



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ,

ΤΜΗΜΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΚΕΣ 03: ΑΝΑΓΝΩΡΙΣΗ ΠΡΟΤΥΠΩΝ ΚΑΙ ΑΝΑΛΥΣΗ ΕΙΚΟΝΑΣ

Ακαδημαϊκό Έτος 2007 – 2008, Χειμερινό Εξάμηνο

Διδάσκων Καθ.: Νίκος Τσαπατσούλης

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗΣ

Το παρόν έντυπο αποτελεί υπόδειγμα τελικής εξέτασης για το μάθημα Αναγνώριση Προτύπων και Ανάλυση Εικόνας. Η εξέταση θα αποτελείται από δύο μέρη: Το πρώτο περιλαμβάνει 20 ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής και βαθμολογείται με **40** μονάδες. Κάθε ερώτηση έχει μόνο **μία ορθή απάντηση** και οι ορθές απαντήσεις πρέπει να μεταφερθούν στον πίνακα που θας δίνεται στην τελευταία σελίδα. Το δεύτερο μέρος περιλαμβάνει έξι ασκήσεις / θεωρητικές ερωτήσεις, **από τις οποίες πρέπει να απαντήσετε δύο**, και βαθμολογείται με **60** μονάδες.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Σε περίπτωση απάντησης περισσότερων από δύο ασκήσεων θα ληφθούν υπόψη οι δύο με τη χειρότερη βαθμολογία.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 3 ΩΡΕΣ

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΑΡΙΘΜΟΣ ΦΟΙΤΗΤΙΚΗΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ:

ΕΞΑΜΗΝΟ:

	ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ
ΜΕΡΟΣ Α	
ΜΕΡΟΣ Β	
ΣΥΝΟΛΟ	

Αναγνώριση Προτύπων και Ανάλυση Εικόνας
Τελική Εξέταση: Φεβρουάριος 2008

ΜΕΡΟΣ Α: ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Ερώτηση 1

Δίνεται το μητρώο $h(x, y) = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & A+8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$, με $A = 1$. Σε ποια από τις παρακάτω κατηγορίες φίλτρων

θα το κατατάσσατε;

(Α). Φίλτρο απαλοιφής θορύβου

(Β). Φίλτρο ανίχνευσης γραμμών

(Γ). Φίλτρο εξομάλυνσης

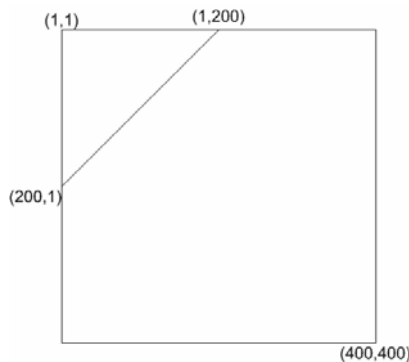
(Δ). Φίλτρο όξυνσης ακμών

Ερώτηση 2

Ποιο από τα παρακάτω φίλτρα (μητρώα h) θα χρησιμοποιούσατε για τον εντοπισμό διαγωνίων γραμμών όπως αυτή της εικόνας $f(x, y)$ πιο κάτω:

(Α). $\begin{bmatrix} -1 & -2 & 0 \\ -2 & 0 & 2 \\ 0 & 2 & 1 \end{bmatrix}$ · (Β). $\begin{bmatrix} -1 & -1 & 2 \\ -1 & 2 & -1 \\ 2 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ · (Γ). $\begin{bmatrix} 0 & 2 & 1 \\ -2 & 0 & 2 \\ -1 & -2 & 0 \end{bmatrix}$ · (Δ).

$\begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$ ·



Σχήμα Α2: Εικόνα $f(x, y)$

Ερώτηση 3

Η ανίχνευση γραμμών με χρήση φίλτρων είναι αποτελεσματικότερη όταν το πάχος των γραμμών είναι 1 pixel. Ποιο από τα παρακάτω φίλτρα θα χρησιμοποιούσατε για την λέπτυνση (thinning) οριζόντιων γραμμών (ο συμβολισμός $[m, n]$ υποδηλώνει ένα παράθυρο μεγέθους m pixel κατακόρυφα και n pixel οριζόντια και κέντρο το υπό εξέταση pixel - max = μέγιστη τιμή στο παράθυρο, min = ελάχιστη τιμή στο παράθυρο):

