

Κυματική Οπτική: Συμβολή του φωτός



Κυματική Οπτική

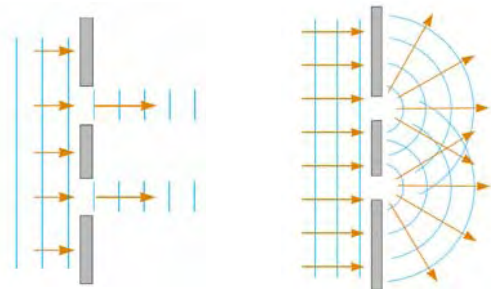
- Συμβολή
- Περίθλαση
- Πόλωση

Συμβολή φωτός

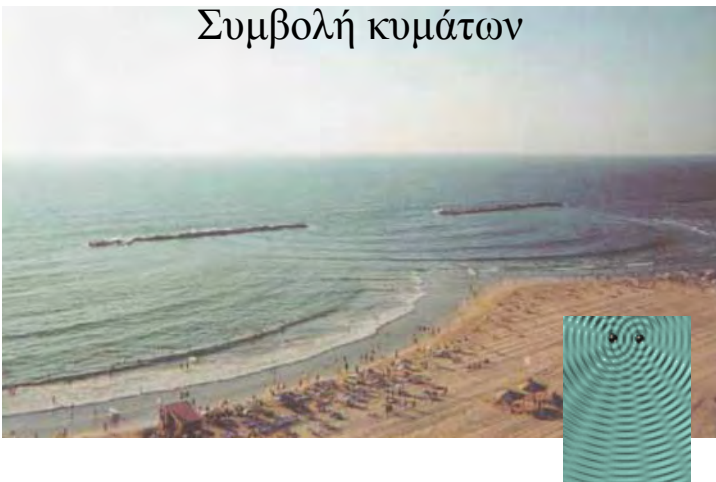
Αναγκαίες συνθήκες παρατήρησης **στάσιμης** **συμβολής** ορατού φωτός ($\lambda \sim 4-7 \times 10^{-7} \text{ m}$):

