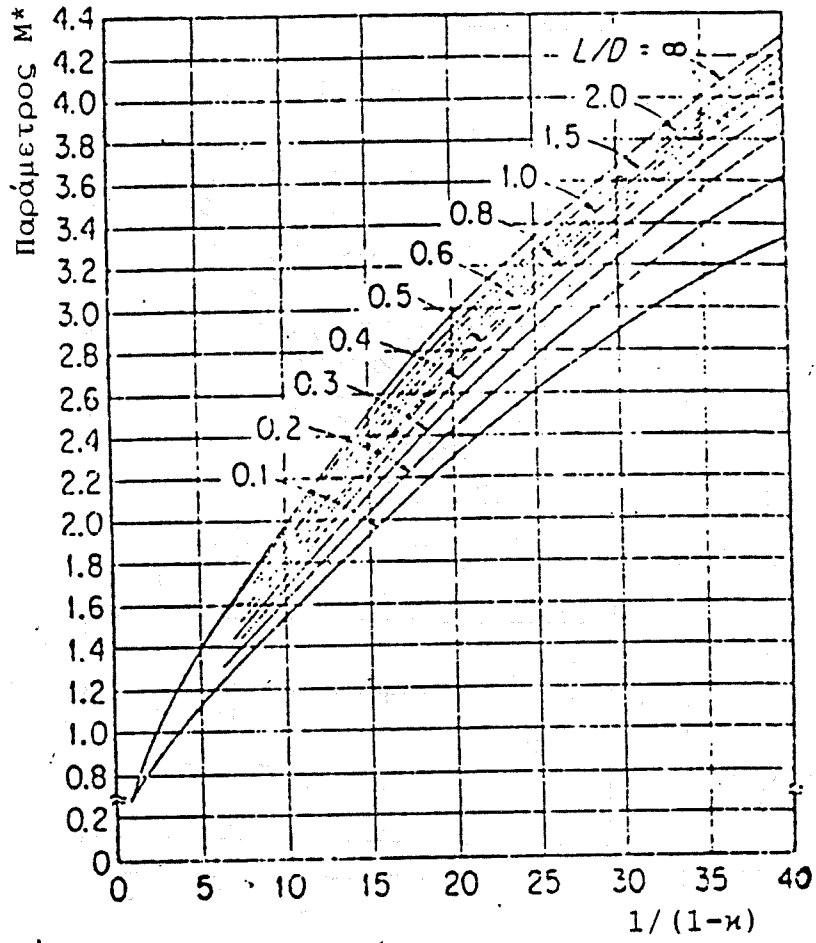
Π.6. Ιξώδες σαν συνάρτηση της θερμοκρασίας για διάφορα λάδια τυποποιημένα κατά SAE



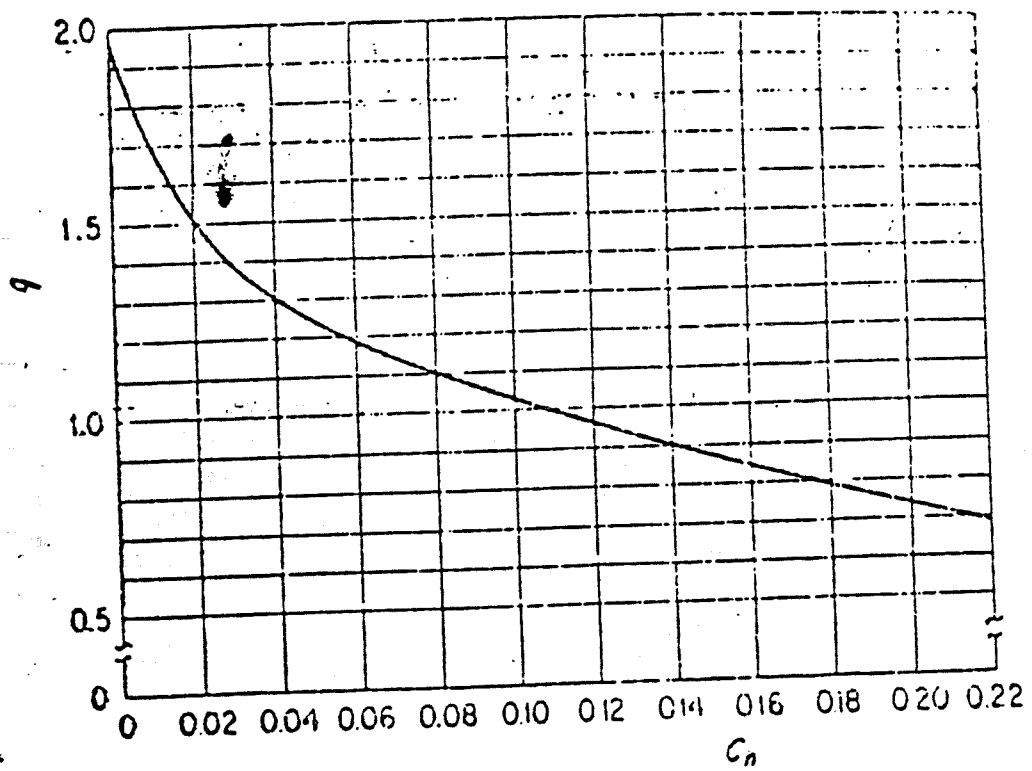
Π.7. Παράμετρος P^* συναρτήσει του λόγου εκκεντρότητας κ