(Α). $max([3, 1])$

(Β). $min([3, 1])$

(Γ). $max([1, 3])$

(Δ). $min([1, 3])$

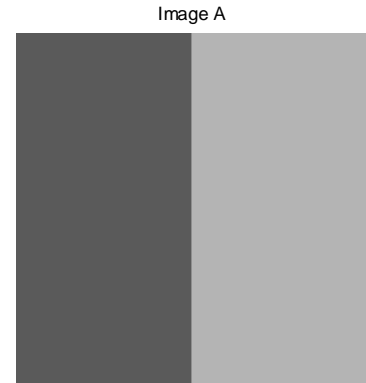
Ερώτηση 4

Δίνεται η εικόνα $A(x,y)$ διαστάσεων $[M,N]=[144,128]$ pixel. Η εικόνα παίρνει δύο μόνο διαφορετικές τιμές φωτεινότητας:

$$A(x,y) = \begin{cases} 80 & 1 \leq x \leq \frac{N}{2} \\ 160 & \frac{N}{2} < x \leq N \end{cases}$$

Η μέση φωτεινότητα της εικόνας $A(x,y)$ είναι:

- (A). 80 (B). 120 (Γ). 136 (Δ). 240



Σχήμα A.4

Ερώτηση 5

Στην εικόνα του Σχήματος A.4 εφαρμόζουμε το μητρώο h_1 δημιουργώντας την εικόνα $g(x,y)$ ($g(x,y)=A(x,y) \star h_1(x,y)$). Θεωρήστε ότι πριν την εφαρμογή του μητρώου h_1 η εικόνα επεκτείνεται γύρω από τα όρια της με επανάληψη των οριακών τιμών ('replicate'). Η μέγιστη τιμή φωτεινότητας της εικόνας $g(x,y)$ θα είναι:

$$h_1 = \begin{bmatrix} -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \\ -1 & 0 & 1 \end{bmatrix}$$

- (A). 80 (B). 120 (Γ). 240 (Δ). 255

Ερώτηση 6

Πόσες διαφορετικές τιμές φωτεινότητας θα περιέχει η εικόνα $g(x,y)$ της ερώτησης 5:

- (A). 1 (B). 2 (Γ). 3 (Δ). 4

Ερώτηση 7

Ποια θα είναι η ελάχιστη τιμή φωτεινότητας της εικόνας $g(x,y)$ της ερώτησης 5:

- (A). 0 (B). 80 (Γ). 120 (Δ). 160

Ερώτηση 8

Στην εικόνα του Σχήματος A.4 εφαρμόζουμε το μητρώο h_2 δημιουργώντας την εικόνα $z(x,y)$ ($z(x,y)=A(x,y) \star h_2(x,y)$). Θεωρήστε ότι πριν την εφαρμογή του μητρώου h_2 η εικόνα επεκτείνεται γύρω από τα όρια της με επανάληψη των οριακών τιμών ('replicate'). Η μέση φωτεινότητα της εικόνας $z(x,y)$ θα είναι:

$$h_2 = \begin{bmatrix} -1 & -1 & -1 \\ -1 & 8 & -1 \\ -1 & -1 & -1 \end{bmatrix}$$

- (A). 0 (B). 80 (Γ). 100 (Δ). 120

Ερώτηση 9

Σε ποια από τις παρακάτω κατηγορίες φίλτρων θα κατατάσσατε το μητρώο h_2 της ερώτησης 8;

- (A). Φίλτρο ανίχνευσης ακμών (B). Φίλτρο ανίχνευσης γραμμών
 (Γ). Φίλτρο εξομάλυνσης (Δ). Φίλτρο όξυνσης ακμών

Ερώτηση 10

Ποια θα είναι η μέγιστη τιμή φωτεινότητας της εικόνας $z(x,y)$ της ερώτησης 8:

- (A). 1 (B). 80 (Γ). 160 (Δ). 240

Ερώτηση 11

Ο κώδικας αλυσίδας ενός αντικειμένου είναι 0011712221334435656677. Η περιμετρος του είναι περίπου ίση με:

- (A). 22 (B). 26 (Γ). 27 (Δ). 76

Ερώτηση 12

Για ένα πρότυπο \underline{x} έχουν υπολογιστεί οι πιθανότητες $p(\underline{x}|\omega_1)=0.1$, $p(\underline{x}|\omega_2)=0.2$, $p(\underline{x}|\omega_3)=0.3$, $p(\underline{x}|\omega_4)=0.2$. Αν είναι γνωστό ότι οι εκ των προτέρων πιθανότητες είναι $P(\omega_1) = 0.3$, $P(\omega_2) = 0.25$, $P(\omega_3) = 0.15$ και $P(\omega_4) = 0.3$. Ο βέλτιστος ταξινομητής Bayes θα ταξινομήσει το \underline{x} στη κλάση:

