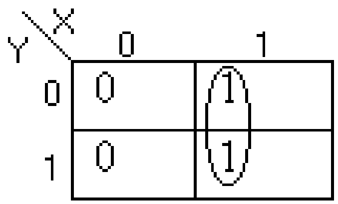
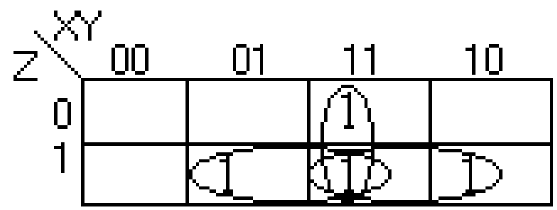
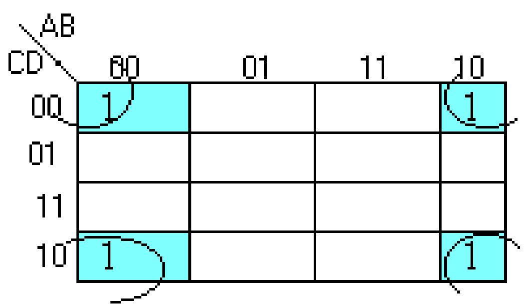
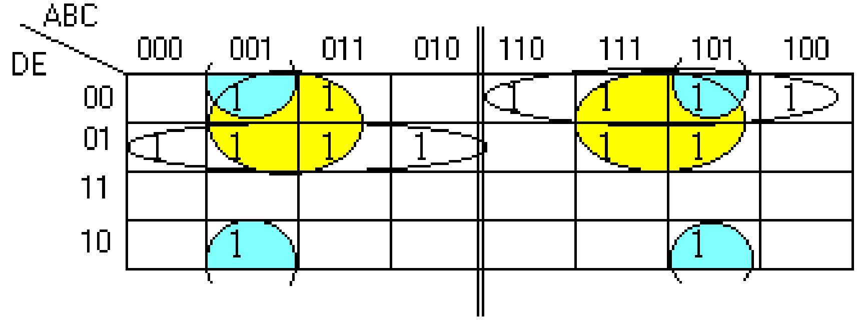
ΑΠΛΟΠΟΙΗΣΗ ΜΕ ΠΙΝΑΚΕΣ KARNAUGH









ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΠΙΝΑΚΩΝ KARNAUGH

- Αποτελεί διαφορετική γραφή του πίνακα αληθείας
- Ο πίνακας Karnaugh είναι συνεχής
- Η αρίθμηση του βασίζεται στον κώδικα GRAY
- Ομαδοποιούμε ορθογώνια των 2^n κουτιών
- Κάθε μέλος της συνάρτησης που θα τοποθετηθεί στον πίνακα πρέπει να έχει τον ίδιο αριθμό μεταβλητών

π.χ. $f\,(A,B,C) = AB + A\bar{B}\bar{C} \Rightarrow$

$f\,(A,B,C) = AB(C + \bar{C}) + A\overline{BC} \Rightarrow$

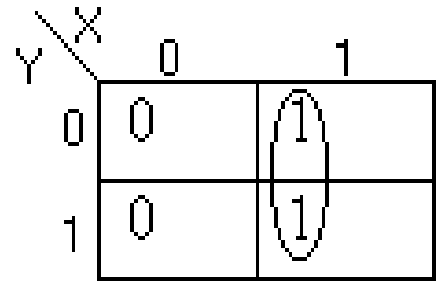
$f\,(A,B,C) = ABC + AB\bar{C} + A\bar{B}\bar{C}$

Μεθοδολογία

- Έστω η συνάρτηση

  $$f = X \cdot Y + X \cdot \overline{Y}$$

- Πίνακας Αληθείας



- Τοποθέτηση των τιμών στον πίνακα Karnaugh

- Κατάλληλη Ομαδοποίηση

•Έκφραση απλοποιημένης συνάρτησης

$$f = X$$

Εφαρμογή 1

- Κύκλωμα με τρεις εισόδους δίνει στην έξοδο του ότι είναι η πλειοψηφία των εισόδων του.

1) Πίνακας Αληθείας .

