

## ΒΕΣ 06 – Προσαρμοστικά Συστήματα στις Τηλεπικοινωνίες



# Εισαγωγή στα Προσαρμοστικά Συστήματα

Νικόλας Τσαπατσούλης

Επίκουρος Καθηγητής Π.Δ.407/80  
Τμήμα Επιστήμη και Τεχνολογίας  
Τηλεπικοινωνιών

Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου

- Εισαγωγή - Ορισμοί
- Γραμμικά Ψίλτρα
- Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Ψίλτρων
- Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Ψίλτρα
- Εφαρμογές

## Βιβλιογραφία Ενότητας



- *Benvenuto [2002]: Κεφάλαιο 1*
- *Widrow [1985]: Chapter 1*
- *Haykin [2001]: Chapter 1*
- *Sayed [2003]: Chapter 1*
- *Boroujeny [1999]: Chapter 1*

- ★ Εισαγωγή - Ορισμοί
- Γραμμικά Φίλτρα
- Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Φίλτρων
- Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Φίλτρα
- Εφαρμογές

## Εισαγωγή - Ορισμοί



- **Φίλτρο** ονομάζουμε ένα σύστημα από υλικό (hardware) ή λογισμικό (software) το οποίο εφαρμόζεται σε ένα σύνολο από δεδομένα στα οποία έχει επιδράσει θόρυβος (ανεπιθύμητη διαταραχή) με στόχο την εξαγωγή πληροφοριών που μας ενδιαφέρουν.
- Τα φίλτρα διακρίνονται σε Γραμμικά και Μη Γραμμικά
  - Στα γραμμικά φίλτρα η έξοδος είναι ένας γραμμικός συνδυασμός των δεδομένων που εφαρμόζεται στην είσοδο (σήμα εισόδου).
- Για την εξαγωγή της πληροφορίας που μας ενδιαφέρει (χρήσιμο σήμα) από ένα θορυβώδες σήμα συνήθως γίνεται η υπόθεση ότι είναι γνωστά κάποια βασικά στατιστικά χαρακτηριστικά του χρήσιμου σήματος όπως η μέση τιμή και η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης.
  - Η βέλτιστη λύση στο παραπάνω πρόβλημα επιτυγχάνεται με το **Γραμμικό Φίλτρο Wiener**
  - Αν το χρήσιμο σήμα ή οι διαταραχές είναι χρονικά μεταβαλλόμενα η λύση του ανωτέρω προβλήματος επιτυγχάνεται με το **Φίλτρο Kalman**

© 2007 Nicolas Tsapatsoulis

- ★ Εισαγωγή - Ορισμοί
- Γραμμικά Φίλτρα
- Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Φίλτρων
- Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Φίλτρα
- Εφαρμογές

## Εισαγωγή - Ορισμοί (II)



- Όταν τα στατιστικά χαρακτηριστικά του χρήσιμου σήματος δεν είναι γνωστά η λύση του προβλήματος του βέλτιστου φιλτραρίσματος μπορεί να επιτευχθεί με:
  - Εκτίμηση των στατιστικών παραμέτρων του χρήσιμου σήματος και μετά εφαρμογή του φίλτρου Wiener ή του φίλτρου Kalman
  - Χρήση **προσαρμοστικών φίλτρων**
- Τα **προσαρμοστικά φίλτρα** είναι φίλτρα των οποίων οι παράμετροι είναι μεταβαλλόμενοι χρονικά ως συνάρτηση της τρέχουσας μορφής του σήματος εισόδου
  - Η επαναληπτική τροποποίηση των παραμέτρων ενός προσαρμοστικού φίλτρου επιτυγχάνεται με διάφορες μεθοδολογίες, όπως ο αλγόριθμος κατάβασης κατά τη μέγιστη κλίση (steepest descend) ή ο αναδρομικός αλγόριθμος ελαχιστοποίησης του μέσου τετραγωνικού σφάλματος.
  - Με την πάροδο του χρόνου η εφαρμογή ενός προσαρμοστικού φίλτρου θα πρέπει να συγκλίνει στη βέλτιστη λύση που επιτυγχάνεται με το **Φίλτρο Wiener**.