- Σύμφωνες πηγές
- Μονοχρωματικές πηγές
- Ισχύει η αρχή της επαλληλίας

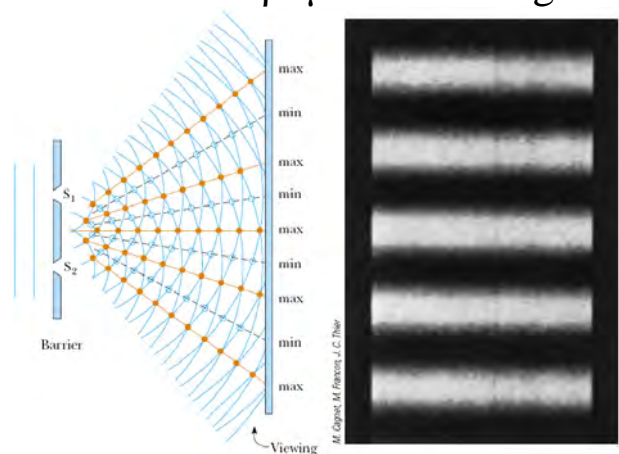
Συμβολή κυμάτων



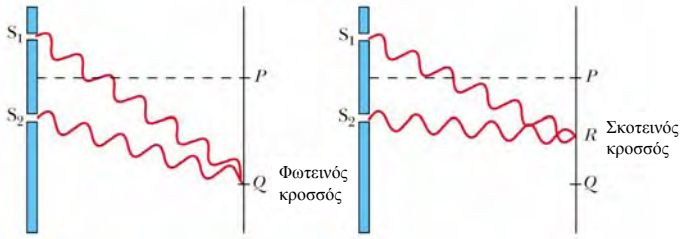
Συμβολή κυμάτων



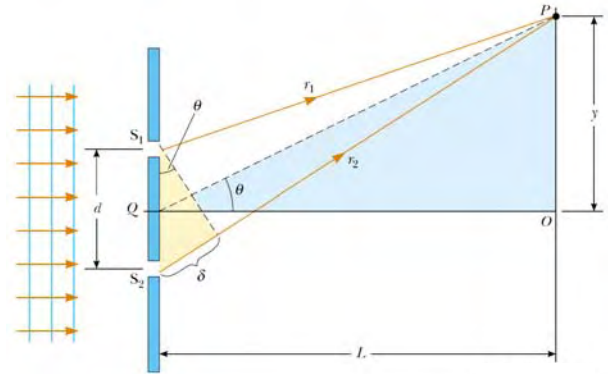
Το πείραμα του Young



Κροσσοί συμβολής

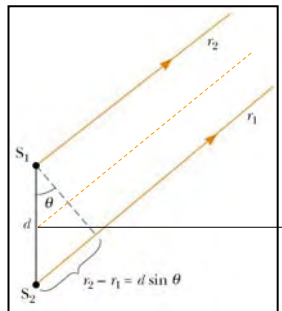
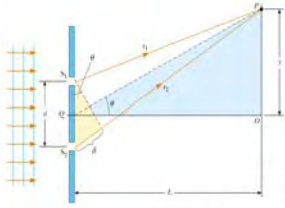


Το πείραμα του Young



Συμβολή

$L \gg d$
 $\delta = r_2 - r_1 = d \sin \theta$



$\delta = d \sin \theta = m\lambda$: ενισχυτική συμβολή
 $\delta = d \sin \theta = (2m + 1)\frac{\lambda}{2} = \left(m + \frac{1}{2}\right)\lambda$: καταστρεπτική συμβολή

Θέσεις κροσσών συμβολής

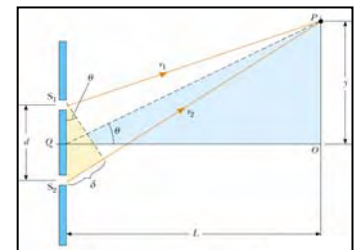
$L \gg d$
 $d \gg \lambda$

Αν θ "αρκετά" μικρή (πότε συμβάνει αυτό??) τότε:

$$\delta = d \sin \theta \approx d \tan \theta = d \frac{y}{L}$$

$$y = m \frac{\lambda L}{d}$$

$$y = \left(m + \frac{1}{2}\right) \frac{\lambda L}{d}$$

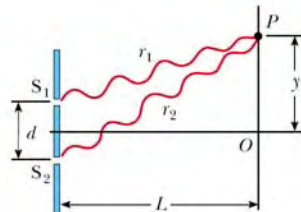


θέσεις φωτεινών κροσσών

θέσεις σκοτεινών κροσσών

Κατανομή της έντασης φωτός δύο συμβαλλόμενων φωτεινών πηγών

$E_1 = E_0 \sin(\omega t)$
 $E_2 = E_0 \sin(\omega t + \varphi)$
 $E_p = E_1 + E_2 = \dots = 2E_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \sin\left(\omega t + \frac{\varphi}{2}\right)$



$$I = \langle S \rangle = \frac{E_m^2}{2\mu_0 c} = \frac{\epsilon_0 c}{2} \left[2E_0 \cos\left(\frac{\varphi}{2}\right) \right]^2 = 2\epsilon_0 c E_0^2 \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

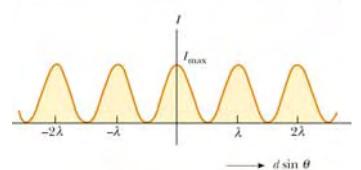
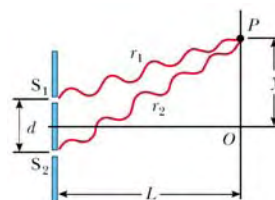
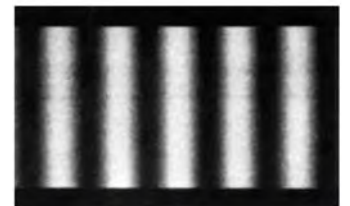
$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

