

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΦΥΛΛΑΔΙΟ 1

Διδάσκουσα: Παπαγεωργίου Ευγενία

Παράδοση μέχρι τις 19/12/2007

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να λυθούν τα προβλήματα αρχικών τιμών

(i) $y' + (1 + 2x)y = e^{-x}$, $y(0) = 3$

(ii) $ty' + 2y = t^2 - t + 1$, $y(1) = \frac{1}{2}$

(iii) $y' = \frac{(3x^2 - e^x)}{(2y - 5)}$, $y(0) = 1$

(iv) $\sin 2x dx + \cos 3y dy = 0$, $y(\frac{\pi}{2}) = \frac{\pi}{3}$

(v) $(x^2 + y^2)y' + (2xy + 1) = 0$, $y(2) = 2$

(vi) $\frac{2x}{y^3} dx + \frac{(y^2 - 3x^2)}{y^4} dy = 0$, $y(1) = 1$.

ΑΣΚΗΣΗ 2

Να λυθούν οι διαφορικές εξισώσεις

(i) $xy' + 2y - xy^2 = 0$,

(ii) $3y' \cos x + y \sin x = y^{-2}$,

(iii) $(x^2 + y)dx - xdy = 0$,

(iv) $(x + \sin x + \sin y)dx + \cos y dy = 0$,

(v) $(1 + \ln(xy))dx + (1 + \frac{x}{y})dy = 0$,

(vi) $x^2 y' = x^2 y^2 + xy + 1$ και έχει μερική λύση $y_1(x) = -\frac{1}{x}$.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Να βρείτε τις λύσεις των διαφορικών εξισώσεων που ικανοποιούν τις αντίστοιχες συνθήκες:

(i) $y' - y = -2e^{-x}$, $y(x) \rightarrow 0$ όταν $x \rightarrow +\infty$

(ii) $xy' + y = 2x$, $y(x)$ -φραγμένη όταν $x \rightarrow 0$.

ΑΣΚΗΣΗ 4

Βρείτε τις τιμές του α για τις οποίες οι παρακάτω διαφορικές εξισώσεις είναι ακριβείς (πλήρεις) και στη συνέχεια επιλύστε τις εξισώσεις:

(i) $(xy^2 + \alpha x^2 y)dx + (x + y)x^2 dy = 0$,

$$(ii) \frac{x-y}{(x^2+y^2)^\alpha} dx + \frac{x+y}{(x^2+y^2)^\alpha} = 0.$$

ΑΣΚΗΣΗ 5

Η διαφορική εξίσωση

$$(e^x \frac{1}{\sin y} - \tan y) dx + dy = 0$$

έχει έναν ολοκληρώνοντα παράγοντα της μορφής $\mu(x, y) = e^{-ax} \cos y$. Βρείτε το a και στην συνέχεια επιλύστε τη διαφορική εξίσωση.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Η διαφορική εξίσωση

$$(x^2 + y) dx + \varphi(x) dy = 0$$

έχει έναν ολοκληρώνοντα παράγοντα της μορφής $\mu(x) = x$. Βρείτε τις συναρτήσεις $\varphi(x)$