Π.8. Παράμετρος ροπής M^* συναρτήσει του λόγου εκκεντρότητας κ



Π.9. Παράμετρος ροπής M^* συναρτήσει του λόγου εκκεντρότητας κ



Π.10. Παράγοντας ροής q συναρτήσει του αριθμού C_n

ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΣ ΜΟΝΑΔΩΝ

- Προθέματα μονάδων του S.I. (Standard International = Διεθνές Σύστημα Μονάδων).

Συντελεστής	Πρόθεμα		Σύμβολο
10^{12}	Τερα	Tera	T
10^9	Γιγα	Giga	G
10^6	Μεγα	Mega	M
10^3	Κιλο	Kilo	k
10^2	Εκατο	Hecto	h
10	Δεκα	Deca	da
10^{-1}	Δεκατο	Deci	d
10^{-2}	Εκατοστό	Centi	c
10^{-3}	Χιλιοστό	Milli	m
10^{-6}	Μικρο	Micro	μ
10^{-9}	Νανο	Nano	n
10^{-12}	Πικο	Pico	p
10^{-15}	Φεμτο	Femto	f
10^{-18}	Αττο	Atto	a

- Μονάδες Μήκους

	ΜΕΤΡΑ (m)	ΙΝΤΣΕΣ (in)	ΠΟΔΙΑ (ft)	ΓΥΑΡΔΕΣ (yd)	ΜΙΛΙΑ (mile)
1 m	1	39,370	3,2808	1,0936	621,37.10 ⁻⁶
1 in	0,0254	1	0,083333	0,027778	15,783.10 ⁻⁷
1 ft	0,3048	12	1	0,33333	189,39.10 ⁻⁶
1 yd	0,9144	36	3	1	568,18.10 ⁻⁶
1 μί	1609,3	63,360	5.280	1.760	1

$1 \text{ \AA} = 1 \text{ Angstrom} = 10^{-10} \text{ m} = 0,1 \text{ nm}$
 $1 \mu = 1 \text{ microm} = 10^{-6} \text{ m} = 1 \mu\text{m}$
 $1 \text{ Ναυτικό μίλι} = 1.852 \text{ m}$

- Μονάδες Επιφάνειας

	ΤΕΤΡΑΓΩΝΙΚΑ ΜΕΤΡΑ (m ²)	ΤΕΤΡ. ΙΝΤΣΕΣ (in ²)	ΤΕΤΡ. ΠΟΔΙΑ (ft ²)
1 m ²	1	1.550	10,764
1 in ²	6,4516 . 10 ⁻⁶	1	6,9444.10 ⁻³
1 ft ²	92,903 . 10 ⁻³	144	1

$1 \text{ acre} = 4.046,9 \text{ m}^2 = 43,56 \text{ ft}^2$
 $1 \text{ barn} = 10^{-28} \text{ m}^2$
 $1 \text{ Έκταρο} = 1 \text{ hectare} = 10^4 \text{ m}^2$

● Μονάδες Όγκου

	ΚΥΒΙΚΑ ΜΕΤΡΑ (m ³)	ΚΥΒ. ΙΝΤΣΕΣ (in ³)	ΚΥΒ. ΠΟΔΙΑ (ft ³)
1 m ³	1	61,024 · 10 ⁻³	35,315
1 in ³	16,387 · 10 ⁻⁶	1	578,70 · 10 ⁻⁶
1 ft ³	28,317 · 10 ⁻³	1.728	1

1 Αμερικάνικη ουγγιά (ύγρων) = 1 fluid ounce U.S. = 29,574 cm³
 1 Βρετανική ουγγιά (ύγρων) = 1 fluid ounce U.K. = 28,413 cm³
 1 Αμερικάνικο γαλόνι = 1 gallon U.S. = 3.785,4 cm³
 1 Βρετανικό γαλόνι = 1 gallon U.K. = 4.546,1 cm³
 1 Βαρέλι (κυρίως πετρελαίου) = 1 barell U.S. = 0,15899 m³
 : acre foot = 1233,5 m³
 : Λίτρο = 1 liter = 1 lt = 10³ cm³.

