ΜΑΘΗΜΑ 1º

Ψηφιακές Επικοινωνίες
ΘΟΡΥΒΟΣ

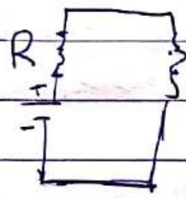
(1)

$F \propto \dfrac{e \cdot Q}{r^2}$ ελκτική δύναμη Coulomb — Αντιστρόφως Ανάλογη της απόστασης

Μέσω της θερμότητας αυξάνεται η κινητική ενέργεια των ηλεκτρονίων με αποτέλεσμα να αποκολλούνται από τον πυρήνα. Το φαινόμενο αυτό ονομάζεται Θερμικός Θόρυβος. Ιδανικά $T=0$ Kelvin μηδενικός θερμικός θόρυβος.

$E\langle u^2(t)\rangle = 4\underbrace{k}_{\text{σταθερά Boltzman}}\,\underbrace{T}_{\text{Θερμότητα}} \cdot \underbrace{BW}_{\text{εύρος ζώνης}}$ $\qquad P_N = N_0 \cdot BW = k \cdot T \cdot BW$

Διαιρέτης Τάσης



$U = U_R + U_L$

$V_R = i R$

$U_L = i R_L$

$V_L = \dfrac{R_L}{R_L + R} \cdot U$ $\qquad R = R_L$ = προσαρμογή $\dfrac{P_N}{4}$

άρα με προσαρμογή $\underbrace{E(u^2(t))}_{P_N} = kT \cdot BW$

Θόρυβος (Χαρ/κα)

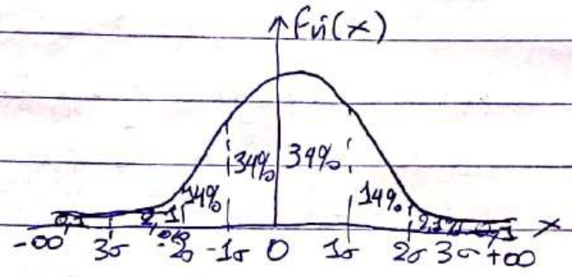
- συνεχής στον χρόνο (παράγεται πάντα)
- σε όλο το φάσμα (σε όλες συχνότητες και με την ίδια ισχύ)
- δεν γνωρίζουμε την εξέλιξη τυχαίες τιμές

ADDITIVE WHITE GAUSSIAN NOISE (AWGN)

ADDITIVE: προστίθεται πάνω στο σήμα στους παλμούς

$s(t) + n(t) \Rightarrow r(t) = s(t) + n(t)$

2) GAUSSIAN: Έχει καμπανοειδής μορφή η μέση τιμή του είναι στο 0
Συνάρτηση πυκνότητα πιθανότητας



Υπολογίζεται

$$E = \int_{-\infty(x)}^{+\infty(x)} f_u(x)\, dx$$

Ποια η πιθανότητα να εμφανιστεί θόρυβος από (-∞ έως +∞)? 100%
=> => Θετικός ? 50% (συμμετρικός)

Τα μεγαλύτερα εμβαδά είναι γύρω από το 0 άρα τιμές μακριά από το 0 που δημιουργούν το κυρίως πρόβλημα είναι πιο σπάνιες. Για υψίρυθμες ζεύξεις π.χ 100 Mbps είναι υψηλή η πιθανότητα

Συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας

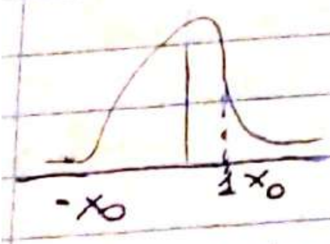
$$f_u(x) = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}}$$

$$\bar{u} = E(u) = \int_{-\infty}^{+\infty} x \cdot f_u(x)dx = \frac{1}{\sqrt{2\pi\sigma^2}} \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-\frac{x^2}{2\sigma^2}} \cdot dx = 0$$

άρα μέση τιμή του θορύβου είναι 0 και μαθηματικά
με πράξεις μέση ισχύς θορύβου = σ^2 όσο μεγαλύτερο το σ δ[illegible] η καμπύλη

Ψηφιακές Μάθημα 2ο 22/10/2019

Τύπος $\boxed{Q(-x) = 1-Q(x)}$



Ποια η πιθανότητα P ο Θόρυβος νά είναι ≤ 1

$n \sim N(0, \sigma^2=2)$

$\mu=0 \quad \sigma=\sqrt{2}$

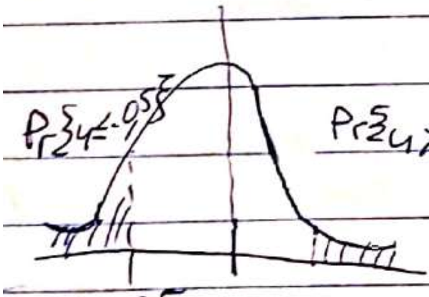
$Pr\{n \le 1\}$ άρα $= Q\left(-\frac{1-0}{\sqrt{2}}\right)$ ή $1-Pr\{n>1\} = 1-Q\left(\frac{1-0}{\sqrt{2}}\right) = 1-Q(0,707) =$

