Οι εξισώσεις του Maxwell

$$\oint \mathbf{E}\bullet d\mathbf{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$$

$$\oint \mathbf{B}\bullet d\mathbf{a} = 0$$

$$\oint \mathbf{B}\bullet d\mathbf{s} = \mu_0 I + \mu_0\varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$$

$$\oint \mathbf{E}\bullet d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$$

$$\nabla\bullet\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$

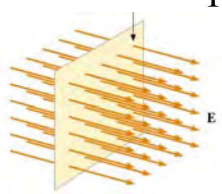
$$\nabla\bullet\mathbf{B} = 0$$

$$\nabla\times\mathbf{B} = \mu_0\mathbf{J} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial\mathbf{E}}{\partial t}$$

$$\nabla\times\mathbf{E} = -\frac{\partial\mathbf{B}}{\partial t}$$

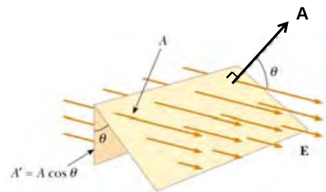
$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{v}\times\mathbf{B}$$

Ηλεκτρική Ροή



Ηλεκτρική ροή: το μέτρο που περιγράφει τον αριθμό των γραμμών ηλεκτρικού πεδίου που διαπερνάει μια επιφάνεια

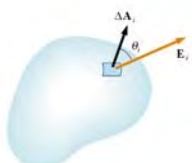
$$\Phi = EA \qquad [\mathrm{N\,m^2/C}]$$



$$\Phi = EA\cos\theta = \mathbf{E}\bullet\mathbf{A}$$

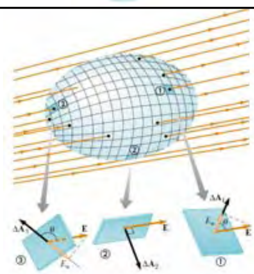
Ορισμός Ηλεκτρικής Ροής

$$\Phi \equiv \lim_{\Delta A_i \to 0} \sum \vec{\mathbf{E}}_i \bullet \Delta\vec{\mathbf{A}}_i = \int_{\varepsilon\pi\iota\varphi\acute{\alpha}\nu\varepsilon\iota\alpha} \vec{\mathbf{E}}\bullet d\vec{\mathbf{A}}$$



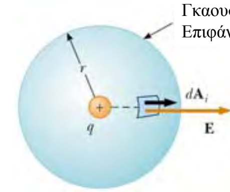
$$\Phi \equiv \oint \vec{\mathbf{E}}\bullet d\vec{\mathbf{A}} = \oint E_n dA$$

E_n: η συνιστώσα του **E** κάθετη στην επιφάνεια



Ο νόμος του Gauss

$$\mathbf{E} = k\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}} \overset{!}{=} E_n\hat{\mathbf{r}}$$

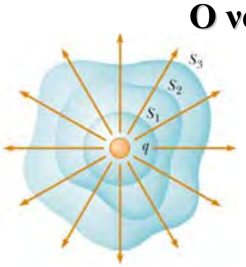


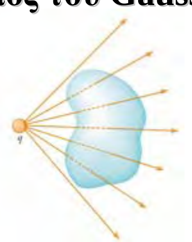
$$\Phi = \oint \vec{\mathbf{E}}\bullet d\vec{\mathbf{A}} = \oint_{\sigma\varphi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha} k\frac{q}{r^2}\hat{\mathbf{r}}\bullet\hat{\mathbf{r}}\,dA = k\frac{q}{r^2}\oint_{\sigma\varphi\alpha\acute{\iota}\rho\alpha} dA = 4\pi kq$$

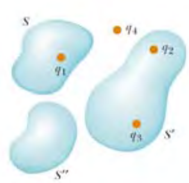
$$\boxed{\Phi = \frac{q}{\varepsilon_0}}$$

Η συνολική ροή ανεξάρτητη της ακτίνας!

Ο νόμος του Gauss







$$\Phi = \oint \vec{\mathbf{E}}\bullet d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0}$$

Η ολική ηλεκτρική ροή που διαπερνά μια κλειστή (γκαουσιανή) επιφάνεια ισούται με το ολικό φορτίου που περικλείει η επιφάνεια διά του ε_0

Διαφορική μορφή ν. Gauss

νόμος Gauss:

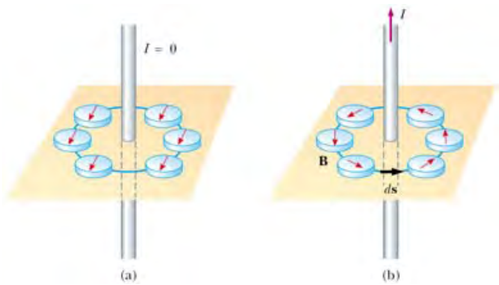
$$\Phi = \oint \vec{\mathbf{E}}\bullet d\vec{\mathbf{A}} = \frac{q_{in}}{\varepsilon_0} \overset{!!!}{\Rightarrow} \int_{\text{Όγκος}} (\nabla\bullet\mathbf{E})dV = \frac{1}{\varepsilon_0}\int_{\text{Όγκος}} \rho dV \Rightarrow$$

$$\nabla\bullet\mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$$: Διαφορική μορφή ν. Gauss