Κατανομή της έντασης φωτός δύο συμβαλλόμενων φωτεινών πηγών

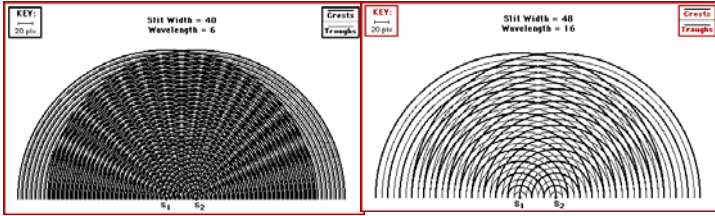
$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{\varphi}{2}\right)$$

$$\frac{\delta}{\lambda} = \frac{\varphi}{2\pi} \Rightarrow \varphi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin \theta = \frac{2\pi}{\lambda} d \frac{y}{L}$$

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d \sin \theta}{\lambda}\right) = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d}{\lambda L} y\right)$$



Συμβολή δύο φωτεινών πηγών

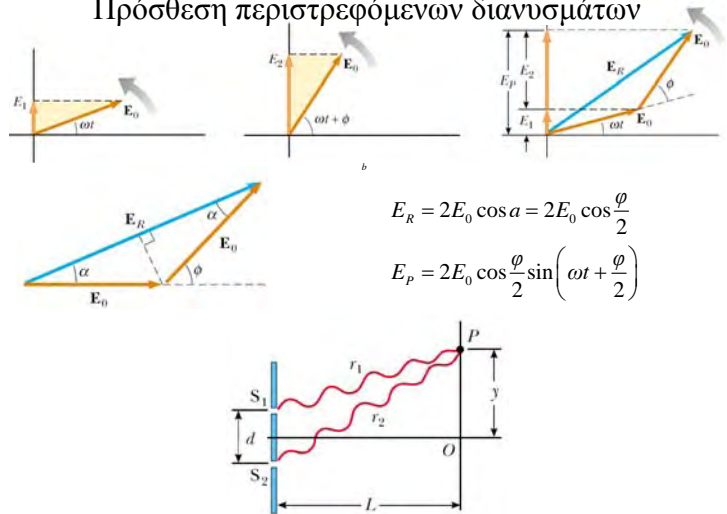


$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{\phi}{2}\right)$$

$$\frac{\delta}{\phi} = \frac{\lambda}{2\pi} \Rightarrow \phi = \frac{2\pi}{\lambda} d \sin\theta = \frac{2\pi}{\lambda} d \frac{y}{L}$$

$$I = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d \sin\theta}{\lambda}\right) = I_0 \cos^2\left(\frac{\pi d y}{\lambda L}\right)$$

Πρόσθεση περιστρεφόμενων διανυσμάτων



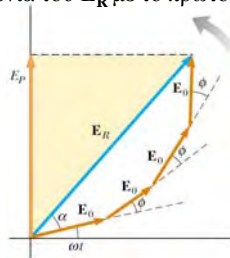
$$E_R = 2E_0 \cos a = 2E_0 \cos \frac{\phi}{2}$$

$$E_P = 2E_0 \cos \frac{\phi}{2} \sin\left(\omega t + \frac{\phi}{2}\right)$$

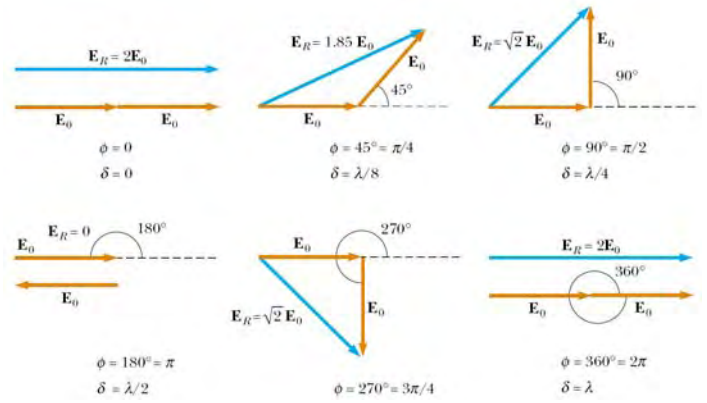
Προσδιορισμός συνισταμένης πολλών αρμονικών κυμάτων ίδιας συχνότητας