Τύπος $\pm Q\left(\frac{x-\mu}{\sigma}\right)$

$Pr\{n>2\} = Q\left(\frac{2-0}{\sqrt{2}}\right) = Q(1,41) = 0,08$

Ποια η πιθανότητα P ο Θόρυβος να είναι $Pr\{-0,5 \le n \le 3\}$

Λύση



$Pr\{n>3\}$ Άρα $Pr\{-0,5 \le n \le 3\}$

$= \underbrace{1-Pr\{n \le -0,5\}}_{\Downarrow} - Pr\{n>3\}$

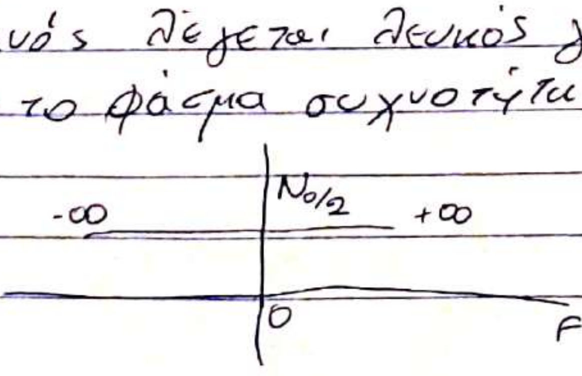
$Pr\{n>-0,5\} - Pr\{n>3\}$

$\Rightarrow Q\left(\frac{-0,5-0}{\sqrt{2}}\right) - Q\left(\frac{3}{\sqrt{2}}\right)$

$1-0,56-0,012=0,62$

$= 62\%$

Λευκός γκαουσιανός λέγεται λευκός γιατί έχει την ίδια ισχύ σε όλο το φάσμα συχνοτήτων. Λευκό φως σε όλα τα χρώματα



$x(t) \xrightarrow{F} X(f)$ } φασματική πυκνότητα ισχύος

$S_x(f) = |X(f)|^2 \sim \frac{N_0}{2}$ } W/Hz

$10\log_{10}(S_x(f))$ dB $\frac{W}{Hz}$

σταθερά Boltzmann

$N_0 = k \cdot T$ ~> θερμοκρασία (K)

Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

$R_q(\tau) = E\langle q(t) \cdot q(t-\tau)\rangle$ άρα την $\tau=0$ $R_q(\tau) = E\langle q^2(t)\rangle$

$R_n(\tau) = \frac{N_0}{2} \cdot \delta(\tau)$ $\quad R_n(\tau) = \begin{cases} \infty, & \text{όταν } \tau = 0 \\ 0, & \text{όταν } \tau \neq 0 \end{cases}$

Κρουστική απόκριση

$\delta(t)$ ιn → [φίλτρο $h(t)$, $F \downarrow \uparrow F^{-1}$, $H(f)$] → $h(t)$

$n(t)$ → $n(t) * h(t) \xrightarrow{F} n(f) \cdot H(f)$

Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης

$P_n = \frac{N_0}{2} \cdot 2BW = N_0 \cdot BW$

$R_n(\tau) = F^{-1}\{S_x(f)\} = \int_{-\infty}^{+\infty} S_n(f) e^{j2\pi f\tau} df = \frac{N_0}{2} \cdot \delta(\tau)$

ΜΑΘΗΜΑ 3ο 23/10/2019

Συνάρτηση αυτοσυσχέτισης στο διάστημα $-W$ έως W ή φασματική πυκνότητα ισχύος στην έξοδο

$R_N(\tau) = F^{-1}\{S_x(f)\} = \int_{-W}^{+W} S_n(f) e^{j2\pi f\tau} df$

$= 2W \cdot N_0$

$\frac{N_0}{2j2\pi\tau} \int_{-BW}^{BW} e^{j2\pi f\tau} \Rightarrow \frac{N_0}{2j2\pi\tau} \cdot e^{j2\pi f\tau} \Big|_{-BW}^{BW} = \frac{N_0}{2\pi\tau}\left(\frac{e^{j2\pi BW\tau} - e^{-j2\pi BW\tau}}{2j}\right)$

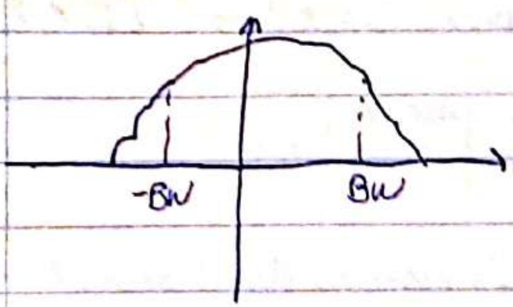
$= \frac{N_0}{2\pi\tau} \sin(2\pi BW\tau) = N_0 BW \cdot \frac{\sin(2\pi BW\tau)}{2\pi BW\tau} = N_0 BW \,\mathrm{sinc}(2\pi BW\tau)$