© 2007 Nicolas Tsapatsoulis

- Εισαγωγή - Ορισμοί
- Γραμμικά Φίλτρα
- Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Φίλτρων
- Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Φίλτρα
- Εφαρμογές

## Γραμμικά Φίλτρα



- Έστω ότι έχουμε ένα ψηφιακό σήμα  $x(n)$ . Ένα ψηφιακό φίλτρο πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (FIR) περιγράφεται από τη σχέση εισόδου - εξόδου:

$$y(n) = \sum_{k=0}^{L-1} w_k \cdot x(n-k) = [w_0 \quad w_1 \quad \dots \quad w_{L-1}] \cdot \begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \\ \vdots \\ x(n-L+1) \end{bmatrix}$$

όπου  $y(n)$  είναι η έξοδος του φίλτρου,  $w_k$  ( $k = 0, \dots, L-1$ ) είναι οι παράμετροι και  $L$  είναι η τάξη του φίλτρου

- Στα προσαρμοστικά φίλτρα η ανωτέρω σχέση παραμένει η ίδια αλλά οι συντελεστές του φίλτρου μεταβάλλονται με το χρόνο ( $w_k(n)$ ):

$$y(n) = \sum_{k=0}^{L-1} w_k(n) \cdot x(n-k) = [w_0(n) \quad w_1(n) \quad \dots \quad w_{L-1}(n)] \cdot \begin{bmatrix} x(n) \\ x(n-1) \\ \vdots \\ x(n-L+1) \end{bmatrix}$$

© 2007 Nicolas Tsapatsoulis

- Εισαγωγή - Ορισμοί
- Γραμμικά Φίλτρα
- Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Φίλτρων
- Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Φίλτρα
- Εφαρμογές

## Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Φίλτρων



- Υπάρχουν δύο βασικές κατηγορίες αλγορίθμων για την ανάπτυξη προσαρμοστικών φίλτρων:
  - **Ελαχιστοποίηση μέσου τετραγωνικού σφάλματος:** Στόχος είναι η τροποποίηση των παραμέτρων του φίλτρου για την ελαχιστοποίηση της τρέχουσας τιμής του σφάλματος  $e(n) = y(n) - d(n)$ , όπου  $y(n)$  είναι η έξοδος του προσαρμοστικού φίλτρου και  $d(n)$  είναι η επιθυμητή έξοδος
  - **Ελάχιστα τετράγωνα:** Στόχος είναι η τροποποίηση των παραμέτρων του φίλτρου για την ελαχιστοποίηση της διαφοράς ανάμεσα στις  $M$  τελευταίες τιμές του τις πραγματικής εξόδου από την επιθυμητή

$$e(n) = \sum_{k=0}^{M-1} (y(n-k) - d(n-k))^2$$

- Για κάθε μια από τις ανωτέρω κατηγορίες υπάρχουν διάφορες υλοποιήσεις και παραλλαγές.

© 2007 Nicolas Tsapatsoulis

- Εισαγωγή - Ορισμοί
- Γραμμικά Φίλτρα
- Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Φίλτρων
- Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Φίλτρα
- Εφαρμογές

## Παράγοντες Αξιολόγησης Προσαρμοστικών Αλγορίθμων



- **Ρυθμός Σύγκλισης (Rate of Convergence):** Αριθμός επαναλήψεων (ρυθμίσεων των παραμέτρων του φίλτρου) ώστε να έχουμε προσέγγιση της λύσης Wiener για στάσιμα (μη χρονικά μεταβαλλόμενα σήματα).
- **Απόκλιση από τη λύση Wiener (Misadjustment):** Διαφορά της τελικής λύσης από τη βέλτιστη λύση Wiener.
- **Παρακολούθηση εισόδου (Tracking):** Δυνατότητα παρακολούθησης της μεταβολής των στατιστικών χαρακτηριστικών του σήματος εισόδου (για χρονικά μεταβαλλόμενα σήματα)
- **Ευρωστία (Robustness):** Αντοχή (μικρά σφάλμα εκτίμησης) σε πρόσκαιρες διαταραχές στο σήμα εισόδου που μπορεί να προέρχονται από θόρυβο.
- **Υπολογιστική πολυπλοκότητα:** Περιλαμβάνει τις απαιτήσεις μνήμης, χρόνο προγραμματισμού, κοκ.
- **Αριθμητικές ιδιότητες:** Επίδραση του πεπερασμένου μήκους λέξης για την αναπαράσταση των συντελεστών αλλά και των δεδομένων εισόδου