- (A). ω_1 (B). ω_2 (Γ). ω_3 (Δ). ω_4

Ερώτηση 13

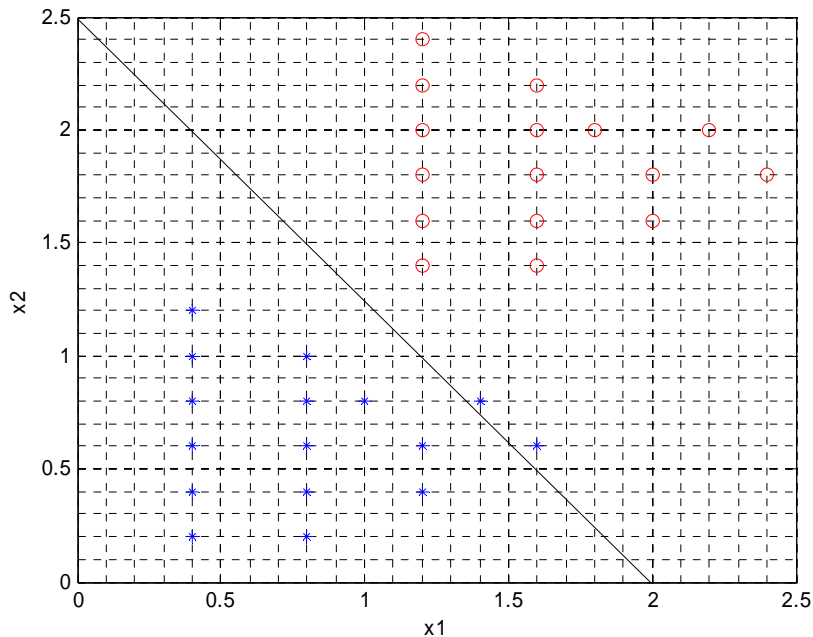
Στην ερώτηση 12, η πιθανότητα $p(\underline{x})$ είναι ίση με:

- (A). 1 (B). 0.8 (Γ). 0.3 (Δ). 0.185

Ερώτηση 14

Το Σχήμα A.14 δείχνει τη μορφή της συνάρτησης διαχωρισμού $g(\underline{x})$ κατά την m -στη επανάληψη του αλγόριθμου Perceptron. Η συνάρτηση $g(x)$ δίνεται από τη σχέση (θεωρήστε ότι η κλάση ω_1 αντιστοιχεί στα κυκλάκια):

- (A). $g(\underline{x}) = 2.5x_1 + 2x_2 - 5x_3$ (B). $g(\underline{x}) = 2.5x_1 + 2x_2 - 5$
 (Γ). $g(\underline{x}) = 2x_1 + 2.5x_2 - 5$ (Δ). $g(\underline{x}) = 2x_1 + 2.5x_2 + 5$



Σχήμα A.14

Ερώτηση 15

Με τα δεδομένα της ερώτησης 14, η «απόσταση» του σημείου $\underline{x} = [1 \ 0.8]^T$ από την ευθεία $g(\underline{x})$ είναι ίση με:

- (A). -0.9 (B). -0.28 (Γ). -0.15 (Δ). 4.1

Ερώτηση 16

Το περιθώριο (margin) ανάμεσα στις κλάσεις ω_1 , ω_2 με βάση την τρέχουσα θέση της ευθείας $g(\underline{x})$ (δεδομένα της ερώτησης 14) είναι ίσο με:

- (A). -0.1 (B). 0 (Γ). 0.03 (Δ). 0.50

Ερώτηση 17

Με την εφαρμογή του αλγόριθμου Perceptron οι παράμετροι της ευθείας $g(\underline{x})$ (της ερώτησης 14) στη $m+1$ επανάληψη δίνονται από τη σχέση: $\underline{w}(m+1) = \underline{w}(m) + \Delta \underline{w}$. Αν $\rho = 0.1$ η διόρθωση των βαρών $\Delta \underline{w}$ θα είναι ίση με:

- (A). [-3 -1.4 -2]^T (B). [-0.3 -0.14 -0.2]^T
 (Γ). [0.3 0.14 0.2]^T (Δ). [0.2 -0.2 0]^T

Ερώτηση 18

Στην περίπτωση της ερώτησης 17 η τροποποιημένη συνάρτηση διαχωρισμού $g(\underline{x})$ ($m+1$ επανάληψη) θα είναι:

- (A). $g(\underline{x}) = 0.2x_1 - 0.2x_2$ (B). $g(\underline{x}) = 2.8x_1 + 2.14x_2 - 4.8x_3$
 (Γ). $g(\underline{x}) = -x_1 + 1.1x_2 - 7$ (Δ). $g(\underline{x}) = 2.2x_1 + 1.86x_2 - 5.2$

Ερώτηση 19

Η απόσταση του σημείου $\underline{x} = [1.2 \ 1.4]^T$ από τη διαχωριστική επιφάνεια $g(\underline{x})$ της ερώτησης 17 είναι:

- (A). 0.015 (B). 0.044 (Γ). 0.25 (Δ). 0.8

Ερώτηση 20

Μετά την τροποποίηση της συνάρτησης διαχωρισμού στην ερώτηση 17:

- (A). Το περιθώριο μειώθηκε αλλά παράλληλα μειώθηκε και το σφάλμα ταξινόμησης
 (B). Το περιθώριο μειώθηκε και το σφάλμα ταξινόμησης αυξήθηκε
 (Γ). Το περιθώριο αυξήθηκε και το σφάλμα ταξινόμησης μειώθηκε
 (Δ). Το περιθώριο αυξήθηκε αλλά παράλληλα αυξήθηκε και το σφάλμα ταξινόμησης

ΜΕΡΟΣ Β: ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1 (30 μονάδες):

Δίνεται η εικόνα $f(x,y)$ του διπλανού σχήματος η οποία παίρνει τιμές φωτεινότητας στο διάστημα $[0, 7]$ με το 0 να αντιστοιχεί στο μαύρο, το 7 να αντιστοιχεί στο λευκό και ενδιάμεσες τιμές να αντιστοιχούν σε αποχρώσεις του γκρι.

Εικόνα f

0	0	0	0	0	0	0	0
0	1	1	0	0	1	1	0
0	1	6	7	7	6	1	0
0	0	7	1	1	7	0	0
0	0	7	7	7	7	0	0
0	1	7	0	0	7	1	0
0	1	6	7	7	7	1	0
0	0	0	0	0	0	0	0

- Να ορίσετε ένα κριτήριο ομοιότητας περιοχών το οποίο να μπορεί να χρησιμοποιηθεί αποτελεσματικά στη μέθοδο 'τεμαχισμού και συνένωσης' (split & merge) για την κατάτμηση της εικόνας. - (3 μονάδες)
- Για την εικόνα $f(x,y)$ ποιος είναι ο μέγιστος αριθμός επαναλήψεων οι οποίες θα απαιτηθούν για την κατάτμηση της εικόνας (με τη μέθοδο 'τεμαχισμού και συνένωσης'); Αιτιολογήστε την απάντησή σας. - (3 μονάδες)

Να εφαρμόσετε τη μέθοδο 'τεμαχισμού και συνένωσης' στην εικόνα $f(x,y)$. Σε κάθε επανάληψη και κάθε βήμα να υποδεικνύονται οι περιοχές οι οποίες τεμαχίζονται και οι περιοχές οι οποίες συνενώνονται. Επιπλέον να υποδεικνύονται οι περιοχές που υπάρχουν στο τέλος κάθε επανάληψης. - (24 μονάδες)

Άσκηση 2 (30 μονάδες):

Στη εικόνα της Άσκησης 1 εφαρμόζουμε ολική κατωφλίωση με $T=3$.

- Να υπολογιστεί η εικόνα $b(x,y)$ που προκύπτει μετά την κατωφλίωση. (4 μονάδες)
- Να βρεθεί ο ανεξάρτητος από θέση, σημείο αρχής και κατεύθυνση κώδικας αλυσίδας του σχήματος που βρίσκεται στο προσκήνιο ($b(x,y)=1$) της εικόνας του ερωτήματος (a). (18 μονάδες)
- Με βάση το ερώτημα (b) αναφέρατε ένα πρόβλημα που παρουσιάζουν οι μέθοδοι εξαγωγής χαρακτηριστικών από περιγράμματα. Δώστε ένα παράδειγμα που να αναδεικνύει αυτό το πρόβλημα. (8 μονάδες)

Άσκηση 3 (30 μονάδες):

