

# Διαμήκη και Ηχητικά Κύματα



Physics for Scientists & Engineers: Κεφάλαιο 17

# Διαμήκη Κύματα



**Τάση:** Ορίζει την δύναμη που προκαλεί επιμήκυνση, συμπίεση, στρέψη προκαλώντας παραμόρφωση σε κάποιο σώμα.

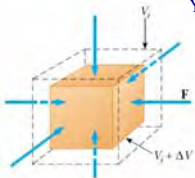
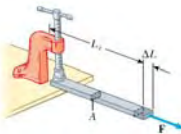
- Η τάση πολλές φορές εκφραζεται ανά μονάδα επιφάνειας με αποτέλεσμα να λαμβάνει μονάδες μέτρησης ίδιες με αυτές της πίεσης.
- Για " μικρές " τάσεις οι παραμορφώσεις είναι **ανάλογα** " μικρές "



$$\frac{\text{Τάση}}{\text{Παραμόρφωση}} \equiv \text{Μέτρο ελαστικότητας}$$

Μέτρο ελαστικότητας παραμόρφωσης εφελκυσμού/θλίψης:

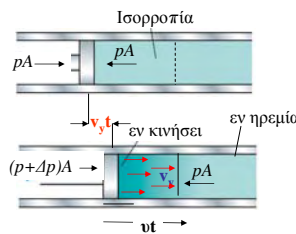
$$Y = \frac{\text{τάση εφελκυσμού}}{\text{παραμόρφωση εφελκυσμού}} = \frac{F/A}{\Delta L/L_0}$$



Μέτρο ελαστικότητας όγκου

$$B \equiv - \frac{\text{Μεταβολή πίεσης}}{\text{Κλασματική μεταβολή όγκου}} = - \frac{\Delta p}{\Delta V/V}$$

# Ταχύτητα διάδοσης διαμήκους κύματος



- $v_y$ : ταχύτητα εμβόλου/τιμήματος ρευστού
- $v$ : ταχύτητα διάδοσης συνόρου/διαταραχής
- $P$ : πίεση
- $\mathbf{P}$ : ορμή



$$B \equiv - \frac{\Delta p}{\Delta V/V} = - \frac{\Delta p}{A v_y t / A v t} \Rightarrow \Delta p = B \frac{v_y}{v}$$

$V$ : (αρχικός) όγκος του ρευστού που διαταράχθηκε (συμπιέστηκε)

Ορμή την στιγμή  $t$ :

$$\mathbf{P} = m \mathbf{v} \Rightarrow \mathbf{P} = (\rho v t A) \mathbf{v}_y = (\rho v t A) v_y \hat{y}$$

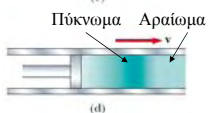
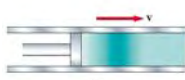
Ωθηση δύναμης το  $\Delta t = t - 0 = t$ :

$$\mathbf{J} = \mathbf{F} t \Rightarrow (\Delta p A) t = \left( B \frac{v_y}{v} A \right) t$$

Θεώρημα ώθησης-ορμής:

$$\mathbf{J} = \Delta \mathbf{P} \Rightarrow v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$$

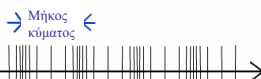
# Ταχύτητα διάδοσης διαμήκους κύματος



Οι περιοχές μέγιστης συμπίεσης/αραιώσης κινούνται με σταθερή ταχύτητα:

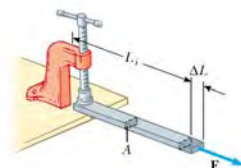
$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}} = \sqrt{\frac{\text{ελαστικές ιδιότητες}}{\text{αδράνεια}}}$$

$$\frac{\partial^2 y}{\partial x^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 y}{\partial t^2}$$



(Το πλάτος κύματος είναι η απόσταση μεταξύ διαδοχικών περιοχών μέγιστης συμπίεσης / αραιώσης)

# Διαμήκη κύματα σε στερεά



$$Y = \frac{\text{τάση εφελκυσμού}}{\text{παραμόρφωση εφελκυσμού}} = \frac{F/A}{\Delta L/L_0}$$

$$v = \sqrt{\frac{\text{ελαστικές ιδιότητες}}{\text{πυκνότητα μάζας}}} = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$$

Typical Values for Elastic Moduli	
Substance	Young's Modulus (N/m <sup>2</sup> )
Tungsten	35 × 10 <sup>10</sup>
Steel	20 × 10 <sup>10</sup>
Copper	11 × 10 <sup>10</sup>
Brass	9.1 × 10 <sup>10</sup>
Aluminium	7.0 × 10 <sup>10</sup>
Glass	6.5–7.8 × 10 <sup>10</sup>
Quartz	5.6 × 10 <sup>10</sup>