!!! όπου θεώρημα της απόκλισης:

$$\int_{\text{Όγκος}} (\nabla\bullet\mathbf{u})dV = \oint_{\text{Επιφάνεια}} \mathbf{u}\bullet d\vec{\mathbf{a}}$$

Ο νόμος του Ampère



$$\oint \mathbf{B} \bullet d\mathbf{s} = B\oint ds = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}(2\pi r) = \mu_0 I$$

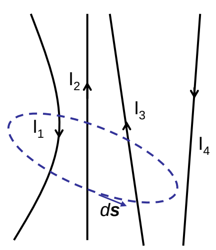
Ο νόμος του Ampère

$$\oint \mathbf{B} \bullet d\mathbf{s} = \mu_0 I = \mu_0 \int\limits_{\text{Επιφάνεια}} \mathbf{J} \bullet d\vec{\mathbf{a}}$$

Η κυκλοφορία του μαγνητικού πεδίου κατά μήκος μιας κλειστής διαδρομής ισούται με $\mu_0 I$, όπου I είναι το ολικό σταθερό (χρονικά αμετάβλητο) ρεύμα που διέρχεται *μέσα από οποιαδήποτε επιφάνεια που περιβάλλεται από την κλειστή διαδρομή*.

ΙΣΧΥΕΙ ΓΙΑ ΜΑΓΝΗΤΟΣΤΑΤΙΚΑ ΠΕΔΙΑ

Ο νόμος του Ampère



$$\oint \mathbf{B} \bullet d\mathbf{s} = \mu_0 I = \mu_0 \left(-I_1 + I_2 + I_3\right)$$

Διαφορική μορφή του ν.Ampère

$$\oint\limits_{\substack{\text{Συνοριακή}\\ \text{Γραμμή}}} \mathbf{B} \bullet d\vec{\mathbf{s}} = \mu_0 I \Rightarrow$$

$$\int\limits_{\text{Επιφάνεια}} (\nabla \times \mathbf{B}) \bullet d\vec{\mathbf{a}} = \mu_0 \int\limits_{\text{Επιφάνεια}} \mathbf{J} \bullet d\vec{\mathbf{a}} \Rightarrow$$

$$\boxed{\nabla \times \mathbf{B} = rot\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J}}$$

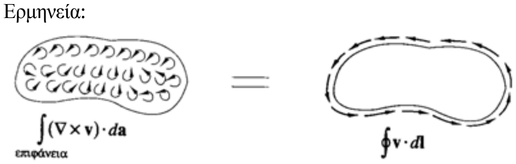
Θεώρημα στροβιλισμού (θεώρημα Stokes)

$\mathbf{v}(x, y, z)$: Διανυσματική συνάρτηση

$$\boxed{\int\limits_{\text{Επιφάνεια}} (\nabla \times \mathbf{v}) \bullet d\vec{\mathbf{a}} = \oint\limits_{\substack{\text{Συνοριακή}\\ \text{Γραμμή}}} \mathbf{v} \bullet d\vec{\mathbf{l}}}$$

Το επιφανειακό ολοκλήρωμα του στροβιλισμού μιας διανυσματικής συνάρτησης, ισούται με το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα της συνάρτησης στην συνοριακή γραμμή που περικλείει την περιοχή.

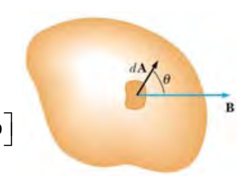
Ερμηνεία:



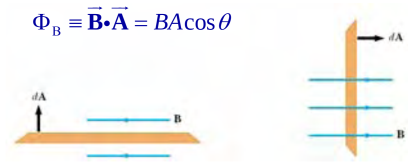
Μαγνητική Ροή

$$\Phi_B \equiv \lim_{\Delta A_i \to 0} \sum \vec{\mathbf{B}}_i \bullet \Delta\vec{\mathbf{A}}_i = \int\limits_{\text{επιφάνεια}} \vec{\mathbf{B}} \bullet d\vec{\mathbf{A}}$$