1 λίτρο = 0,219976 Βρετανικά γαλόνια 0,264178 Αμερικάνικα γαλόνια 0,0062900 Αμερικάνικα βαρέλια 0,0353157 κυβικά πόδια 0,001 κυβικά μέτρα 1 κυβικό πόδι = 6,22884 Βρετανικά γαλόνια 7,48047 Αμερικάνικα γαλόνια 0,17811 Αμερικάνικα βαρέλια 28,3168 λίτρα 1 κυβικό μέτρο = 219,969 Βρετανικά γαλόνια 264,170 Αμερικάνικα γαλόνια 6,2898 Αμερικάνικα βαρέλια 1000 λίτρα	1 Βρετανικό γαλόνι = 1,20094 Αμερικάνικα γαλόνια 0,028594 Αμερικάνικα βαρέλια 4,54596 λίτρα 0,160544 κυβικά πόδια 0,0045461 κυβικά μέτρα 1 Αμερικάνικο γαλόνι = 0,83268 Βρετανικά γαλόνια 0,0238095 Αμερικάνικα βαρέλια 3,78533 λίτρα 0,133681 κυβικά πόδια 0,00378543 κυβικά μέτρα 1 Αμερικάνικο βαρέλι = 34,9726 Βρετανικά γαλόνια 42,000 Αμερικάνικα γαλόνια 158,984 λίτρα 5,6416 κυβικά πόδια 0,158988 κυβικά μέτρα
---	--

● Μονάδες Μάζας

	ΚΙΛΑ (kg)	ΟΥΓΓΙΕΣ (Ounce)	ΛΙΜΠΡΕΣ (Pound)	ΑΜΕΡΙΚΑΝΙΚΟΙ ΤΟΝΝΟΙ (Ton)
1 kg	1	35,274	2,2046	1,1023 · 10 ⁻³
1 oz	0,28350	1	0,0625	0,03125 · 10 ⁻³
1 lb	0,45359	16	1	0,5 · 10 ⁻³
1 ton(U.S.)	907,18	32.000	2.000	1

1 κόκκος = 1 grain = 0,064799 g = 64,799 · 10⁻⁶ kg
 1 slug = 14,594 kg
 : long ton = 1016,0 kg = 2.240 lb
 : Μετρικός τόννος = 1 tonne = 1.000 kg

● Μονάδες Πυκνότητας

	kg/m ³	gr/cm ³	lb/ft ³	lb/in ³
1 kg/m ³	1	10 ⁻³	0,06243	36,13.10 ⁻⁶
1 gr/cm ³	10 ³	1	62,43	36,13.10 ⁻³
1 lb/ft ³	16,018	16,018.10 ⁻³	1	578,7.10 ⁻⁶
1 lb/in ³	27.680	27,68	1728	1

● Μονάδες Θερμοκρασίας

	ΒΑΘΜΟΙ Kelvin (K)	ΒΑΘΜΟΙ ΚΕΛΣΙΟΥ (°C)	ΒΑΘΜΟΙ ΦΑΡΕΝΑΙΤ (°F)
K(T _k =)	T _k	t _c + 273,15	$\frac{5}{9} (t_F + 459,67)$
°C(t _c =)	T _k - 273,15	t _c	$\frac{5}{9} (t_F - 32)$
°F(t _F =)	1,8 T _k - 459,67	1,8 t _c + 32	t _F