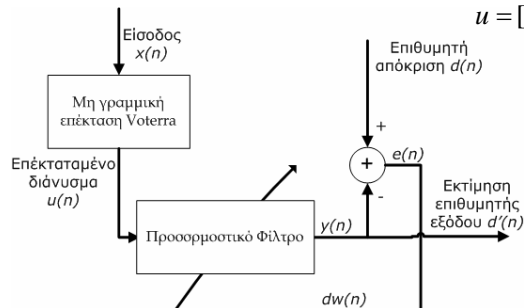
- Εισαγωγή - Ορισμοί
- Γραμμικά Φίλτρα
- Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Φίλτρων
- Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Φίλτρα
- Εφαρμογές

## Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Φίλτρα



- Οι περισσότεροι αλγόριθμοι για προσαρμοστικά συστήματα υποθέτουν ότι τα χρησιμοποιούμενα φίλτρα είναι γραμμικά και FIR. Μια προσέγγιση για υλοποίηση μη γραμμικών προσαρμοστικών συστημάτων φαίνεται στο επόμενο σχήμα και βασίζεται στην επέκταση με σειρές Volterra:
  - Για παράδειγμα για το σήμα εισόδου  $x = [x_0, x_1, x_2]$  έχουμε

$$u = [1, x_0, x_1, x_2, x_0^2, x_0x_1, x_0x_2, x_1^2, x_1x_2, x_2^2]$$



- ☑ Εισαγωγή - Ορισμοί
- ☑ Γραμμικά Φίλτρα
- ☑ Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Φίλτρων
- ☑ Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Φίλτρα
- ★ Εφαρμογές

## Εφαρμογές



- Η ικανότητα των προσαρμοστικών συστημάτων να λειτουργούν ικανοποιητικά σε ένα άγνωστο (μη γνωστά τα στατιστικά χαρακτηριστικά του σήματος εισόδου) και μη στατικό περιβάλλον τα καθιστούν χρήσιμα σε μια ευρεία γκάμα εφαρμογών όπως:
  - Αναγνώριση συστημάτων (identification)
  - Αντίστροφη μοντελοποίηση συστημάτων (inverse modeling)
  - Γραμμική πρόβλεψη (linear prediction)
  - Απαλοιφή διαταραχών (interference canceling)
- Για τις παραπάνω κατηγορίες εφαρμογών υπάρχουν πολλές εξειδικεύσεις και χρήσεις όπως:
  - Μοντελοποίηση επίγειων στρωμάτων για μελέτη σεισμικότητας
  - Ισοστάθμιση τηλεπικοινωνιακών διαύλων
  - Προσαρμοστικοί κβαντιστές και κωδικοποιητές
  - Εξάλειψη ηχούς

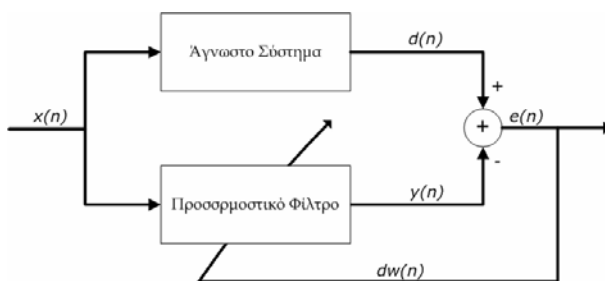
© 2007 Nicolas Tsapatsoulis

- ☑ Εισαγωγή - Ορισμοί
- ☑ Γραμμικά Φίλτρα
- ☑ Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Φίλτρων
- ★ Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Φίλτρα
- ☐ Εφαρμογές

## Αναγνώριση συστημάτων



- Η βασική διάταξη αναγνώρισης συστημάτων φαίνεται στο επόμενο σχήμα.
  - Στη είσοδο εφαρμόζεται λευκός θόρυβος ώστε η απόκριση του άγνωστου συστήματος και του προσαρμοστικού φίλτρου να συμπίπτει για μια ευρεία ζώνη συχνοτήτων.