- Σχεδιάζουμε το περιστρεφόμενο διάνυσμα καθενός κύματος τοποθετώντας την αρχή του στο πέρας του προηγούμενου
- Το περιστρεφόμενο διάνυσμα E_R είναι η διανυσματική συνισταμένη, και η προβολή του στον κατακόρυφο άξονα η ως προς τον χρόνο μεταβολή του.
- Η φάση της συνισταμένης είναι η γωνία του E_R με το πρώτο περιστρεφόμενο άνυσμα.

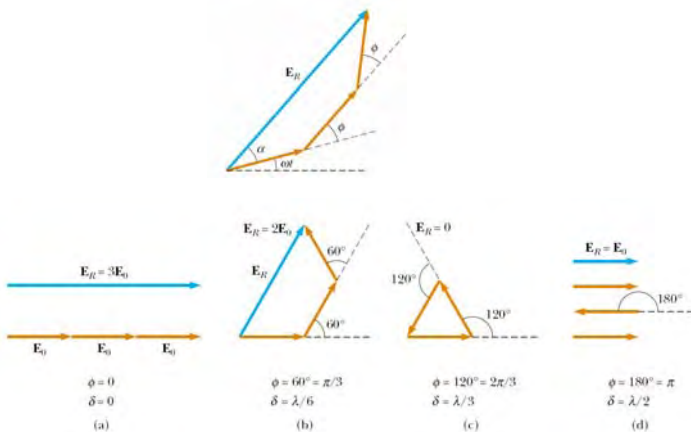
$$E_P = E_R \sin(\omega t + \alpha)$$



Περιστρεφόμενα διανύσματα δύο σύμφωνων πηγών

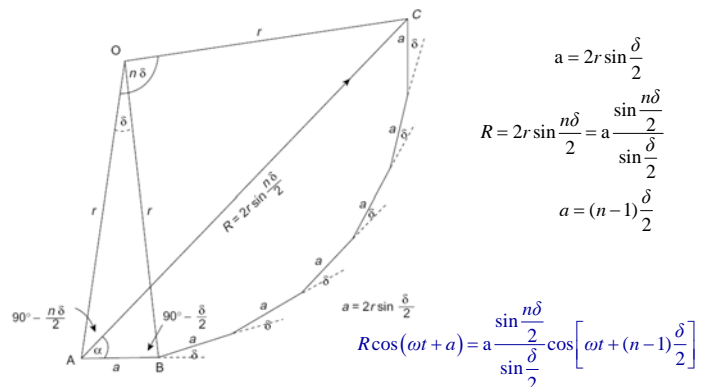


Εικόνες συμβολής τριών πηγών



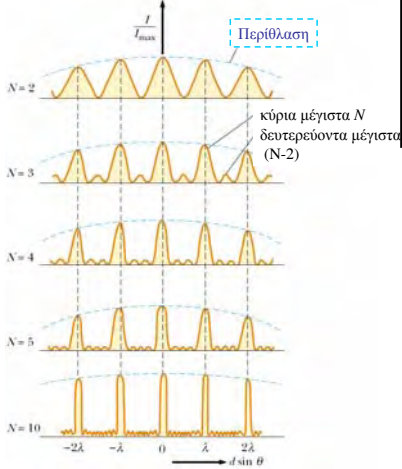
Επαλληλία μεγάλου αριθμού α.α.τ. ίδιου πλάτους και ίσων διαδοχικών διαφορών φάσεων

$$R \cos(\omega t + a) = a \cos \omega t + a \cos(\omega t + \delta) + a \cos(\omega t + 2\delta) + \dots + a \cos(\omega t + [n-1]\delta)$$



$$R \cos(\omega t + a) = a \frac{\sin \frac{n\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \cos\left[\omega t + (n-1)\frac{\delta}{2}\right]$$

