ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι
ΦΥΛΛΑΔΙΟ 2
Διδάσκουσα: Παπαγεωργίου Ευγενία
Παράδοση μέχρι τις 23/01/2008

ΑΣΚΗΣΗ 1
Να προσδιορίσετε τις τιμές $\alpha, \beta \in R$ ώστε η

$$f(x) = \begin{cases} 2x+1 & \text{αν } x \leq 2 \\ \alpha x - \beta & \text{αν } x \in (2,3) \\ x^2+2, & \text{αν } x \geq 3 \end{cases}$$

να είναι συνεχής.

ΑΣΚΗΣΗ 2
Αποδείξτε ότι

(α) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{x-\tan x}{x^3} = \frac{-1}{3}$,

(β) $\lim\limits_{x\to 0} \frac{\sin 3x}{\sqrt{x}} = 0$,

(γ) $\lim\limits_{x\to +\infty} (\frac{1+\gamma^{\frac{1}{x}}}{2})^x$, $\gamma > 0$,

(δ) $\lim\limits_{x\to 0} (\cos x)^{\frac{1}{x^2}}$.

ΑΣΚΗΣΗ 3
Να μελετηθούν οι συναρτήσεις

(α) $f(x) = \frac{x^2}{x+1}$,

(β) $f(x) = xe^{\frac{1}{x}}$.

ΑΣΚΗΣΗ 4
Να υπολογιστούν τα αθροίσματα των γεωμετρικών σειρών

(α) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{2^n}$,

(β) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^{n+1}}{2^n}$,

(γ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{2^n+3^n}{6^n}$.

ΑΣΚΗΣΗ 5
Να υπολογιστούν τα αθροίσματα των τηλεσκοπικών σειρών

(α) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{(n+3)(n+4)}$,

(β) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2-1}$.

ΑΣΚΗΣΗ 6

Εξετάστε ως προς την σύγκλιση τις σειρές χρησιμοποιώντας το κριτήριο σύγκρισης

(α) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\cos^2 n}{n^2}$,

(β) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n+2^n}$.

ΑΣΚΗΣΗ 7

Εξετάστε ως προς την σύγκλιση τις σειρές χρησιμοποιώντας το κριτήριο λόγου δυο ακολουθιών

(α) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^{1+\frac{1}{n}}}$,

(β) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^2-n}$,

(γ) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{\sqrt{n^3+2n^2+1}}{\sqrt[4]{1+7n^{11}}}$.

ΑΣΚΗΣΗ 8

Εξετάστε ως προς την σύγκλιση τις σειρές χρησιμοποιώντας το κριτήριο ρίζας

(α) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^n}$,

(β) $\sum_{n=1}^{\infty} (\frac{n}{n+1})^{n^2}$,

(γ) $\sum_{n=1}^{\infty} (\sqrt[n]{n}-1)^{-n}$.

ΑΣΚΗΣΗ 9

Εξετάστε ως προς την σύγκλιση τις σειρές χρησιμοποιώντας το κριτήριο λόγου

(α) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{\sqrt{n!}}$,

(β) $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n (2n)!}{n^{2n}}$.