Speed of Sound in Various Media	
Medium	v (m/s)
Solids*	
Pyrex glass	5 640
Iron	5 950
Aluminium	6 420
Brass	4 700
Copper	5 010
Gold	3 240
Lucite	2 680
Lead	1 960
Rubber	1 600

# Ηχητικά Κύματα - Ακουστική

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}, \quad B \equiv -V \frac{\Delta p}{\Delta V}, \quad \rho = \frac{m}{V} = \frac{nM}{V} = \frac{\rho M}{RT}$$

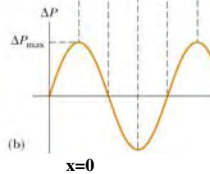
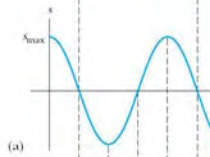
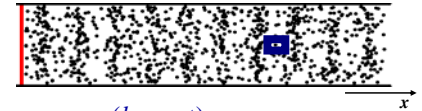
- Σε ισόθερμες διαδικασίες  $\delta T = 0$ . v. Boyle:  $\rho V = \text{σταθ.} \Rightarrow B_{\text{ισθ}} = p$
- Σε αδιαβατική διαδικασίες,  $[\delta T > 0$  (κατά την συμπίεση),  $\delta T < 0$  (κατά την εκτόνωση)]:  $\rho V^\gamma = \text{σταθ.} \Rightarrow B_{\text{αδ}} = \gamma p$

Οι θερμικές αγωγιμότητες αερίων είναι μικρές για συνήθεις ακουστικές συχνότητες (20-20000Hz):

Αδιαβατική διάδοση με ταχύτητα:  $v = \sqrt{\frac{\gamma RT}{M}}$



# Αρμονικά Ηχητικά Κύματα



$$s = s_{\text{max}} \cos(kx - \omega t)$$

s : μετατόπιση

s<sub>max</sub> : πλάτος μετατόπισης

$$\Delta P = -B \frac{\Delta V}{V} = -B \frac{A \Delta s}{A \Delta x} = -B \frac{\partial s}{\partial x} \Rightarrow$$

$$\Delta P = B s_{\text{max}} k \sin(kx - \omega t)$$

$$= \rho v^2 s_{\text{max}} k \sin(kx - \omega t)$$

$$= \rho \omega s_{\text{max}} \sin(kx - \omega t)$$

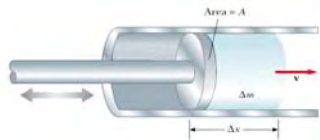
πλάτος πίεσης:  $\Delta P_{\text{max}} = \rho \omega s_{\text{max}}$



# Ενέργεια των αρμονικών ηχητικών κυμάτων

$$s = s_{\text{max}} \sin(\omega t - kx)$$

$$v_s(x, t) = \omega s_{\text{max}} \cos(\omega t - kx)$$



$$dK = \frac{1}{2} (dm) v_s^2 = \frac{1}{2} (A dx \rho) (\omega s_{\text{max}})^2 \cos^2(\omega t - kx)$$

$$K = \frac{1}{2} \rho A (\omega s_{\text{max}})^2 \int_0^\lambda \cos^2(\omega t - kx) dx \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} K_\lambda &= \frac{1}{4} \rho A (\omega s_{\text{max}})^2 \lambda \\ U_\lambda &= \frac{1}{4} \rho A (\omega s_{\text{max}})^2 \lambda \end{aligned} \right\} \Rightarrow E_\lambda = \frac{1}{2} \rho A (\omega s_{\text{max}})^2 \lambda$$



# Ένταση αρμονικών ηχητικών κυμάτων

Ρυθμός διάδοσης ενέργειας = Ισχύς  $P_{\text{av}} = \frac{1}{2} \frac{\rho A (\omega s_{\text{max}})^2 \lambda}{T} = \frac{1}{2} \rho A v (\omega s_{\text{max}})^2$

Ένταση =  $\frac{\text{Ισχύς}}{\text{επιφάνεια}} \Rightarrow I = \frac{1}{2} \rho v (\omega s_{\text{max}})^2$

$$v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}, \quad \Delta P_{\text{max}} = \rho v \omega s_{\text{max}}$$

Ένταση κύματος σε ρευστό:  $I = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega s_{\text{max}})^2 = \frac{1}{2} \frac{\Delta P_{\text{max}}^2}{\rho v}$

Η ισχύς (και η ένταση) είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους ΚΑΙ του τετραγώνου της (γωνιακής) συχνότητας!