Εικόνες συμβολής πολλών πηγών



$$E_1 = E_0 \cos(\omega t)$$

$$E_2 = E_0 \cos(\omega t + \varphi)$$

$$\vdots$$

$$E_N = E_0 \cos(\omega t + (N-1)\varphi)$$

$$E_p = E_R \cos(\omega t + \alpha)$$

$$E_p = E_0 \frac{\sin \frac{N\varphi}{2}}{\sin \frac{\varphi}{2}} \cos \left[\omega t + (N-1) \frac{\varphi}{2} \right]$$

Για N=2 βρήκαμε ότι:

$$E_p = 2E_0 \cos \frac{\varphi}{2} \cos \left(\omega t + \frac{\varphi}{2} \right)$$

Επαλληλία μεγάλου αριθμού α.α.τ. ίδιου πλάτους και ίσων διαδοχικών διαφορών φάσεων

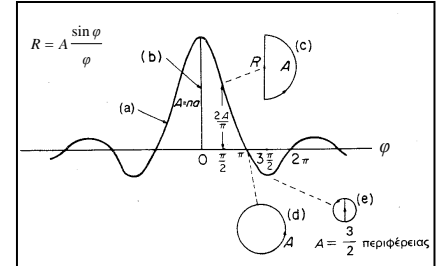
$$R = a \frac{\sin \frac{n\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}}$$

Για μεγάλο n, το δ είναι μικρό και το πολύγωνο γίνεται τόξο κύκλου μήκους na = A και χορδής R.

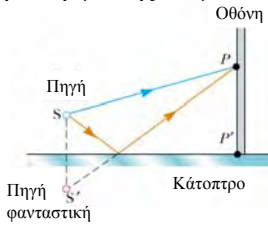
$$a = (n-1) \frac{\delta}{2} \approx n \frac{\delta}{2}$$

$$\sin \frac{\delta}{2} \approx \frac{\delta}{2} = \frac{a}{n}$$

$$R = a \frac{\sin \frac{n\delta}{2}}{\sin \frac{\delta}{2}} \approx a \frac{\sin a}{\frac{a}{n}} = A \frac{\sin a}{a}$$

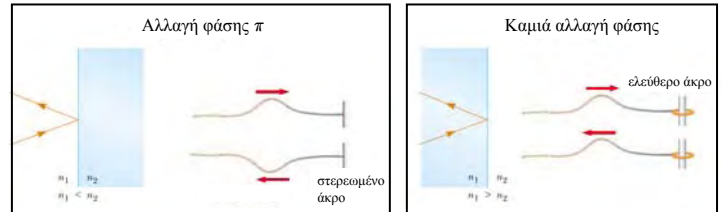


Μεταβολή φάσης λόγω ανάκλασης



Όταν ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα ανακλάται από ένα οπτικά πυκνότερο μέσο (μέσο με μεγαλύτερο δείκτη διάθλασης) από εκείνο στο οποίο διαδίδεται, υφίσταται μεταβολή φάσης π. Η ίδια μεταβολή φάσης συμβαίνει και όταν η επιφάνεια ανάκλασης είναι αγωγός

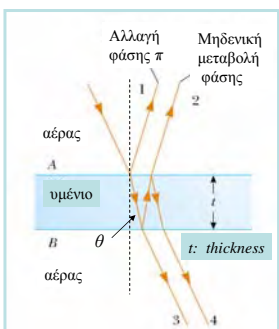
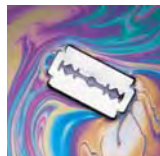
Μηχανικό ανάλογο



$$E_r = \frac{n_1 - n_2}{n_1 + n_2} E_i$$



Συμβολή λεπτών υμενίων



- Όταν ένα ηλεκτρομαγνητικό κύμα ανακλάται από ένα οπτικά πυκνότερο μέσο από εκείνο στο οποίο διαδίδεται, υφίσταται μεταβολή φάσης π.
- Φως μήκους κύματος λ στο κενό υφίσταται μεταβολή του μήκους κύματος όταν εισέρχεται σε μέσο με δείκτη διάθλασης n.