X	Y	Z	f
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

2) Πίνακας Karnaugh

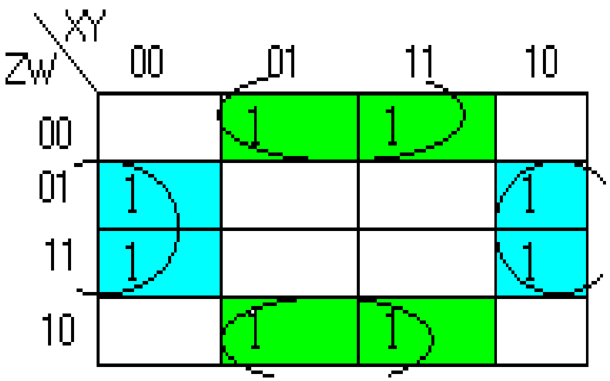
Z \ XY	00	01	11	10
0			1	
1		1	1	1

3) Απλοποιημένη συνάρτηση

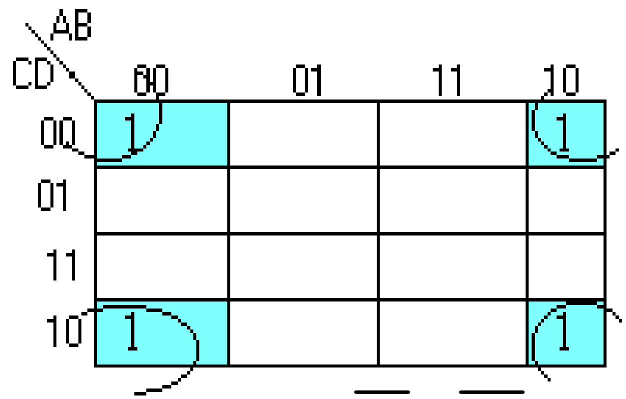
$$f = XY + XZ + YZ$$

Εφαρμογή 2

- Άλλες μορφές ομαδοποιήσεων



$$f = Y\overline{W} + \overline{Y}W = Y \oplus W$$



$$f = \overline{B} \cdot \overline{D}$$

Ο Αδιάφορος Όρος

- Αποτελεί απαγορευμένη κατάσταση εξόδου του κυκλώματος.
- Θα τον συμβολίζουμε με ‘d’ .
- Κατά την απλοποίηση αντιμετωπίζουμε τούς αδιάφορους όρους όπως μας συμφέρει.

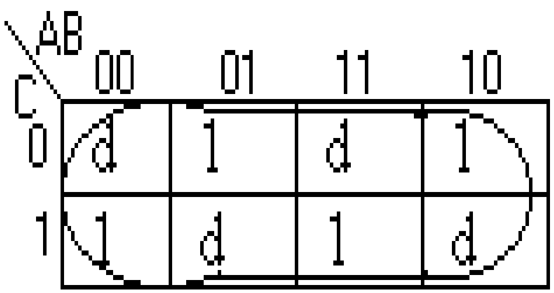
X	Y	Z	f
0	0	0	D
0	0	1	0
0	1	0	1
0	1	1	D
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	D
1	1	1	0