24/10/2024

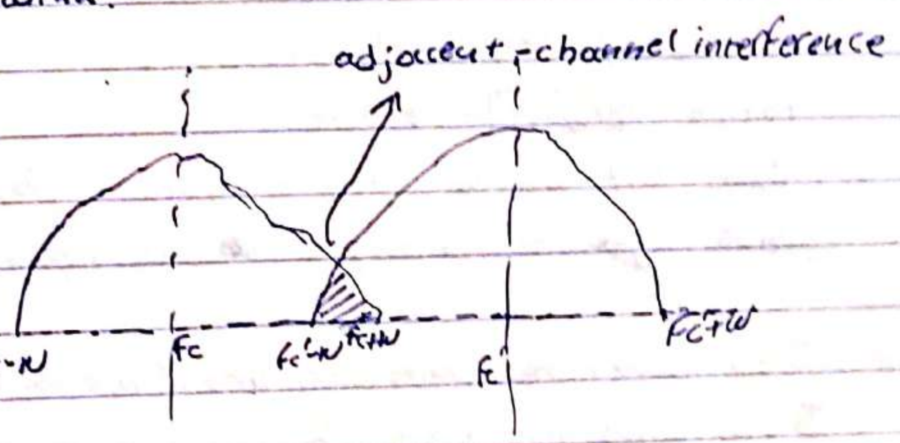
Παρεμβολές

2 είδη παρεμβολών

Αν αυξηθεί το $P_{σήμα}$ αυξάνεται και το P_n



Αν έχω πολλούς σταθμούς βάσης που εκπέμπουν σε χαμηλή ισχύ τότε είναι πιο δύσκολο να δημιουργηθούν παρεμβολές. Οι παρεμβολές από γειτονικό κανάλι ονομάζεται adjacent-channel interference. Αν είναι υψηλή σχηματικά.



Επίσης υπάρχει η ενδοκαναλική παρεμβολή (co-channel interference) κατά την οποία στο ίδιο συχνότητα συμβαίνουν παρεμβολές.

Η ισχύς εκπομπής πρέπει να είναι χαμηλή. Εύρος ζώνης είναι το εύρος συχνοτήτων που χρησιμοποιείται για μετάδοση. Το εύρος ζώνης (BW) είναι ανάλογο του BER (bit error rate). $R_b \propto BW$. Υψηλό BER σημαίνει καλύτερη ποιότητα υπηρεσίας.

TDM

Time Division Multiplexing

Σε καθε πομπό δίνεται ένα παράθυρο μετάδοσης. Διατίθεται όλο το bandwidth. Στο ψηφιακό ράδιο μπορεί να έχει πολλούς σταθμούς σε μία συχνότητα.

FDM

Frequency Division Multiplexing

Διαιρείται η μπάντα συχνοτήτων σε μικρότερες συχνότητες. Κάθε σταθμός βάσης εκπέμπει διαφορετική συχνότητα.

Θα μπορούσα να αυξήσω το BER αλλά θα πρέπει να αυξηθεί το εύρος ζώνης (BW). Για να το αποφύγω, αν τεχνικά είναι αδύνατο δεσμεύω περισσότερες χρονοθυρίδες (slots) στο TDM.

TDM

SKAI HD	ALPHA	SKAI HD	SKAI HD	SKAI HD	ALPHA

Το SKAI HD δεσμεύει περισσότερες χρονοθυρίδες από το απλό κανάλι ALPHA γιατί για να υποστηριχθεί το HIGH DEFINITION ΑΠΑΙΤΕΙ ΜΕΓΑΛΥΤΕΡΟ ΑΡΙΘΜΟ ΑΠΟ BIT. Στο TDM απαιτεί άριστο χρονισμό ρολογιού στο πομπό και στον δέκτη ώστε να μην αλλοιώνονται δεδομένα.

Διαμορφωτής (Mapper)

10101 → $\boxed{\text{Mapper}}$ → + - + - +

Παίρνει bit και τα κάνει παλμούς θετικούς ή αρνητικούς. Στα ψηφιακά πάντα υπάρχει clock (ρολόι).

T_b = ο χρόνος που μεσολαβεί από 1 bit σε άλλο

T_s = ο χρόνος που μεσολαβεί από 1 παλμό σε άλλον

$R_b = \frac{1}{T_b}$ → ρυθμός μετάδοσης

1000 bit/sec → 1000 symbols/sec

$R_s = \frac{1}{T_s}$ Αν 1 bit αντιστοιχεί σε ένα παλμό

Σήμα ενέργειας είναι όταν $E < \infty$ γενικός τύπος ενέργειας

$$E = \int_{-\infty}^{+\infty} x^2(t)\,dt$$

Σήμα ισχύος είναι όταν σε ένα σήμα $P < \infty$

No.
Date

Ψηφιακές Επικοινωνίες 30/10/2019

Φυσικοί πόροι : Ισχύς, Εύρος ζώνης, Χρόνος για να εκμεταλλευτούμε την ψηφιακή επικοινωνία

Ενέργεια ενός θετικού παλμού: $\int_0^{T_b} (p(t))^2 dt = \int_0^{T_b} \left(\sqrt{\frac{E_p}{T_b}}\right)^2 dt = E_p$

Αρνητικού παλμού >> >> $= E_p$

Αν $p\{0\} = p$ $\quad 0 < p < 1$

$p\{1\} = 1 - p$

$E_b = p\{1\} \cdot E_p + P\{0\} \cdot E_p \overset{\text{Αντικαθιστώντας}}{=} E_p$

γιατί $E_b = (1-p)E_p + P \cdot E_p \Rightarrow E_p$

$\text{Ισχύς} = \frac{\text{Ενέργεια}}{\text{Χρόνος}} = \frac{E_b}{T_b} = E_b \cdot R_b$

Μέση ισχύς σήματος

$$S = \frac{E_b}{T_b} = E_b \cdot R_b$$

Ο λόγος $\frac{R_b}{BW}$ ιδανικά θέλουμε να είναι όσο το δυνατόν μεγαλύτερο

Μέση ισχύς Θορύβου

$N = N_0 \cdot BW$ — φασματική πυκνότητα ισχύος

$N_0 = K \cdot T$, K: σταθερά Boltzmann, T: Θερμοκρασία

$$SNR = \frac{S}{N} = \frac{E_b \cdot R_b}{N_0 \cdot BW} = \frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{R_b}{BW}$$

$\frac{R_b}{BW}$: φασματική απόδοση

P_{Eb} = πιθανότητα σφάλματος bit.