● Ειδικές μονάδες Ενέργειας και Έργου

	kcal	1 atm	kw h	PS h	Btu	HP h
1 erg	2,388.10 ⁻¹¹	9,869.10 ⁻¹⁰	2,778.10 ⁻¹⁰	3,777.10 ⁻¹⁰	9,478.10 ⁻¹¹	3,725.10 ⁻¹¹
1 Joule	2,388.10 ⁻⁸	9,869.10 ⁻⁸	2,778.10 ⁻⁷	3,777.10 ⁻⁷	9,478.10 ⁻⁸	3,725.10 ⁻⁷
1 kp.m	2,342.10 ⁻³	9,678.10 ⁻³	2,724.10 ⁻³	3,704.10 ⁻³	9,295.10 ⁻³	3,653.10 ⁻³
1 ft.pdl	1,006.10 ⁻⁸	4,159.10 ⁻⁸	1,170.10 ⁻⁸	1,592.10 ⁻⁸	3,994.10 ⁻⁸	1,570.10 ⁻⁸
1 ft.lbf	3,238.10 ⁻⁸	1,338.10 ⁻⁷	3,766.10 ⁻⁷	5,120.10 ⁻⁷	1,285.10 ⁻⁷	5,050.10 ⁻⁷
1 Kcal	1	41,32	1,163.10 ³	1,581.10 ³	3,968	1,560.10 ³
1 l.atm	2,420.10 ⁻²	1	2,815.10 ⁻²	3,827.10 ⁻²	9,604.10 ⁻²	3,774.10 ⁻²
1 KW.h	8,598.10 ²	3,553.10 ³	1	1,360	3,412.10 ³	1,341
1 PS.h	6,324.10 ²	2,613.10 ³	0,7355	1	2,510.10 ³	0,9863
1 Btu	0,2520	10,41	2,931.10 ⁻⁴	3,985.10 ⁻⁴	1	3,929.10 ⁻⁴
1 HP.h	8,412.10 ²	2,649.10 ³	0,7457	1,014	2,545.10 ³	1

● Ειδικές μονάδες για την Ισχύ

	PS	cal/s	kcal/h	KW	HP	Btu/h
1 erg/s	1,360.10 ⁻¹⁰	2,388.10 ⁻⁸	8,598.10 ⁻⁸	10 ⁻¹⁰	1,341.10 ⁻¹⁰	3,412.10 ⁻⁷
1 W	1,360.10 ⁻³	0,2388	0,8598	10 ⁻³	1,341.10 ⁻³	3,412
1 kp.m/s	1,333.10 ⁻²	2,342	8,431	9,807.10 ⁻³	1,315.10 ⁻²	33,46
1 ft.pdl/s	5,730.10 ⁻³	1,006.10 ⁻²	3,623.10 ⁻²	4,214.10 ⁻³	5,651.10 ⁻³	0,1438
1 ft.lbf/s	1,843.10 ⁻³	0,3238	1,166	1,356.10 ⁻³	1,818.10 ⁻³	4,626
1 PS	1	1,757.10 ²	6,324.10 ²	0,7355	0,9863	2,510.10 ³
1 cal/s	5,692.10 ⁻³	1	3,600	4,186.10 ⁻³	5,615.10 ⁻³	14,29
1 kcal/h	1,581.10 ⁻³	0,2778	1	1,163.10 ⁻³	1,560.10 ⁻³	3,968
1 KW	1,360	2,388.10 ²	8,598.10 ²	1	1,341	3,412.10 ³
1 HP	1,014	1,781.10 ²	6,412.10 ²	0,7457	1	2,545.10 ³
1 Btu/h	3,985.10 ⁻⁴	7,000.10 ⁻²	0,2520	2,931.10 ⁻⁴	3,929.10 ⁻⁴	1

● Ειδικές Μονάδες Πίεσης

	torr	mm Σ.Υ.	psi	inch Hg	inch Σ.Υ.
1 μbar	$7,501 \cdot 10^{-4}$	$1,020 \cdot 10^{-3}$	$1,450 \cdot 10^{-5}$	$2,953 \cdot 10^{-5}$	$4,015 \cdot 10^{-4}$
1 Pa	$7,501 \cdot 10^{-3}$	0,1020	$1,450 \cdot 10^{-4}$	$2,953 \cdot 10^{-4}$	$4,015 \cdot 10^{-3}$
1 at	$7,356 \cdot 10^2$	$1,000 \cdot 10^4$	14,22	28,96	$3,937 \cdot 10^2$
1 atm	$7,600 \cdot 10^2$	$1,033 \cdot 10^4$	14,69	29,92	$4,068 \cdot 10^2$
1 pdl/ft ²	$1,116 \cdot 10^{-2}$	0,1517	$2,158 \cdot 10^{-4}$	$4,394 \cdot 10^{-4}$	$5,974 \cdot 10^{-3}$
1 lbf/ft ²	0,3591	4,882	$6,944 \cdot 10^{-3}$	$1,414 \cdot 10^{-2}$	0,1922
1 torr	1	13,59	$1,930 \cdot 10^{-2}$	$3,937 \cdot 10^{-2}$	0,5350
1 mm Σ.Υ.	$7,358 \cdot 10^{-2}$	1	$1,422 \cdot 10^{-3}$	$2,896 \cdot 10^{-3}$	$3,937 \cdot 10^{-2}$
1 psi	51,71	$7,031 \cdot 10^2$	1	2,036	27,68
1 in Hg	25,40	$3,453 \cdot 10^2$	0,4912	1	13,59
1 in Σ.Υ.	1,867	25,40	$3,613 \cdot 10^{-2}$	$7,358 \cdot 10^{-2}$	1