Z \ XY	00	01	11	10
0	d	1	d	1
1	0	d	0	0

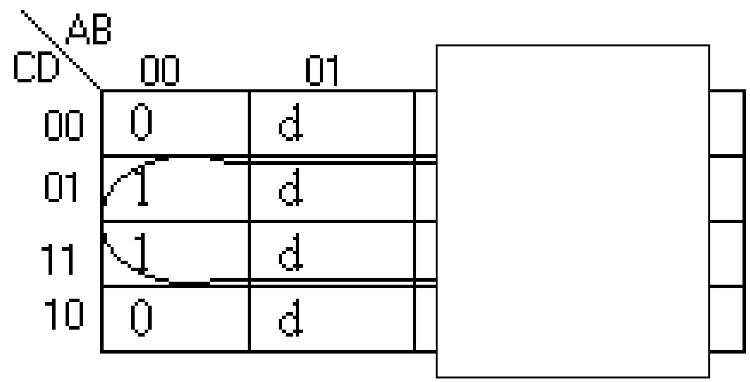
$$f = \overline{Z}$$

Άλλες περιπτώσεις αδιάφορων όρων

- Ας δούμε τούς ακόλουθους πίνακες και τις απλοποιημένες συναρτήσεις τους



$$f = 1$$



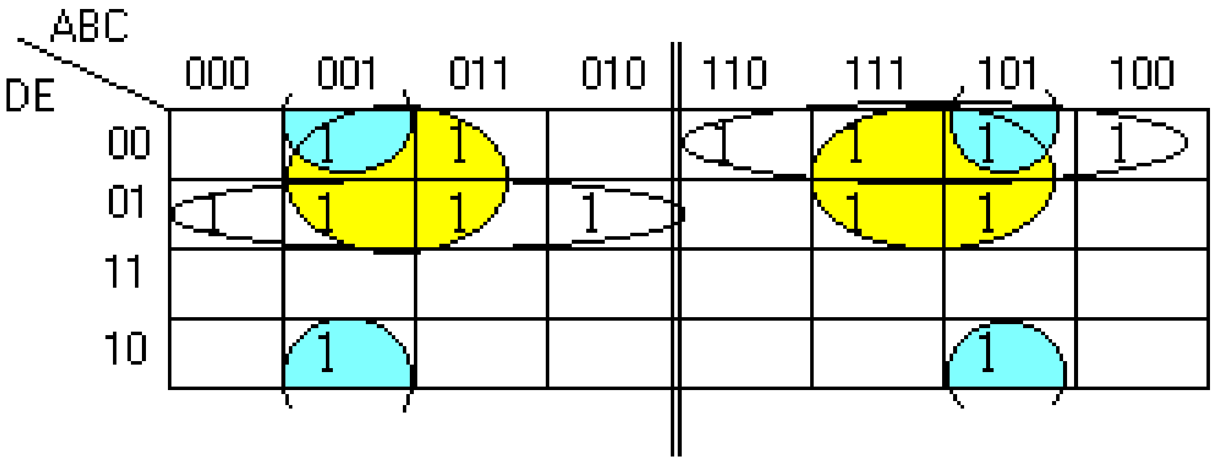
$$f = D + A\overline{B}$$

$$f = D + A$$

Πρόβλημα 1

- Να απλοποιηθεί με ελαχιστόρους :

$$f = \overline{A}\,\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}E + \overline{A}\,\overline{B}C\overline{D}\,\overline{E} + \overline{A}\,\overline{B}CD\overline{E} + \overline{A}\,\overline{B}C\overline{D}E + \overline{A}B\overline{C}\,\overline{D}E + \overline{A}BC\overline{D}\,\overline{E} + ABC\overline{D}E + \overline{A}BC\overline{D}E$$
$$+ A\overline{B}\,\overline{C}\,\overline{D}\,\overline{E} + A\overline{B}C\overline{D}\,\overline{E} + A\overline{B}C\overline{D}E + A\overline{B}CD\overline{E} + AB\overline{C}\,\overline{D}\,\overline{E} + ABC\overline{D}\,\overline{E}$$



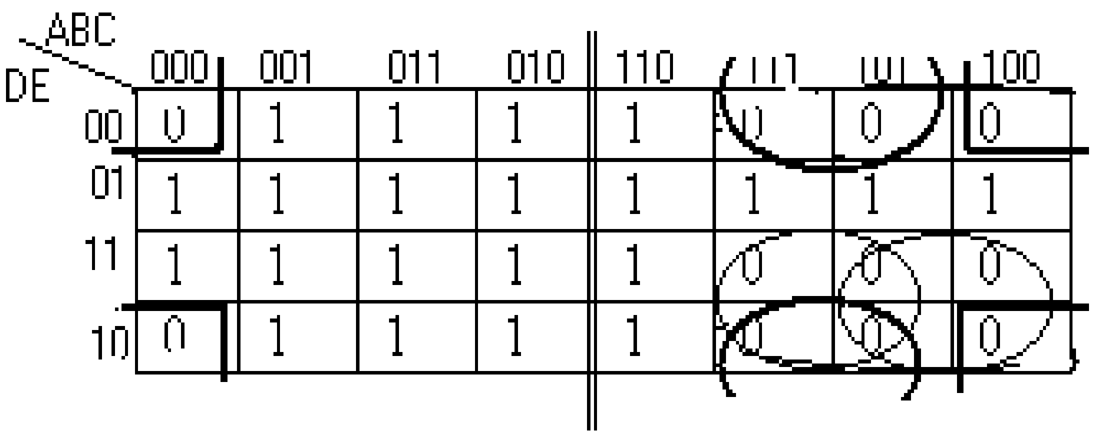
Αποτελούν μία ενιαία ομάδα σχήματα που είναι συμμετρικά ως προς τον κεντρικό άξονα τού πίνακα Karnaugh

Έτσι : $f = C\overline{D} + \overline{B}C\overline{E} + \overline{A}\,\overline{D}E + A\overline{D}\,\overline{E}$

Πρόβλημα 2

- Να απλοποιηθεί με μεγιστόρους :

$$\bar{A}B + \bar{D}E + AB\bar{C} + \bar{A}\bar{B}C + \bar{A}BCD\bar{E} + \bar{A}\bar{B}\bar{C}DE + \bar{A}\bar{B}\bar{C}DE$$