# Επανάληψη

Μέσο διάδοσης

Ένταση διαμήκους κύματος σε ρευστό:  $I = \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega s_{\text{max}})^2, \quad v = \sqrt{\frac{B}{\rho}}$

Ένταση διαμήκους κύματος σε στερεό:  $I = \frac{1}{2} \sqrt{\rho Y} (\omega s_{\text{max}})^2, \quad v = \sqrt{\frac{Y}{\rho}}$

Ισχύς εγκάρσιου κύματος σε νήμα:  $P = \frac{1}{2} \sqrt{\mu F} (\omega y_{\text{max}})^2, \quad v = \sqrt{\frac{F}{\mu}}$

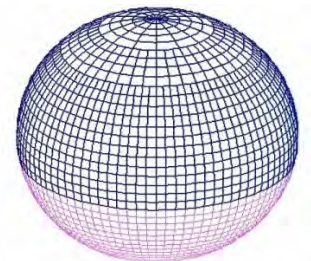
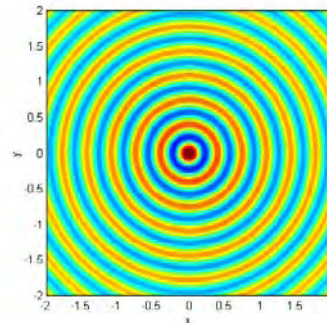
Μέσο διάδοσης      Διαταραγή

# Ένταση ηχητικών κυμάτων από σημειακή πηγή

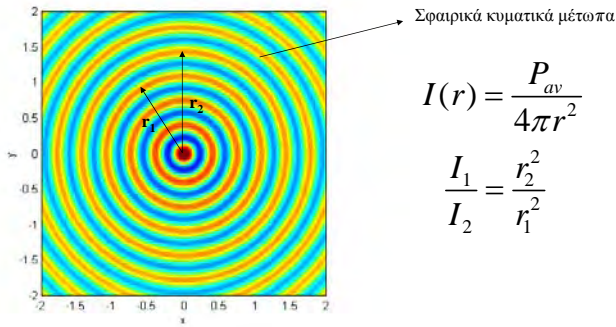
Ένταση =  $\frac{\text{Ισχύς}}{\text{επιφάνεια } (\perp \text{ διεύθυνση διάδοσης})}$

$$I(r) = \frac{P_{\text{av}}}{4\pi r^2}$$

$$\frac{I_1}{I_2} = \frac{r_2^2}{r_1^2}$$



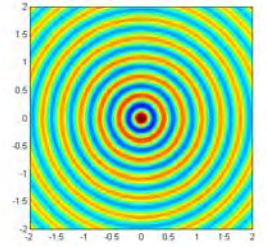
## Σφαιρικά και επίπεδα κύματα



<http://www.acs.psu.edu/users/sparrow/movies/animations5.html>

## Σφαιρικό Κύμα

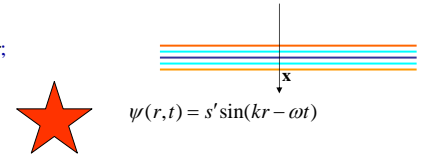
$$\left. \begin{aligned} I &\sim \frac{1}{r^2} \\ I &= \frac{1}{2} \sqrt{\rho B} (\omega s_{\max})^2 \end{aligned} \right\} s_{\max} \sim \frac{1}{r}$$



Κυματοσυνάρτηση διαστελλόμενου σφαιρικού κύματος:

$$\psi(r,t) = \frac{s_0}{r} \sin(kr - \omega t)$$

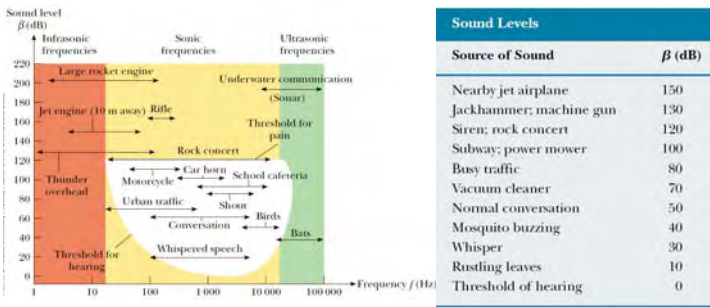
Τι συμβαίνει για "μεγάλο"  $r$ ;  
Επίπεδο κυματικό μέτωπο !