● Μονάδες Κινηματικού Ιξώδους

Μετατροπή από	σε	Πολλαπλασιασμός επί
cm ² /sec (Stokes)	Centistokes	10 ²
	ft ² /hr.	3,875
	ft ² /sec.	$1,076 \times 10^{-1}$
	in. ² /sec.	$1,550 \times 10^{-1}$
	m ² /hr.	$3,600 \times 10^{-1}$
cm ² /sec $\times 10^2$ (Centistokes)	cm ² /sec. (Stokes)	1×10^{-2}
	ft ² /hr.	$3,875 \times 10^{-2}$
	ft ² /sec.	$1,076 \times 10^{-3}$
	in. ² /sec.	$1,950 \times 10^{-3}$
	m ² /hr.	$3,600 \times 10^{-3}$
ft ² /hr	cm ² /sec (Stokes)	$2,581 \times 10^{-1}$
	cm ² /sec $\times 10^2$ (centistokes)	2,581 $\times 10$
	ft ² /sec	$2,778 \times 10^{-1}$
	in. ² /sec	$4,00 \times 10^{-2}$
	m ² /hr	$9,290 \times 10^{-2}$
ft ² /sec	cm ² /sec. (Stokes)	$9,29 \times 10^2$
	cm ² /sec. $\times 10^2$ (centistokes)	$9,29 \times 10^4$
	ft ² /hr	$3,60 \times 10^3$
	in. ² /sec.	$1,44 \times 10^2$
	m ² /hr.	$3,345 \times 10^2$
in. ² /sec	cm ² /sec. (Stokes)	6,452
	cm ² /sec. $\times 10^2$ (centistokes)	$6,452 \times 10^2$
	ft ² /hr.	2,50 $\times 10$
	ft ² /sec.	$6,944 \times 10^{-1}$
	m ² /hr.	2,323
m ² /hr	cm ² /sec. (Stokes)	2,778
	cm ² /sec. $\times 10^2$ (centistokes)	$2,778 \times 10^2$
	ft ² /hr.	1,076 $\times 10$
	ft ² /sec.	$2,990 \times 10^{-1}$
	in. ² /sec.	$4,306 \times 10^{-1}$

● Μονάδες Δυναμικού Ιξώδους

Μετατροπή ξικό	σέ	Πολλαπλασιασμός ξικό	
$\frac{gm}{(cm)(sec)}$ [Poise]	$\frac{gm}{(cm)(sec)}(10^2)$ [Centipoise]	10^2	
	$\frac{kg}{(m)(hr)}$	$3,6 \times 10^7$	
	$\frac{lb}{(ft)(sec)}$	$6,72 \times 10^{-1}$	
	$\frac{lb}{(ft)(hr)}$	$2,419 \times 10^7$	
	$\frac{lb}{(in.)(sec)}$	$5,6 \times 10^{-1}$	
	$\frac{(gm_p)(sec)}{cm^2}$	$1,02 \times 10^{-3}$	
	$\frac{(lb_p)(sec)}{in.^2}$ [Reyn]	$1,45 \times 10^{-3}$	
	$\frac{(lb_p)(sec)}{ft^2}$	$2,089 \times 10^{-3}$	
	$\frac{gm}{(cm)(sec)}(10^2)$ [Centipoise]	$\frac{gm}{(cm)(sec)}$ [Poise]	10^{-2}
		$\frac{kg}{(m)(hr)}$	3,6
$\frac{lb}{(ft)(sec)}$		$6,72 \times 10^{-1}$	
$\frac{lb}{(ft)(hr)}$		2,419	
$\frac{lb}{(in.)(sec)}$		$5,60 \times 10^{-1}$	
$\frac{(gm_p)(sec)}{cm^2}$		$1,02 \times 10^{-3}$	
$\frac{(lb_p)(sec)}{in.^2}$ [Reyn]		$1,45 \times 10^{-3}$	
$\frac{(lb_p)(sec)}{ft^2}$		$2,089 \times 10^{-3}$	
$\frac{kg}{(m)(hr)}$		$\frac{gm}{(cm)(sec)}$	$2,778 \times 10^{-1}$
		$\frac{gm}{(cm)(sec)}(10^2)$ [Centipoise]	$2,778 \times 10^{-1}$
	$\frac{lb}{(ft)(sec)}$	$1,867 \times 10^{-1}$	
	$\frac{lb}{(ft)(hr)}$	$6,720 \times 10^{-1}$	
	$\frac{lb}{(in.)(sec)}$	$1,555 \times 10^{-1}$	
	$\frac{(gm_p)(sec)}{cm^2}$	$2,833 \times 10^{-1}$	