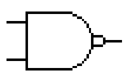


$$\bar{F} = ACD + A\bar{B}D + \bar{B}\bar{C}\bar{E} + AC\bar{E}$$

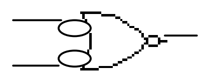
$$F = \left(B + C + E\right)\cdot\left(\bar{A} + \bar{C} + E\right)\cdot\left(\bar{A} + \bar{C} + \bar{D}\right)\cdot\left(\bar{A} + B + \bar{D}\right)$$

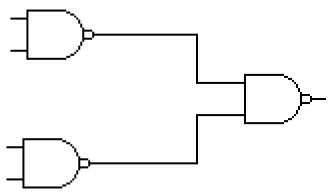
Σχεδίαση Ισοδύναμου Κυκλώματος

<u>A) Με πύλες NAND</u>

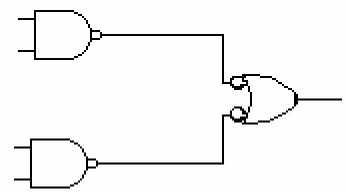
A
B

$\overline{A \cdot B}$

ό

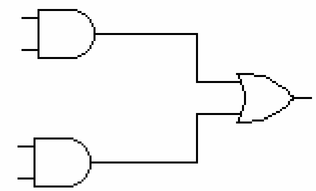
A
B

$\overline{A} + \overline{B}$



ό



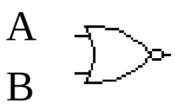
ό



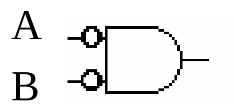
- Άρα κύκλωμα NAND δύο βαθμίδων παράγει άθροισμα γινομένων
- Όταν ζητείται να φτιαχτεί κύκλωμα με πύλες NAND, τότε παίρνουμε τους ελαχιστόρους

Σχεδίαση Ισοδύναμου Κυκλώματος

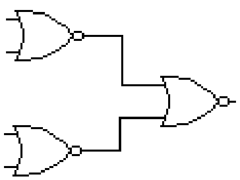
<u>Β) Με πύλες NOR</u>



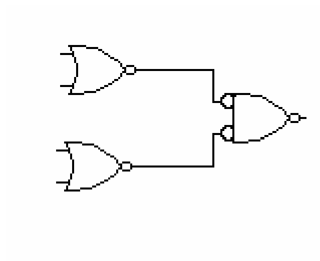
$\overline{A + B}$ **ó**



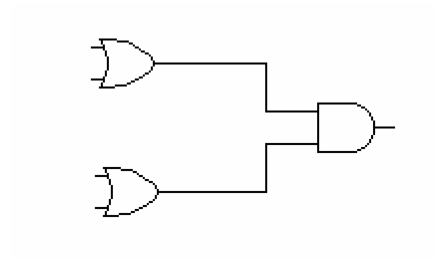
$\overline{A} \bullet \overline{B}$



ó



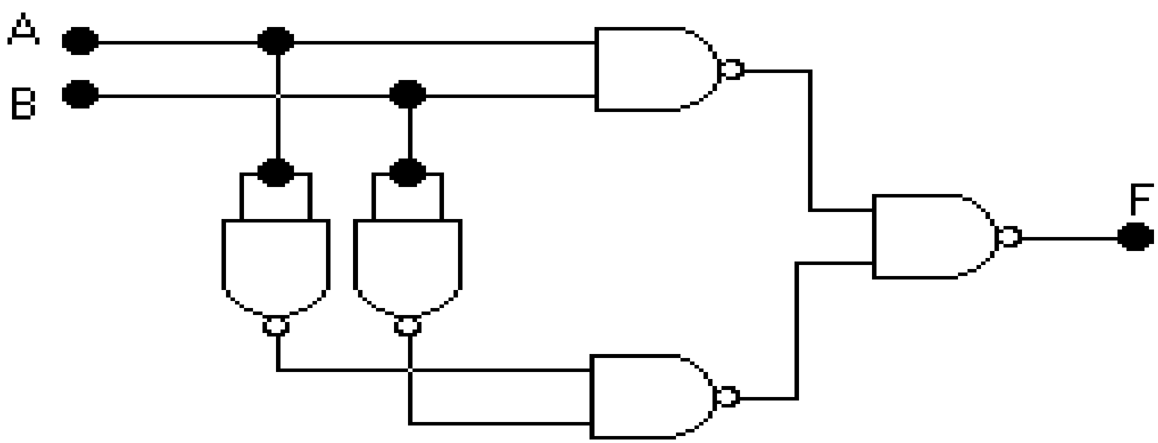
ó



- Άρα κύκλωμα NOR δύο βαθμίδων παράγει γινόμενο αθροισμάτων
- Όταν ζητείται να φτιαχτεί κύκλωμα με πύλες NOR, τότε παίρνουμε τους μεγιστόρους