Επιθυμούμε μικρό P_{Eb} με όσο το δυνατόν μικρότερο E_b δηλαδή με την μικρότερη δυνατή ενέργεια/bit. Ο λόγος E_b/N_0 θέλουμε να είναι όσο το δυνατόν μικρότερο.

Shannon (Όριο Ταχύτητας)

Μέγιστος ρυθμός μετάδοσης bit $C = BW \cdot \log_2\left(1 + \frac{S}{N_0 BW}\right)$

π.χ. $BW = 10\,MHz$ $\Rightarrow 10\,MHz \log_2(1+7) = 10 \cdot \log_2(2^3)\,Mbps = 30\,Mbps$

$SNR = 7$

Ο Shannon με βάση το SNR και το BW λέει ότι δεν μπορεί να πας μεγαλύτερο ρυθμό μετάδοσης από 30 Mbps. Αν το ξεπεράσουμε δεν μπορούμε κανένα σχήμα κωδικοποίησης που να μηδενίζει τα σφάλματα.

05/11/2019

$R_B \to \infty$

$SNR = ?$

α) σταθερό $BW < \infty$

$$\Gamma_b = \frac{E_b}{N_b} \Rightarrow R_B = BW \log_2(1+SNR)$$

$$SNR = \frac{E_b}{N_0} \cdot \frac{R_b}{BW} = \gamma_b \cdot \eta$$

$$R_B = BW \log_2(1+\gamma_b \cdot \eta)$$

$$\Rightarrow \eta = \log_2(1+\gamma_b \cdot \eta) \Rightarrow 2^\eta = 2^{\log_2(1+\gamma_b \cdot \eta)} \Rightarrow$$

$(a^{\log_a(x)} = x)$ άρα $2^\eta = 1 + (\gamma_b \cdot \eta) \Rightarrow \gamma_b = \frac{2^\eta - 1}{\eta}$

a) $\eta = \frac{R_b(\infty)}{BW(\text{σταθερό})} = \infty \quad \lim_{\eta \to \infty} = \lim_{\eta \to \infty} \frac{2^\eta - 1}{\eta} \Rightarrow \lim_{\eta \to \infty} \frac{(2^\eta - 1)'}{\eta'}$

$\Rightarrow \lim_{\eta \to \infty} \frac{2^\eta \cdot \ln 2 - 0}{1} \Rightarrow \infty$. Άρα πολύ υψηλή τιμή με άπειρη ενέργεια.

Άρα αν αυξήσουμε το πλάτος του παλμού αυξάνεται η ενέργεια εκπομπής

β)

αν $BW \to \infty$

$\eta = \frac{R_b(\text{σταθερό})}{BW(\text{άπειρο})} \to 0 \quad \lim_{\eta \to 0} \gamma_b = \lim_{\eta \to 0} \frac{(2^\eta - 1)'}{\eta'} = \ln 2 = 0,693$

$\gamma_b = -1,59\ dB$

Άρα με άπειρο BW πρέπει η ενέργεια να έχει τιμή και όχι να είναι μηδενική

Αν αυξάναμε 2 φορές το BW
τότε ο ρυθμός μετάδοσης bit θα αυξηθεί 2 φορές
π.χ $BW = 10\ MHz \cdot 2$
Άρα $C = 60\ Mbps$

Αν αυξάναμε 2 φορές το SNR
Πράξεις με Shannon $C = 39{,}1\ Mbps$

Άρα αυτό που αποδίδει καλύτερα είναι το εύρος ζώνης

Χωρητικότητα Shannon

$$R_b = BW \cdot \log_2(1+SNR) \Rightarrow R_b \leq BW \log_2\left(1 + \frac{S}{N_0 BW}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{R_b}{BW} = \log_2\left(1+\frac{S}{N_0 BW}\right) \xrightarrow{1+\frac{1}{x}} \frac{R_b}{BW} \leq \log_2\left(1+\frac{1}{\underbrace{\frac{N_0 BW}{S}}_{q}}\right) \Rightarrow$$

$$\frac{N_0 BW}{S} \cdot \frac{R_b}{BW} \leq \log_2\left[\left(1+\frac{1}{q}\right)^q\right] \Rightarrow$$ με πράξεις

$$\lim_{q \to +\infty}\left(1+\frac{1}{q}\right)^q = e \quad \ldots \quad R_b \leq 1{,}44\frac{S}{N_0}$$
$BW \to +\infty$

$$\log_b(x) = \frac{\log_a(x)}{\log_a(b)}$$

Απειρό SNR
$0{,}33 \cdot BW \cdot SNR_{dB}$

00 01, 10, 11
$s_0(t), s_1(t), s_2(t), s_3(t)$

00 01 10 ⟶ $\boxed{\text{Διαμορφωτής}}$, $s_0, s_1, s_2(t)$

Φ παλμού = 2 bits

$T_s = 2T_b$

$R_b = 2000$ bit/sec

1 sec 2000 bits

1 sec x; σύμβολα

$$\underbrace{R_s = \frac{1}{T_s}}_{\text{ρυθμός μετάδοσης συμβόλων}} = \frac{1}{k T_b} = \frac{R_b}{k}$$

Το όριο Shannon ισχύει και στο ρυθμό μετάδοσης συμβόλων

$$\boxed{\begin{aligned} T_s &= 2 \cdot T_b \\ T_s &= k T_b \\ R_b &= \frac{1}{T_b} \end{aligned}}$$

$$R_s \leq C = BW \log_2\left(1 + \frac{S}{N_0 BW}\right)$$

π.χ.