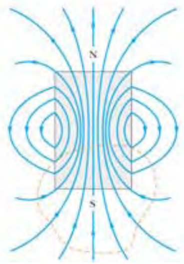
Μαγνητική Ροή: $\Phi_B \quad \left[\mathrm{T.m^2} = 1\ \mathrm{Wb}\right]$



$$\Phi_B \equiv \vec{\mathbf{B}} \bullet \vec{\mathbf{A}} = BA\cos\theta$$



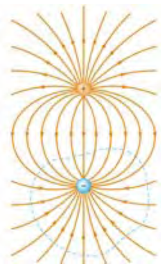
ν. Gauss για το μαγνητισμό



$$\Phi_B = \oint \vec{\mathbf{B}} \bullet d\vec{\mathbf{a}} = 0$$

ή

$$\nabla \bullet \mathbf{B} = 0$$

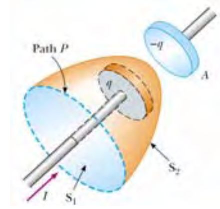


Δεν απαντώνται μαγνητικά μονόπολα στην φύση

Το ρεύμα μετατόπισης και ο γενικευμένος ν. Ampère

$$\oint \mathbf{B} \bullet d\mathbf{s} = \mu_0 I$$

$I = \frac{dQ}{dt}$ από S_1 και $I = 0$ από S_2 !!!!!

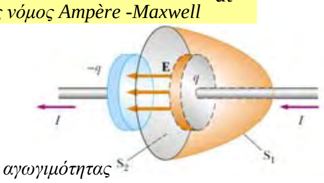


$I_d \equiv \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$: Ρεύμα μετατόπισης

$$\oint \mathbf{B} \bullet d\mathbf{s} = \mu_0 (I + I_d) = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$$

Γενικευμένος νόμος Ampère -Maxwell

$$\Phi_e = EA = \frac{Q}{\varepsilon_0}, \quad I_d \equiv \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt} = \frac{dQ}{dt}$$



Τα μαγνητικά πεδία παράγονται από ρεύματα αγωγιμότητας και από χρονομεταβαλλόμενα ηλεκτρικά πεδία!

Διαφορική μορφή του ν.Ampère-Maxwell

$$\nabla \times \mathbf{B} = rot\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

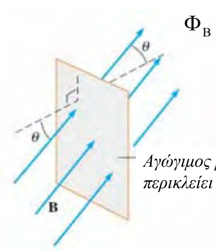
$$\Rightarrow$$

$$\nabla \times \mathbf{B} = rot\mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$$

ν. Faraday

Το μεταβαλλόμενο μαγνητικό πεδίο του πρωτεύοντος πηνίου επάγει Ηλεκτρεγερτική Δύναμη (ΗΕΔ) στο δευτερεύον πηνίο. Η επαγώμενη ΗΕΔ είναι ανάλογη του χρονικού ρυθμού μεταβολής της *μαγνητικής ροής* που διαπερνά το κύκλωμα.

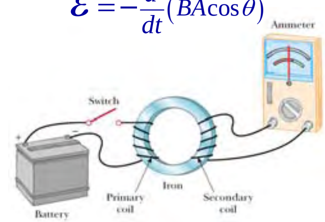
$$\mathcal{E} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \quad [\text{volt}]$$



$$\Phi_B = \int \vec{\mathbf{B}} \bullet d\vec{\mathbf{A}}$$

Αγώγιμος βρόχος που περικλείει επιφάνεια A

$$\mathcal{E} = -\frac{d}{dt}(BA\cos\theta)$$

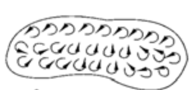


Διαφορική μορφή του ν. Faraday

$$\mathcal{E} = \oint_{καμπύλη} \vec{\mathbf{E}} \bullet d\vec{\mathbf{s}} = -\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow$$

$$\int_{Επιφάνεια} (\nabla \times \vec{\mathbf{E}}) \bullet d\vec{\mathbf{a}} = -\frac{d}{dt} \int_{Επιφάνεια} \vec{\mathbf{B}} \bullet d\vec{\mathbf{a}} \Rightarrow$$

$$\ldots \Rightarrow \boxed{\nabla \times \vec{\mathbf{E}} = -\frac{d\vec{\mathbf{B}}}{dt}}$$



$\int_{επιφάνεια} (\nabla \times \mathbf{v}) \cdot d\mathbf{a}$ = $\oint \mathbf{v} \cdot d\mathbf{l}$

Οι εξισώσεις του Maxwell

$\oint \mathbf{E} \bullet d\mathbf{a} = \frac{Q}{\varepsilon_0}$	$\nabla \bullet \mathbf{E} = \frac{\rho}{\varepsilon_0}$
$\oint \mathbf{B} \bullet d\mathbf{a} = 0$	$\nabla \bullet \mathbf{B} = 0$
$\oint \mathbf{B} \bullet d\mathbf{s} = \mu_0 I + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d\Phi_e}{dt}$	$\nabla \times \mathbf{B} = \mu_0 \mathbf{J} + \frac{1}{c^2}\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial t}$
$\oint \mathbf{E} \bullet d\mathbf{s} = -\frac{d\Phi_m}{dt}$	$\nabla \times \mathbf{E} = -\frac{\partial \mathbf{B}}{\partial t}$

$$\mathbf{F} = q\mathbf{E} + q\mathbf{\upsilon} \times \mathbf{B}$$