

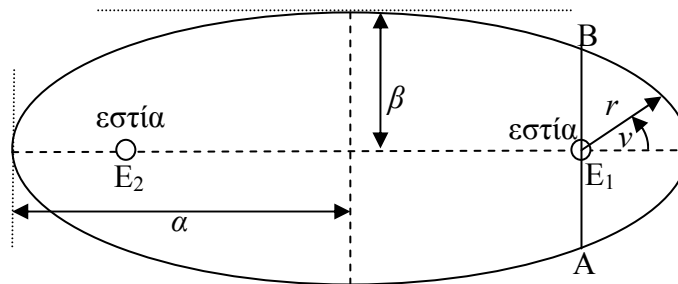


Άσκηση 1^η

Ελλειπτικές Τροχιές

Δορυφορική τροχιά έχει εκκεντρότητα $e = 0.2$ και μήκος κύριου ημιάξονα $a = 10000$ km. Να βρεθούν:

- Το μήκος της χορδής (AB) που διέρχεται από τη μία εστία και είναι κάθετη στον κύριο άξονα της έλλειψης (γνωστή ως *latus rectum*).
- Το μήκος του δευτερεύοντος ημιάξονα.
- Την απόσταση μεταξύ των δύο εστιών.
- Για αληθής ανωμαλία $\nu = 130^\circ$, να βρεθεί το μήκος του διανύσματος θέσης (π.χ. μεταξύ κέντρου Γης και δορυφόρου).



Λύση

- Το μήκος της χορδής (AB) ισούται με το διπλάσιο του μήκους του διανύσματος θέσης με αληθής ανωμαλία $\nu = 90^\circ$, δηλαδή

$$(AB) = 2r(\nu = 90^\circ) = 2 \frac{\alpha(1 - e^2)}{1 + e \cos(90^\circ)} = 2 \frac{10^4(1 - 0.2^2)}{1 + 0.2 \cdot 0} \text{ km} = 19200 \text{ km}.$$

- Το μήκος του δευτερεύοντα ημιάξονα μπορεί να βρεθεί σύμφωνα με την παρακάτω σχέση

$$\beta = \alpha \sqrt{1 - e^2} = 10^4 \sqrt{1 - 0.2^2} \text{ km} \approx 9798 \text{ km}.$$

- Η απόσταση μεταξύ των δύο εστιών μπορεί να βρεθεί σύμφωνα με την παρακάτω σχέση

$$(E_1E_2) = 2\sqrt{\alpha^2 - \beta^2} = 2\sqrt{10000^2 - 9798^2} \text{ km} = 4000 \text{ km}.$$

Μπορεί να επαληθευτεί ότι η εκκεντρότητα μπορεί να προκύψει βάσει των (E_1E_2) και α ως $e = (E_1E_2)/(2\alpha)$.

- Το μήκος του διανύσματος θέσης για αληθής ανωμαλία $\nu = 130^\circ$ μπορεί να βρεθεί σύμφωνα με τη σχέση

$$r(\nu = 130^\circ) = \frac{\alpha(1 - e^2)}{1 + e \cos(130^\circ)} = \frac{10^4(1 - 0.2^2)}{1 + 0.2(-0.6428)} \text{ km} \approx 11016.2 \text{ km}.$$