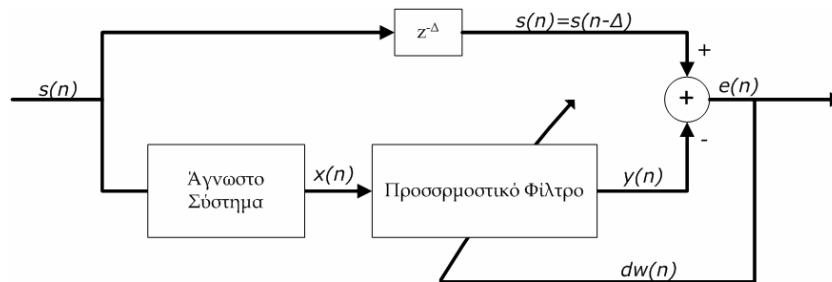
© 2007 Nicolas Tsapatsoulis

- Εισαγωγή - Ορισμοί
- Γραμμικά Φίλτρα
- Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Φίλτρων
- ★ Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Φίλτρα
- Εφαρμογές

## Αντίστροφη μοντελοποίηση συστημάτων



- Η βασική διάταξη αντίστροφης μοντελοποίησης συστημάτων με τη βοήθεια προσαρμοστικών φίλτρων φαίνεται στο επόμενο σχήμα.
  - Επειδή κατά την επεξεργασία του σήματος εισόδου από το άγνωστο σύστημα αλλά και από το προσαρμοστικό φίλτρο δημιουργείται μια καθυστέρηση στο σήμα εισόδου η σύγκριση της εξόδου του προσαρμοστικού φίλτρου γίνεται με μια καθυστερημένη εκδοχή του σήματος εισόδου



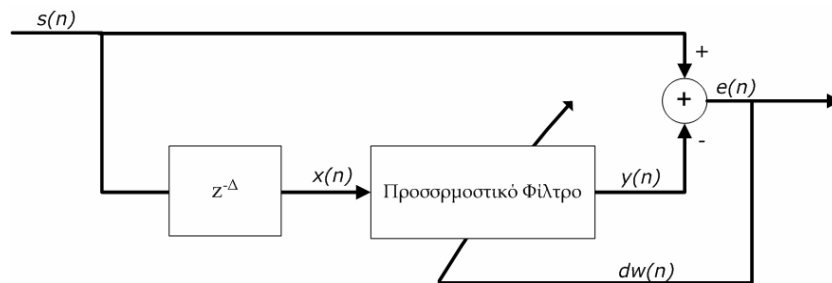
© 2007 Nicolas Tsapatsoulis

- Εισαγωγή - Ορισμοί
- Γραμμικά Φίλτρα
- Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Φίλτρων
- ★ Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Φίλτρα
- Εφαρμογές

## Γραμμική πρόβλεψη



- Η βασική διάταξη γραμμικής πρόβλεψης με τη βοήθεια προσαρμοστικών φίλτρων φαίνεται στο επόμενο σχήμα.
  - Στόχος είναι η πρόβλεψη των τιμών των δειγμάτων για σκοπούς βελτίωσης της συμπίεσης αλλά και για απαλοιφή ευρυζωνικού θορύβου που καλύπτει και τις συχνότητες του σήματος ή αντίστροφα την απαλοιφή περιοδικού θορύβου.



© 2007 Nicolas Tsapatsoulis

- ☑ Εισαγωγή - Ορισμοί
- ☑ Γραμμικά Φίλτρα
- ☑ Μεθοδολογίες Ανάπτυξης Προσαρμοστικών Φίλτρων
- ★ Μη Γραμμικά Προσαρμοστικά Φίλτρα
- ☐ Εφαρμογές

## Ενεργή απομόνωση διαταραχών



- Η βασική διάταξη για ενεργή απομόνωση θορύβου με τη βοήθεια προσαρμοστικών φίλτρων φαίνεται στο επόμενο σχήμα.
  - Στόχος είναι η μοντελοποίηση του συστήματος δημιουργίας θορύβου και η αφαίρεση του τμήματος αυτού από το σήμα εισόδου. Ο θόρυβος είναι ισχυρός και καλύπτει ένα μεγάλο εύρος συχνοτήτων (σχεδόν λευκός) επικαλύπτοντας και τις συχνότητες του πραγματικού σήματος.