$R_s = 1000 \frac{\text{symbols}}{\text{sec}}$

$R_b = 10$ kbps

$$R_s = \frac{R_b}{k} \Rightarrow k = \frac{R_b}{R_s} = \frac{10 \text{ kbps}}{1 \text{ kbps}} \Rightarrow k = 10 \text{ bits}$$

Π. Πιθανότητα σφάλματος συμβόλου

Ο δέκτης οφείλει να αναγνωρίσει ποιο παλμό εστάλη αφού τον αναγνωρίσει κάνει μια αντιστοιχεία έπειτα σε bit.

$P_{SE} = k \cdot P_{BE}$ (Με κωδικοποίηση Gray) Ανανόητο

$k = 2$ Gray

00 → s_0 00

01 → s_1 01

10 → s_2 11

11 → s_3 10

00 $\boxed{T_x} \xrightarrow{s_0} \oplus \longrightarrow \boxed{R_x}$ s_1 01

χωρίς κωδ. Gray 1 bit λάθος

κωδικοποίηση Gray καταστείς τα bit ώστε τα γειτονικά να απέχουν απόσταση 1 bit

Ψηφιακές → πλήθος συμβόλων   6/11/2019

M(Modulation order) $= 2^{k\,(bits/sym)}$ Αν $M=2$ δυαδική διαμόρφωση, $M=4$ τετραδική διαμόρφωση

$T_s = k \cdot T_B$

R_B = ρυθμός μετάδοσης bit/sec

R_s = ρυθμός μετάδοσης συμβόλων/sec

$R_s = \frac{1}{T_s} \Rightarrow R_s = \frac{1}{k \cdot T_b} \Rightarrow R_s = \frac{R_b}{k}$

π.χ.

2 Mbps (4δική διαμόρφωση)

$M = 2^k \Rightarrow k = 2$ bits/symbol

Σε 1 ... $2 \cdot 10^6$ bit και 10^6 symbol

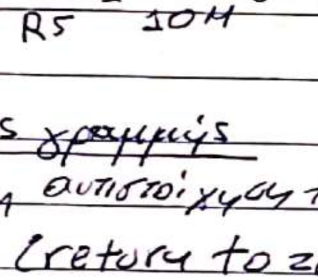
$R_s = 10M$ symbols/sec

$T_s = \frac{1}{R_s} = \frac{1}{10M} sec = 1\ \mu sec$

Κώδικες γραμμής

Είναι η αντιστοίχιση των bit σε σύμβολα

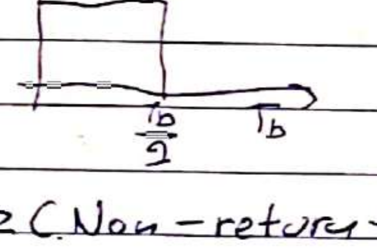
- RZ (return to zero)



Εντός του T_b επιστρέφει στο μηδέν

- NRZ (Non-return to zero)

Εντός του T_b δεν πάει στο μηδέν



Γιατί χρησιμοποιούμε κώδικες γραμμής:

- Απαίτηση για μικρό εύρος ζώνης
- Απόδοση ισχύος $\frac{E_b}{N_o}$ να είναι μικρό για δεδομένη PBE
- Ικανότητα ανίχνευσης και διόρθωσης σφαλμάτων
- Μη παροχή DC συνιστώσας
- Ικανότητα χρονικού συγχρονισμού bit (clock) από την ίδια την κυματομορφή

Γνωστοί κώδικες γραμμής (Να το μάθω)

on/off: 1 μεταδίδεται παλμός $p(t)$ 0 δεν μεταδίδεται τίποτα

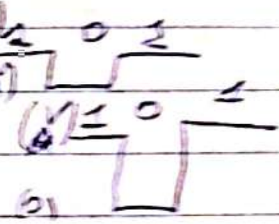
πολικό: $1 \rightsquigarrow p(t)$ για $0 \rightsquigarrow -p(t)$

μονοπολικός: $1 \rightsquigarrow p(t)$ για $0 \rightsquigarrow$ τίποτα

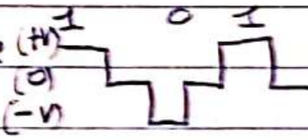
διπολικός: $1 \rightsquigarrow p(t)$ ή $-p(t)$ για $0 \rightsquigarrow$ τίποτα
(βάσει του προηγούμενου)