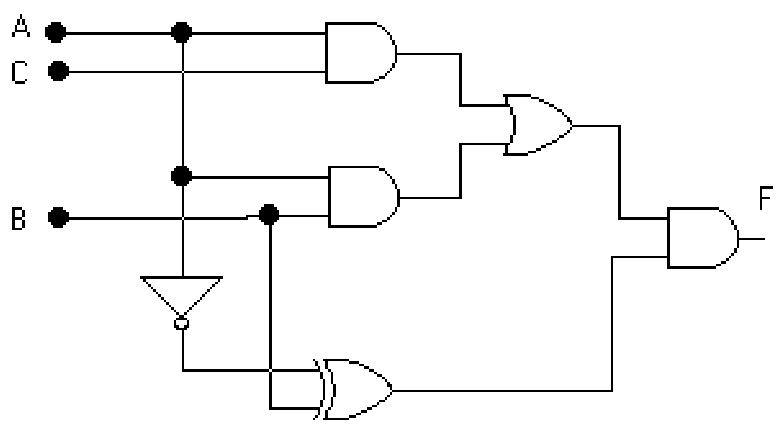
Σχεδίαση με NAND

- Να πραγματοποιηθεί η : $f = AB + \overline{A}\,\overline{B}$ με πύλες NAND.



Σχεδίαση με NAND

- Δίνεται το ακόλουθο κύκλωμα και ζητείται να σχεδιαστεί το ισοδύναμο του με πύλες NAND



$F = (AC + AB)(\bar{A} \oplus B) \Rightarrow$

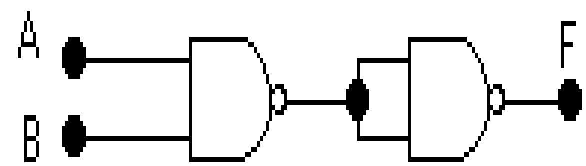
$F = (AC+AB)(AB+\bar{A}\bar{B}) \Rightarrow$

$F = ABC+AB \Rightarrow$

$F = AB(C+1) \Rightarrow$

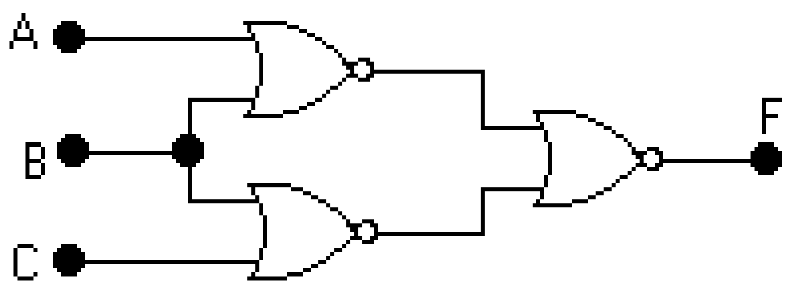
$F = AB$

Τελικά :



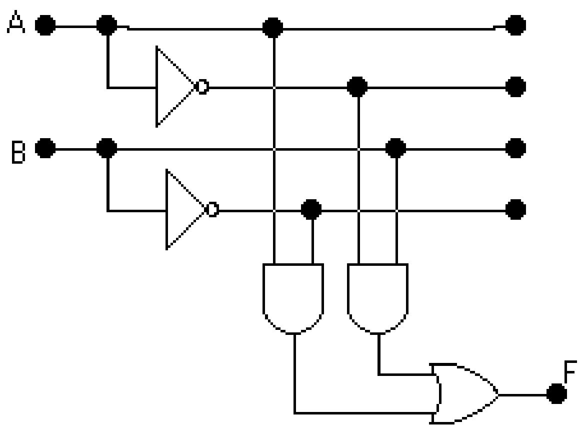
Σχεδίαση με NOR

- Να πραγματοποιηθεί η : $f = (A+B)(B+C)$ με πύλες NOR.



Σχεδίαση με NOR

- Δίνεται το ακόλουθο κύκλωμα και ζητείται να σχεδιαστεί το ισοδύναμο του με πύλες NOR



B \ A	0	1
0	0	1
1	1	0

$$f = A\overline{B} + \overline{A}B$$

$$\overline{f} = \overline{A}\,\overline{B} + AB$$

$$f = (A+B)(\overline{A}+\overline{B})$$

Τελικά :