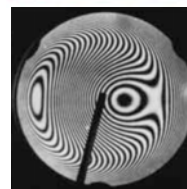
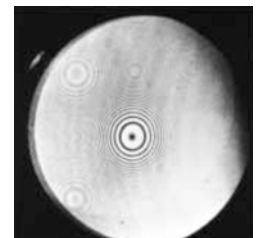
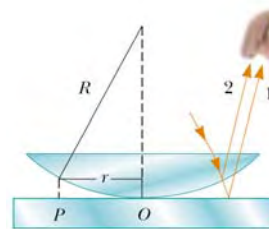
$$\lambda_n = \frac{\lambda}{n}$$

Στο παράδειγμα του διπλ. σχήματος:

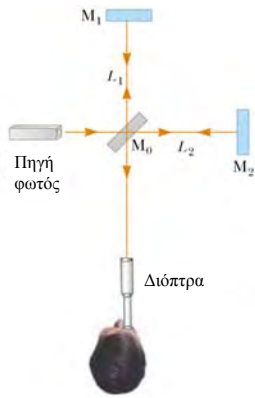
Ενισχυτική συμβολή: $2nt \cos \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$

Αναιρετική συμβολή: $2nt \cos \theta = m\lambda$

Δακτύλιοι του Newton



Το συμβολόμετρο του Michelson



?

- Η ένταση του συνιστάμενου κύματος σε ένα σημείο είναι ανάλογη προς το τετράγωνο του πλάτους του συνιστάμενου κύματος στο σημείο αυτό, δηλ. $I \sim (E_1 + E_2)^2$ (Σ/Α)
- Η ένταση του συνιστάμενου κύματος σε ένα σημείο είναι ανάλογη με το άθροισμα των εντάσεων των δύο κυμάτων δηλ. $I = I_1 + I_2 \sim (E_1^2 + E_2^2)$ (Σ/Α)
- Υπάρχει παραβίαση του νόμου διατήρησης της ενέργειας αν $I \neq I_1 + I_2$?

Παράδειγμα: Υπολογίστε το ελάχιστο πάχος του υμενίου μιας σαπουνόφουσκας ($n=1.33$) που είναι αναγκαίο για να παρατηρήσουμε ενισχυτική συμβολή στο φως που ανακλά επιφάνεια σαπουνόφουσκας όταν την φωτίζουμε κάθετα με φως μήκους κύματος στο κενό $\lambda=600$ nm. Τι συμβαίνει αν διπλασιάσουμε το πάχος του υμενίου?

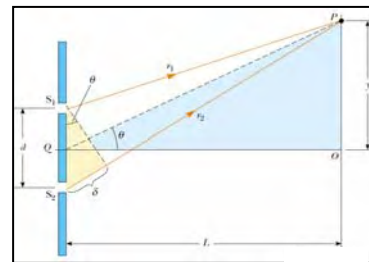
$$2nt \cos \theta = \left(m + \frac{1}{2}\right) \lambda$$

Παράδειγμα: Μια οθόνη απέχει από διπλή σχισμή 1.2m. Η απόσταση που χωρίζει τις δύο σχισμές είναι 0.03 mm. Ο φωτεινός κροσσός δεύτερης τάξης απέχει 4.5 cm από την κεντρική γραμμή. Υπολογίστε, (α) το μήκος κύματος του φωτός και (β) την απόσταση σε δύο διαδοχικούς φωτεινούς κροσσούς.