πολικός NRZ-L: $1 \rightsquigarrow p(t)$ για $0 \rightsquigarrow -p(t)$

Unipolar-RZ: $1 \rightsquigarrow p(t)$ για $0 \rightsquigarrow$ τίποτα



Bipolar-RZ

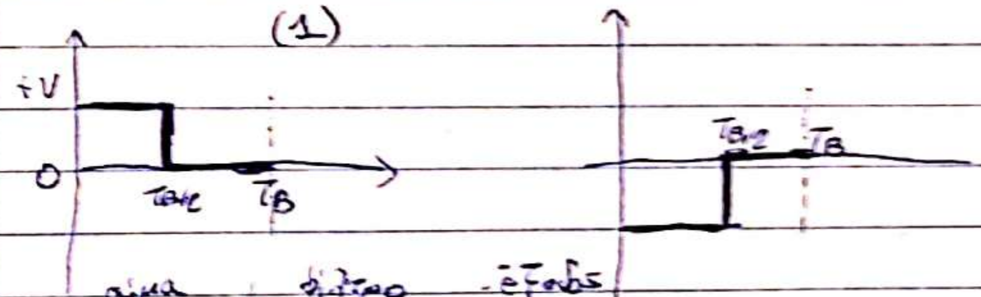


$1 \rightsquigarrow p(t)$ και επιστροφή στο 0

$0 \rightsquigarrow -p(t)$ και επιστροφή στο 0

και με μισή διάρκεια $T_B/2$

Διπολικό RZ

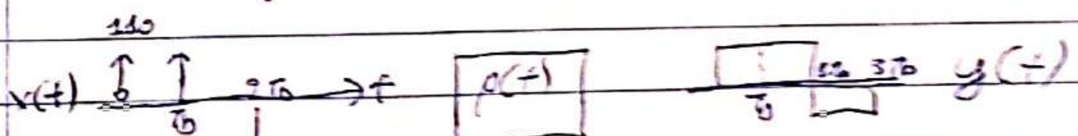


σήμα φίλτρο έξοδος

$x(t) \rightarrow \boxed{p(t)} \rightarrow y(t) = x(t) * p(t) \Rightarrow y(t) = p(t)$

$\| \, \delta(t)$

Τρένο Όσεων (S.O.S.)



$$x(t) = \sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} a_n \, \delta(t - nT_b) \qquad a_n = \begin{cases} 1 \text{ για bit} = 1 \\ -1 \text{ για bit} = 0 \end{cases} \text{NRZ}$$

$$y(t) = p(t) * \sum_{n=-\infty}^{+\infty} a_n \, \delta(t - nT_b) \quad \text{μετά την } \delta(t)$$

$$= \sum_{-\infty}^{+\infty} a_n \underbrace{p(t) * \delta(t - nT_b)}_{p(t - T_b)} \Rightarrow \sum_{-\infty}^{+\infty} a_n \, p(t - nT_b)$$

$y(t)=\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} a_n \cdot p(t-nT_b) \xrightarrow{F} Y(f)$

$\boxed{S_y(f) = |Y(f)|^2}$ Φασματική πυκνότητα ισχύος

R_0 = η μέση ενέργεια των συμβόλων άρα $R_0 = E\langle a_n^2 \rangle$

$R_0 = \frac{(1)^2+(1)^2}{2} = 1$

$R_n = E\langle a_k \cdot a_{k+m} \rangle = E\langle a_k \rangle \cdot E\langle a_{k+m} \rangle$

2

↓

~~είναι~~ που απέχουν

$a_{k,m} = \frac{1\cdot 1 + 1(-1) + -1\cdot 1 + (-1)\cdot(-1)}{4} = 0$

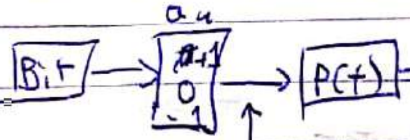
$a_k = 0$ γιατί η μέση τιμή από -1 σε 1

είναι μηδέν (0)

$R_n = E\langle a_k \cdot a_{k+m} \rangle$ στατιστική ανεξαρτησία

13/11/2019

Ψηφιακές Επικοινωνίες



$$y(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} a_k \, P(t - kT_b)$$

$$x(t) = \sum_{-\infty}^{+\infty} a_k \, \delta(t - kT_b)$$

$$S_y(f) = \frac{1}{T_b} \cdot |P(f)|^2 \left(R_0 + 2\sum_{n=1}^{\infty} R_n \cos(2\pi n f T_b)\right)$$

$n=2$

$+1 \quad -1 \quad (+1) \quad -1 \quad (+1)$

$a_{(k+n)} \qquad a_k$

$R_n = E\langle a_k \cdot a_{k+n}\rangle = E\langle a_k\rangle \cdot E\langle a_{k+n}\rangle = R_{-n}$

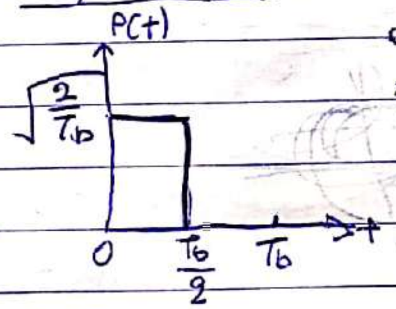
Στατική ανεξαρτησία

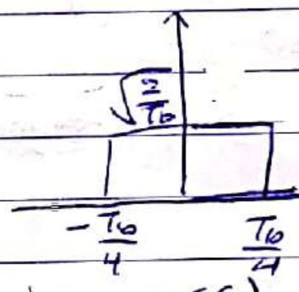
$$S_y(f) = \frac{1}{T_b}|P(f)|^2 \left[\mu_a^2 + \frac{\sigma_a^2}{T_b}\sum_{n=-\infty}^{n=+\infty} \delta(f - nT_b)\right]$$