## Κλίμακα decibel (στάθμη έντασης)

$$\beta = 10 \log \frac{I}{I_0}, \quad \beta \text{ (dB)}$$

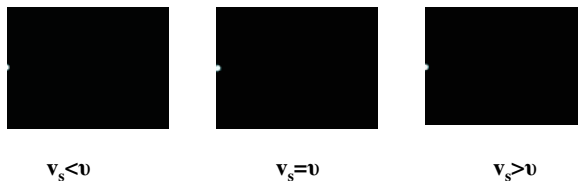
Ένταση αναφοράς-κατώφλι ακουστότητας:  $I_0 = 10^{-12} \text{ W/m}^2$



## φαινόμενο Doppler



## Κινούμενη κυματική πηγή



## Κινούμενος παρατηρητής



S: source  
O: observer

$$\left. \begin{aligned} f &= \frac{v}{\lambda} \\ f' &= \frac{v + v_o}{\lambda} \end{aligned} \right\} \Rightarrow f' = \left( \frac{v + v_o}{v} \right) f$$

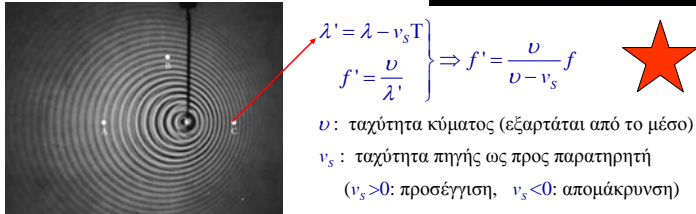


$v$ : ταχύτητα του κύματος

$v_o$ : ταχύτητα παρατηρητή ως προς πηγή

( $v_o > 0$ : προσέγγιση,  $v_o < 0$ : απομάκρυνση)

## Κινούμενη Πηγή



<http://www.colorado.edu/physics/2000/applets/doppler.html>  
<http://www.colorado.edu/physics/2000/applets/doppler2.html>

## Φαινόμενο Doppler



$$f' = \left( \frac{v + v_o}{v - v_s} \right) f$$



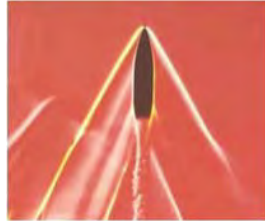
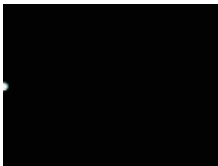
$v + v_o$ : ταχύτητα κύματος στο Σ.Α. του παρατηρητή

$v - v_s$ : ταχύτητα κύματος στο Σ.Α. της πηγής

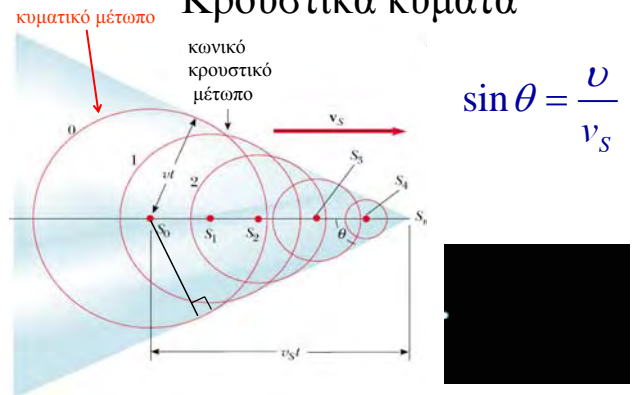
$(v_{s,o} > 0$ : προσέγγιση,  $v_{s,o} < 0$ : απομάκρυνση)

Όταν μειώνεται η απόσταση πηγής-παρατηρητή αυξάνεται η παρατηρούμενη συχνότητα, ενώ όταν αυξάνεται η απόσταση η παρατηρούμενη συχνότητα μειώνεται.

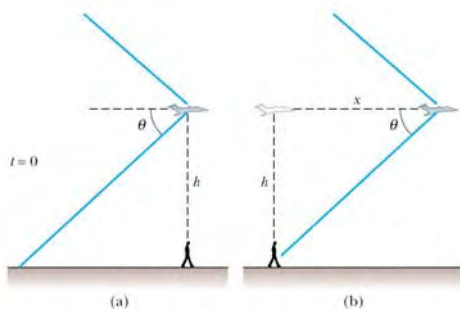
## Κρουστικά κύματα



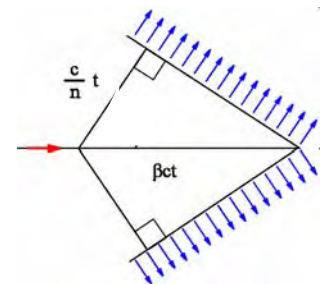
## Κρουστικά κύματα



## Άσκηση 43 – Κ17



## Ακτινοβολία Čerenkov



$$\sin \theta = \frac{v}{v_s} = \frac{1}{n\beta}$$