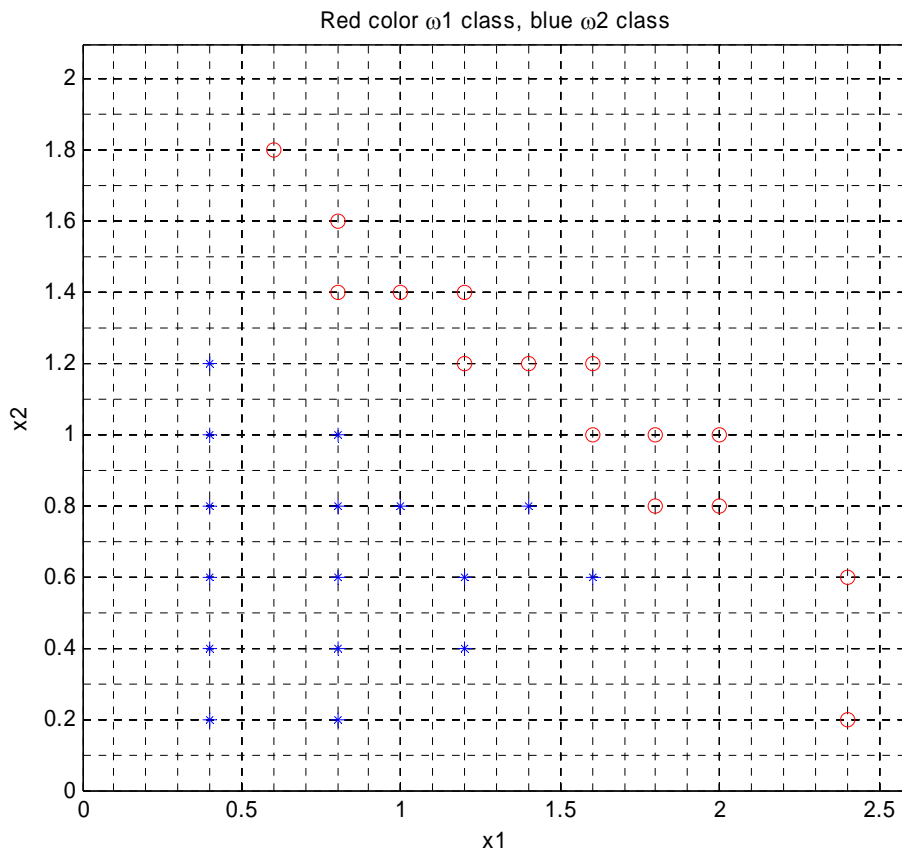
Θεωρήστε ότι τα διανύσματα εκπαίδευσης ενός προβλήματος ταξινόμησης απεικονίζονται στο Σχήμα B4.1.

- Να εκτιμηθούν οι πιθανότητες $p(\underline{x} | \omega_1)$ και $p(\underline{x} | \omega_2)$ για $\underline{x} = [1.6 \ 0.8]^T$ με τη μέθοδο k-NN για $k=5$. (10 μονάδες)
- Να εφαρμοστεί ο κανόνας του Bayes για την ταξινόμηση του \underline{x} με βάση τα αποτελέσματα του (a) αλλά και με εκτίμηση της εκ των προτέρων πιθανότητας. (5 μονάδες)
- Να εφαρμοστεί ο κανόνας ταξινόμησης k-NN με $k=9$ για ταξινόμηση του \underline{x} . (5 μονάδες)
- Θεωρώντας ότι τα δεδομένα της κλάσης ω_1 (κόκκινα δεδομένα) ακολουθούν Γκαουσιανή κατανομή να υπολογίσετε τις παραμέτρους μ_1 , και Σ_1 με τη μέθοδο της μέγιστης πιθανοφάνειας. (10 μονάδες)

Άσκηση 4 (30 μονάδες):

Ένας απλός τρόπος προσέγγισης της συνάρτησης διαχωρισμού σύμφωνα με τη μεθοδολογία SVM προκύπτει αν καταφέρουμε να βρούμε πιθανά διανύσματα υποστήριξης (support vectors) και εφαρμόσουμε σε αυτά τη μέθοδο των ελαχίστων τετραγώνων. Για να εφαρμοστεί η μέθοδος χρειάζεται:

- Να επιλέξουμε διανύσματα υποστήριξης τουλάχιστον τόσα (N) όσα η διάσταση των διανυσμάτων εισόδου συν ένα (αν $\underline{x} \in R^l$, $N \geq l+1$)
 - Να επιλέξουμε διανύσματα υποστήριξης περίπου ισομερώς κατανεμημένα στις δύο κλάσεις.
- (a) Να βρείτε τη συνάρτηση διαχωρισμού $g(\underline{x})$ για τη ταξινόμηση των προτύπων του Σχήματος B4.1 χρησιμοποιώντας την ανωτέρω μεθοδολογία. (15 μονάδες)
- (b) Με βάση το αποτέλεσμα στο ερώτημα (a) να υπολογίσετε το περιθώριο (margin) ανάμεσα στα κλάσεις. (5 μονάδες)
- (c) Χρησιμοποιώντας τα αποτελέσματα των ερωτημάτων (a) και (b), να βρείτε τη συνάρτηση $g(\underline{x})$ που αφήνει την ίδια απόσταση ανάμεσα στα πλησιέστερα διανύσματα υποστήριξης εκατέρωθεν της. (10 μονάδες)