$\mu_a = E\langle a_k \rangle$

$\sigma_a^2 = E\langle a_k^2\rangle - \mu_a^2$ Διακύμανση

Παράδειγμα ON-OFF με παλμό RZ, Ισοπίθανα bit



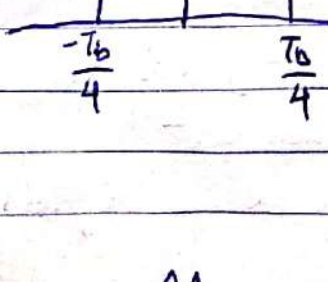


$z(f) = T_b \, \text{sinc}(f \cdot T_b)$

Βάζω πλάτος στο $\sqrt{\frac{2}{T_b}}$ άρα $z(f) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cdot \frac{T_b}{2} \cdot \text{sinc}(f \cdot T_b)$

$z(t) = 1, \; t \leq \frac{T}{2} \xRightarrow{F} z(f) = T\,\text{sinc}(f \cdot T)$

$t = \frac{T_b}{2}$ άρα $z(f) = \sqrt{\frac{2}{T_b}} \cdot \frac{T_b}{2} \cdot \text{sinc}(f \cdot T_b)$



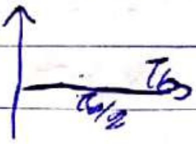
$p(t) = z\left(t - \frac{T_b}{4}\right) \Rightarrow p(f) = F(p(f))$

$g(t - t_0) \xrightarrow{F} e^{-j2\pi f t_0} \cdot G(f) \Rightarrow P(f) = \sqrt{\frac{T_b}{2}} \, \text{sinc}\left(f \cdot \frac{T_b}{2}\right) \cdot e^{-j2\pi f \frac{T_b}{4}}$

μα = μέση τιμή των bit (ON-OFF) - RZ

Bit 1 →

Bit 0



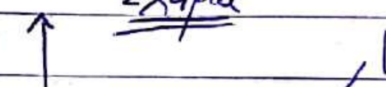
$s_0(t) = \sqrt{E_b}\cdot p(t)$

$\boxed{\mu_a = E\langle a_k\rangle}$

$\mu_a = \frac{\sqrt{E_b}+0}{2} \Rightarrow \mu_a = \frac{\sqrt{E_b}}{2}$, $E\langle a_k^2\rangle = \frac{(\sqrt{E_b})^2}{2} = \frac{E_b}{2}$

$\sigma_a^2 = \frac{E_b}{2} - \frac{E_b}{4} = \frac{E_b}{4}$ απο τον τύπο $\boxed{\sigma_a^2 = E\langle a_k^2\rangle - \mu_a^2}$ Διακύμανσης

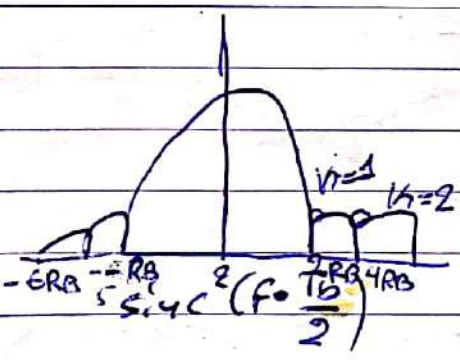
Σχήμα



Άπειρος αριθμός απο σημεία (δειγματοληψία)

$|P(f=nR_b)| = \sqrt{\frac{T_s}{2}}\left|\mathrm{sinc}\left(n\cdot R_b\cdot\frac{T_b}{2}\right)\right| = \sqrt{\frac{T_b}{2}}\cdot\left|\mathrm{sinc}\left(\frac{n}{2}\right)\right|$

$\sqrt{\frac{T_b}{2}}$, $n=0$ $\qquad$ $\frac{\sqrt{T_b}}{2}\cdot\frac{\sin(\frac{\pi}{2}n)}{\frac{\pi}{2}n}$ $n\neq 0$

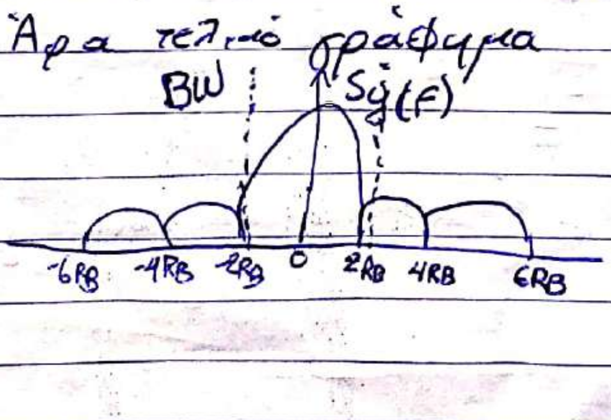


$\mathrm{sinc}^2\left(f\cdot\frac{T_b}{2}\right)$

Ανα 2Rb μηδενίζει

$f_k\frac{T_b}{2} = kn \Rightarrow f_k = 2kR_b$

Άρα τελικό γράφημα



Εύρος ζώνης κοντά στον πρώτο μηδενισμό

Nyquist

$\frac{R_b}{2} \le BW \le R_b$

1) Βρίσκω Fourier για τον παλμό
2) a_k και μ_a και σ_a^2
3) συνεχές φάσμα και σχεδιασμός