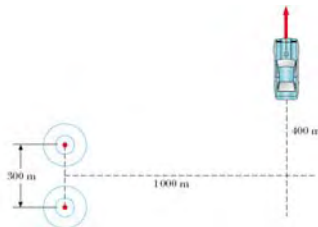
Παράδειγμα: Μια φωτεινή πηγή εκπέμπει ορατό φως σε δύο μήκη κύματος, $\lambda=430$ nm και $\lambda'=510$ nm και χρησιμοποιείται για πείραμα συμβολής δύο σχισμών με $L=1.5$ m και $d=0.025$ mm, αντίστοιχα. Υπολογίστε, την απόσταση ανάμεσα στους φωτεινούς κροσσούς τρίτης τάξης των δύο μηκών κύματος.

7: Δύο λεπτές παράλληλες σχισμές που απέχουν μεταξύ τους 0.25mm φωτίζονται με την πράσινη συνιστώσα του φωτός μιας λυχνίας ατμών υδραργύρου ($\lambda=546.1$ nm). Η εικόνα της συμβολής παρατηρείται σε ένα πέτασμα σε απόσταση 1.2 m από το επίπεδο των παράλληλων σχισμών. Υπολογίστε την απόσταση (α) από το κεντρικό (μέγιστο) κροσσό της πρώτης φωτεινής ακτίνας εκατέρωθεν του κεντρικού μεγίστου, και (β) μεταξύ του πρώτου και δεύτερου σκοτεινού κροσσού

15: Σε μία διάταξη διπλών σχισμών $d=0.15$, $L=140$ cm, $\lambda=643$ nm και $y=1.8$ cm. (α) Ποια η διαφορά διαδρομής δ των δυο σχισμών στο σημείο P. (β) Εκφράστε την διαφορά αυτή συναρτήσει του μήκους κύματος, (γ) Το σημείο P αντιστοιχεί σε μέγιστο, ελάχιστο?



Άσκηση: Δύο κεραίες ραδιοκυμάτων έχουν απόσταση 300m μεταξύ τους και μεταδίδουν συγχρόνως ίδιο σήμα στο ίδιο μήκος κύματος. Ένα κινούμενο όχημα που είναι συντονισμένο λαμβάνει το δεύτερο μέγιστο σε θέση 400m από το $y=0$. Ποιο το μήκος κύματος του σήματος? Σε πόση απόσταση το όχημα θα λάβει το δεύτερο ελάχιστο?



16: Η ένταση σε ένα πέτασμα σε ένα ορισμένο σημείο μιας εικόνας συμβολής δύο σχισμών είναι το 64% της μέγιστης τιμής. (α) Ποια η ελάχιστη διαφορά φάσης μεταξύ των πηγών που θα προκαλέσει αυτό το αποτέλεσμα, (β) Εκφράστε τη διαφορά φάσης ως διαφορά διαδρομής αν $\lambda=486$ nm

31. θεωρήστε N σύμφωνες πηγές που περιγράφονται από $E_1 = E_0 \cos(\omega t + \phi)$, $E_2 = E_0 \cos(\omega t + 2\phi)$..., $E_N = E_0 \cos(\omega t + N\phi)$. Βρείτε την ελάχιστη ϕ για την οποία $E_R = E_1 + E_2 + \dots + E_N$ να είναι μηδενική.

Άσκηση: Κροσσό συμβολής παράγονται σε μία οθόνη στο σημείο P, ως αποτέλεσμα των απευθείας ακτίνων από την πηγή μήκους κύματος 500 nm και των ανακλώμενων ακτίνων από το κάτοπτρο (βλ. σχήμα). Αν η πηγή βρίσκεται 100 m αριστερά της οθόνης και 1 cm πάνω από το κάτοπτρο, βρείτε την απόσταση y του πρώτου σκοτεινού κροσσού πάνω από το κάτοπτρο?