Κινηματικό Ιξώδες x Πυκνότητα = Δυναμικό Ιξώδες

● Μονάδες Παροχής

	cm ³ /s	m ³ /h	l/min	ft ³ /s	CFM	gal/min
1 cm ³ /s	1	$3,600 \cdot 10^{-3}$	$6,000 \cdot 10^{-2}$	$3,531 \cdot 10^{-3}$	$2,119 \cdot 10^{-3}$	$1,585 \cdot 10^{-2}$
1 m ³ /h	$2,778 \cdot 10^2$	1	16,67	$9,810 \cdot 10^{-3}$	0,5886	4,403
1 l/min	16,67	$6,000 \cdot 10^{-2}$	1	$5,886 \cdot 10^{-4}$	$3,531 \cdot 10^{-3}$	0,2642
1 ft ³ /s	$2,832 \cdot 10^4$	$1,019 \cdot 10^2$	$1,699 \cdot 10^3$	1	60	$4,488 \cdot 10^2$
1 CFM	$4,719 \cdot 10^{-2}$	1,699	2,832	$1,867 \cdot 10^{-2}$	1	7,480
1 gal/min	63,09	0,2271	3,785	$2,228 \cdot 10^{-3}$	0,1337	1

1 CFM = 1 Cubic Feet per Minute = 1 ft³/min
 1 l/min = 1 liter per minute = 1 l/min

• Μονάδες δύναμης

$$1 \text{ N} = 10^5 \text{ dyne} = 0,1019716 \text{ kgf} = 0,2248089 \text{ lbf}$$

$$1 \text{ kgf} = 9,80665 \text{ N} = 1 \text{ kilopond force} = 2,20463 \text{ lbf}$$

$$1 \text{ lbf} = 4,4482216152605 \text{ N} = 16 \text{ oz} = 10^{-3} \text{ kip}$$

BIBΛΙΟΓΡΑΦΙΑ

1. ASME
Wear Control Handbook, New York, 2000
2. M.F. ASHBY, D.R.H. JONES
Engineering Materials, Pergamon Press, Oxford, 2006
3. F.T. BARWELL
Bearing systems – Principles and Practice, QUP, Oxford, 2009
4. A. CAMERON
Basic Lubrication Theory, John Wiley, Chichester, 2001
5. H. CZICHOS
Tribology, Elsevier, Amsterdam, 2009
6. ESDU
General Guide to the choice of Journal Bearing type, Item No. 65007,
London, 1965
7. ESDU
General Guide to the choice of Thrust Bearing type, Item No. 67033,
London, 1967
8. ESDU
Low Viscosity Process Fluid Lubrication Of Journal Bearing, Item No.
77013, London, 1977
9. ESDU
Calculation Methods for Steadily Loaded Axial Groove Hydrodynamic
Journal Bearing, Item No. 84031, London, 1984
10. ESDU
Film Thickness in Lubricated Hertzian Contacts, Item No. 85027,
London, 1985
11. ESDU
Guide to the Design and Material Selection for Dry Rubbing
Bearing, London, 1987
12. ESDU
Selection of Alloys for Hydrodynamic Bearing, Item No. 88018,
London, 1988
13. J. HALLING
Principles of Tribology, Macmillan Education, 2017
14. J.H. HARRIS
Lubrication of Rolling Bearing, Shell-Mex and Bb, London, 2007
15. T.A. HARRIS
Rolling Bearing Analysis, John Wiley, 2002
16. I.M. HUTCHINGS
Tribology [Friction and Wear of Engineering materials]. Edward Arnold,
London, 2018
17. R.W.K. HONEYCOME
The plastic deformation of metals, Edwards Arnold, London, 2008

18. M.J. NEALE

The Tribology Handbook, Newness-Butterworths, London, 2003