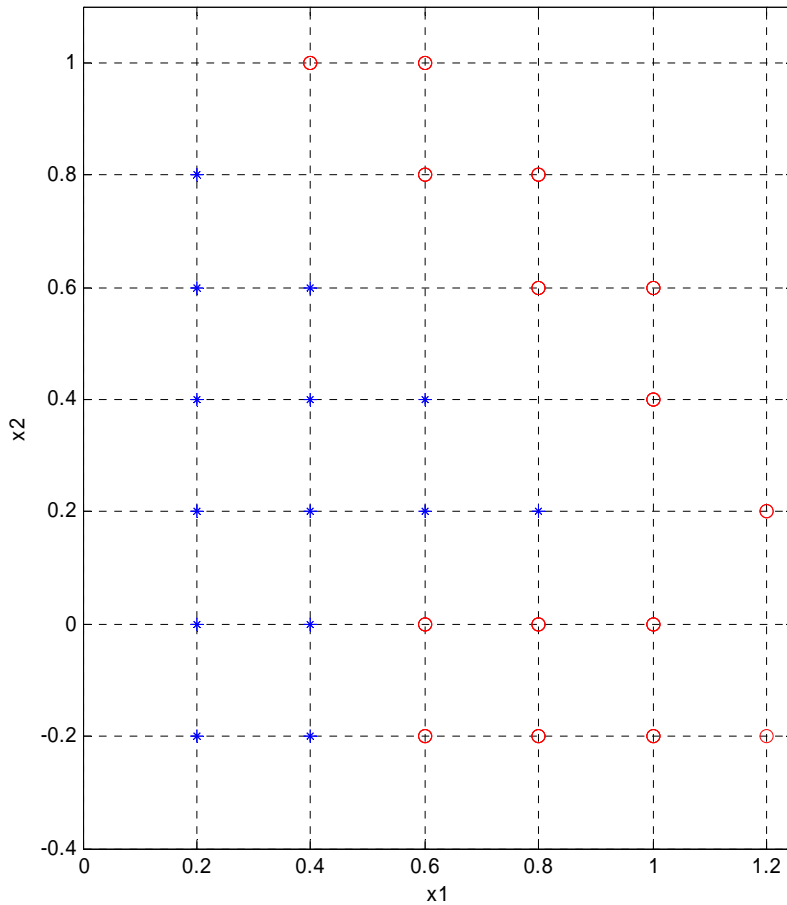


Σχήμα B4.1: Δεδομένα για εύρεση του μέγιστου περιθωρίου

Άσκηση 5 (30 μονάδες):

Για τα δεδομένα του Σχήματος B5.1 (κόκκινα κλάση ω_1 , μπλε κλάση ω_2) να βρείτε μια μηχανή Perceptron δύο επιπέδων που να τα ταξινομεί σωστά.

- (a) Ποιος είναι ο ελάχιστος αριθμός κόμβων p στο εσωτερικό επίπεδο που χρειάζονται για το διαχωρισμό των δύο κλάσεων. Αιτιολογήστε σχηματικά την απάντησή σας. (4 μονάδες)
- (b) Υπολογίστε τις συναρτήσεις διαχωρισμού $g_i(\underline{x})$, $i=1,2,\dots,p$ (\underline{x} η είσοδος στο δίκτυο Perceptron). Σημειώνεται ότι οι λύσεις που θα δώσετε δεν είναι μοναδικές. (18 μονάδες)
- (c) Υπολογίστε τη συνάρτηση διαχωρισμού $g(\underline{y})$ (\underline{y} είναι η απόκριση των ενδιάμεσων κόμβων μετά την εφαρμογή κατώφλιου στις συναρτήσεις $g_i(\underline{x})$). (8 μονάδες)



Σχήμα B5.1: Δεδομένα διαχωρίσιμα με πολυεπίπεδες Perceptron

Άσκηση 6 (30 μονάδες):

Κατά την εφαρμογή του αλγορίθμου back-propagation στην m -στη επανάληψη έχουμε:

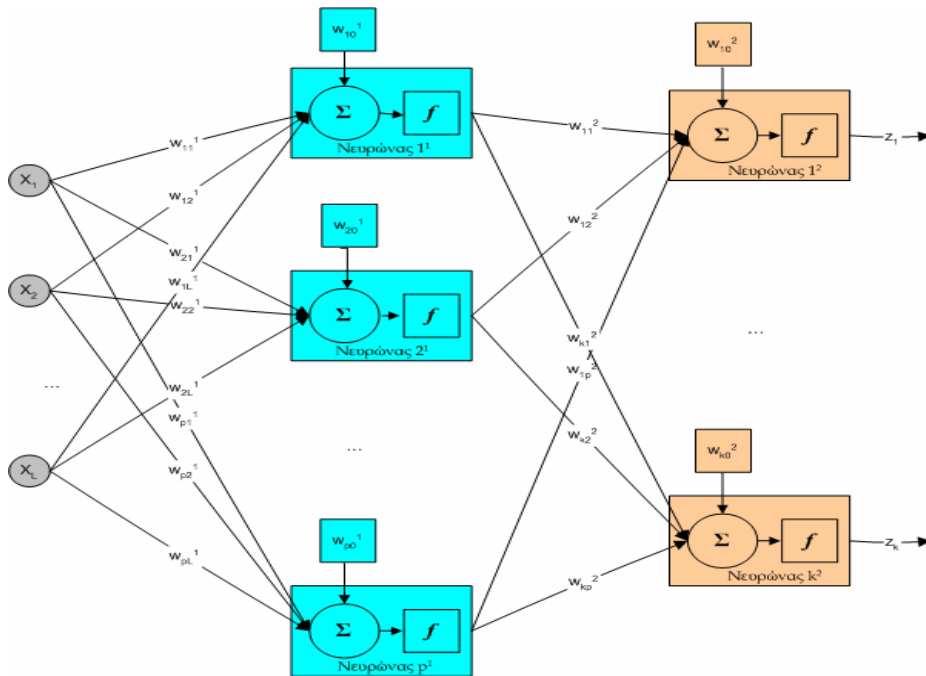
- Είσοδο το πρότυπο $\underline{x} = [2 \ 3]^T$ το οποίο έχει επιθυμητή έξοδο $d = [0 \ 1]^T$
- Πίνακα βαρών στο πρώτο επίπεδο (δείτε και Σχήμα B6.1) $W_1 = [w_1^{(1)} \ w_2^{(1)} \ \dots \ w_p^{(1)}]$ (η τελευταία γραμμή του πίνακα W_1 αντιστοιχεί στα κατώφλια $w_{i0}^{(1)}$ των κόμβων):

$$W_1 = \begin{bmatrix} -0.6 & 0.1 & -0.1 & -1.3 \\ 2.2 & 1.1 & -0.8 & 0.7 \\ 0.1 & 0.1 & 0.3 & 1.6 \end{bmatrix}$$

- Πίνακα βαρών στο δεύτερο επίπεδο $W_2 = [w_{10}^{(2)} \ w_2^{(2)} \ \dots \ w_k^{(2)}]$ (η τελευταία γραμμή του πίνακα W_2 αντιστοιχεί στα κατώφλια $w_{i0}^{(2)}$ των κόμβων)

$$W_2 = \begin{bmatrix} -0.7 & 0.6 \\ 0.9 & -0.4 \\ 1.3 & 0.7 \\ -1.6 & 0.8 \\ -1.4 & 0.7 \end{bmatrix}$$

Θεωρήστε ότι η συνάρτηση ενεργοποίησης σε όλους τους κόμβους είναι: $f(x) = \frac{1}{1+e^{-x}}$



Σχήμα Β6.1: Συμβολισμοί για την εφαρμογή του αλγορίθμου back-propagation

- Να σχεδιάσετε το δίκτυο βάζοντας το σωστό αριθμό εισόδων, κόμβων στο εσωτερικό επίπεδο, εξόδων καθώς και τα συναπτικά βάρη και κατώφλια. (4 μονάδες)
- Να υπολογίσετε την έξοδο \underline{y} του κρυφού επιπέδου για το πρότυπο \underline{x} . (4 μονάδες)
- Να υπολογίσετε την έξοδο \underline{z} για το πρότυπο \underline{x} . (4 μονάδες)
- Να εφαρμόσετε τον αλγόριθμο back-propagation για τον υπολογισμό του πίνακα W_2 στην $m+1$ επανάληψη (μετά την εφαρμογή της εισόδου \underline{x}). Για διευκόλυνση των πράξεων θεωρήστε $\mu = 10$ (στην πράξη ισχύει $0 < \mu < 1$). (18 μονάδες)

Σημείωση: Για τη συνάρτηση ενεργοποίησης ισχύει $f'(x) = f(x)(1 - f(x))$

ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Ερώτηση	A	B	Γ	Δ	Σχόλια
1				<input checked="" type="checkbox"/>	Στα φίλτρα ανάδειξης ακμών το άθροισμα των στοιχείων του μητρώου είναι ίσο με μηδέν. Αν το άθροισμα είναι διάφορο του μηδέν και όλα τα στοιχεία του μητρώου ομόσημα τότε το φίλτρο είναι φίλτρο εξομάλυνσης ή φίλτρο απαλοιφής υπερερατού θορύβου. Σε αντίθετη περίπτωση (άθροισμα μη μηδενικό και στοιχεία ετερόσημα) τότε το φίλτρο είναι ένα φίλτρο ανάδειξης ακμών.
2		<input checked="" type="checkbox"/>			Η αλλαγή του προσήμου στα στοιχεία του μητρώου πρέπει να είναι κάθετη προς τις γραμμές τις οποίες θέλουμε να ανιχνεύσουμε και τα συνευθειακά στοιχεία πρέπει να είναι μη μηδενικά
3		<input checked="" type="checkbox"/>			Η λέπτυνση επιτυγχάνεται με χρήση του τελεστή min. Για λέπτυνση γραμμών το φίλτρο πρέπει να περιλαμβάνει περισσότερες από μια γραμμές.
4		<input checked="" type="checkbox"/>			
5			<input checked="" type="checkbox"/>		Η εικόνα $g(x,y)$ θα έχει παντού μηδενικές τιμές εκτός από τα σημεία που ανήκουν στην ακμή όπου θα έχει τιμή 240
6		<input checked="" type="checkbox"/>			Δύο διαφορετικές τιμές: 0, 240
7	<input checked="" type="checkbox"/>				
8	<input checked="" type="checkbox"/>				Εφόσον το άθροισμα των στοιχείων του μητρώου είναι ίσο με μηδέν το ίδιο θα ισχύει και για τη μέση φωτεινότητα της εικόνας
9	<input checked="" type="checkbox"/>				
10				<input checked="" type="checkbox"/>	
11			<input checked="" type="checkbox"/>		Τα διαγώνια στοιχεία (αριθμοί 1,3,5,7) έχουν μήκος $\sqrt{2}$ ενώ τα υπόλοιπα έχουν μήκος 1 (οπότε $P = 10+12\sqrt{2}$)
12				<input checked="" type="checkbox"/>	$\underline{x} \rightarrow \omega_i : P(\omega_i \underline{x}) > P(\omega_j \underline{x}) \quad \forall j \neq i$ $P(\omega_i \underline{x}) = \frac{p(\underline{x} \omega_i)P(\omega_i)}{p(\underline{x})}$
13				<input checked="" type="checkbox"/>	$p(\underline{x}) = \sum_{i=1}^M p(\underline{x} \omega_i)P(\omega_i) = \sum_{i=1}^4 p(\underline{x} \omega_i)P(\omega_i)$

Αναγνώριση Προτύπων και Ανάλυση Εικόνας

Τελική Εξέταση: Φεβρουάριος 2008

14		<input checked="" type="checkbox"/>			Χρησιμοποιώντας τα σημεία $[2 \ 0]^T$ και $[0 \ 2.5]^T$ μπορούμε εύκολα να επαληθεύσουμε την απάντηση (B)
15		<input checked="" type="checkbox"/>			$d = \frac{g(x)}{\ w\ } = \frac{g(x)}{\sqrt{w_1^2 + w_2^2}}$
16				<input checked="" type="checkbox"/>	Τα πλησιέστερα στη διαχωριστική επιφάνεια σημεία των κλάσεων ω_1 και ω_2 τα οποία <u>έχουν ταξινομηθεί σωστά</u> είναι τα: $\underline{x}_A = [1.2 \ 1.4]^T$ και $\underline{x}_B = [1.2 \ 0.6]^T$. Το άθροισμα των (κατά απόλυτη τιμή) αποστάσεων τους είναι περίπου 0.50.
17		<input checked="" type="checkbox"/>			$\underline{w}(m+1) = \underline{w}(m) + \Delta \underline{w} = \underline{w}(m) - \rho \sum_{x \in Y} \delta_x \underline{x}, \text{ Επομένως:}$ $\Delta \underline{w} = -\rho \sum_{x \in Y} \delta_x \underline{x} = -0.1 \left(\begin{bmatrix} 1.6 \\ 0.6 \\ 1 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 1.4 \\ 0.8 \\ 1 \end{bmatrix} \right) = - \begin{bmatrix} 0.3 \\ 0.14 \\ 0.2 \end{bmatrix}$
18				<input checked="" type="checkbox"/>	$\underline{w}(m+1) = \underline{w}(m) + \Delta \underline{w} = \begin{pmatrix} 2.5 \\ 2 \\ -5 \end{pmatrix} - \begin{pmatrix} 0.3 \\ 0.14 \\ 0.2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 2.2 \\ 1.86 \\ -5.2 \end{pmatrix}$
19	<input checked="" type="checkbox"/>				$d = \frac{g(x)}{\ w\ } = \frac{g(x)}{\sqrt{w_1^2 + w_2^2}}$
20	<input checked="" type="checkbox"/>				Με τη διόρθωση των βαρών τα δύο πρότυπα που είχαν ταξινομηθεί λάθος ($[1.6 \ 0.6]^T$, $[1.4 \ 0.8]^T$) τώρα ταξινομούνται ορθά, επομένως το σφάλμα ταξινόμησης έχει μειωθεί. Από το αποτέλεσμα της ερώτησης 19 φαίνεται ότι και το περιθώριο έχει μειωθεί.