19/11/2019

Για το PAM (Διαμόρφωση πλάτους)

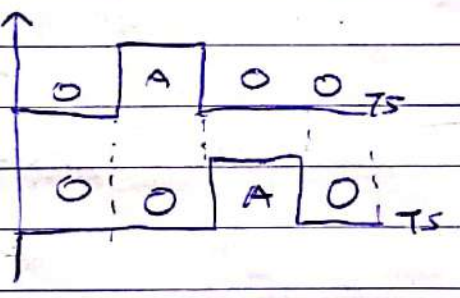
"1" $\rightarrow p(t)$
"0" $\rightarrow -p(t)$
$S_0 = -S_1$

Για το PPM (Διαμόρφωση Θέσης) 2-PPM (Pulse-Position Modulation)

Αν $S_0(t) = \sqrt{E}\cdot p(t)$

$S_1(t) = \sqrt{E}\, p\left(t - \frac{T_b}{2}\right)$

(+) Με το PPM μειώνεται η ενέργεια που καταναλώνω
(-) Μεγαλώνει η απαίτηση σε εύρος ζώνης



Άρα $\int_0^{T_s} S_1(t)\cdot S_2(t)\,dt = 0$

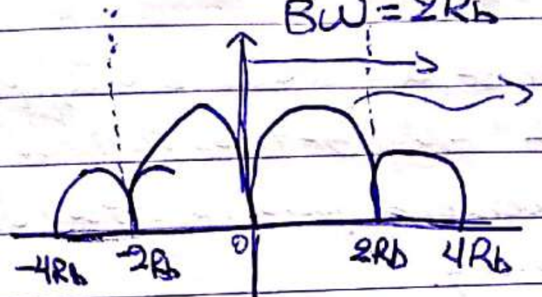
Άρα οποιοσδήποτε παλμός PPM αν πολλαπλασιαστεί με έναν άλλον επειδή δεν συμπίπτει χρονικά κάνει 0. Αν θέλουμε να μεταφέρουμε παραπάνω bit υποδιαιρούμε το Ts.

Στο 2-PAM κάθε R_B μηδενισμός

Στο 2-PPM κάθε $2R_B$ μηδενισμός και DC συνιστώσα στο 0

Για 2-PPM

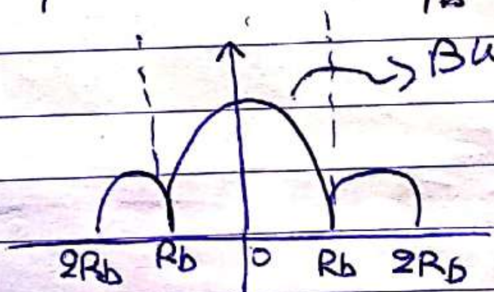
μηδενισμοί κάθε $f_k = \frac{2k}{T_b} \Rightarrow f_k = 2\cdot k\cdot R_B$ για $k=1,2,$ κτλ



93% της ισχύος στο φίλτρο περίπου

Για το 2-PAM

μηδενισμοί κάθε $f_k = \frac{k}{T_b} \Rightarrow f_k = k\cdot R_b$



$BW = R_b$ φίλτρο με 90% της ισχύος στο φίλτρο

Διαφορές

Τα M-PAM διαφορετική ενέργεια παλμοί

Τα M-PPM έχουν μεταξύ τους ίδια ενέργεια

Απαιτήσεις
Μειούμενη Ενέργεια
Αυξημένο BW

Απαιτήσεις
Αυξημένη Ενέργεια
Σταθερό BW

Ενέργεια, BW φυσικοί πόροι που έχω. Αν μια εφαρμογή έχει μεγάλο εύρος ζώνης διαθέσιμο χρησιμοποιώ M-PPM, Αν μια εφαρμογή έχει περιορισμένο εύρος ζώνης χρησιμοποιώ με M-PAM.

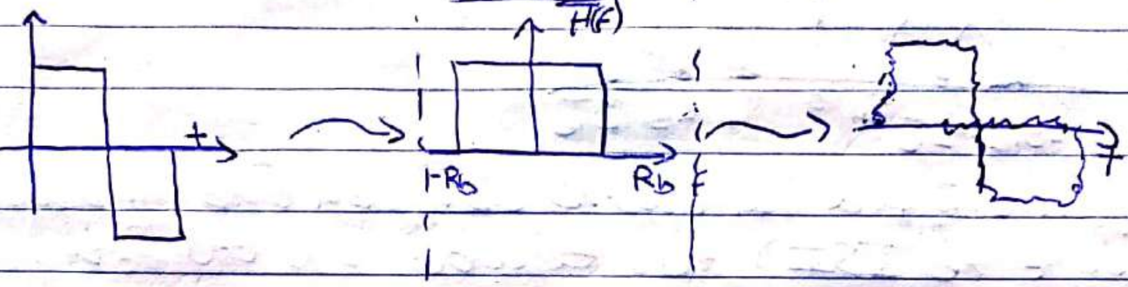
Υπάρχει δυνατότητα ορθής λήψης των παλμών παλμών? Ναι, βάση των δειγματοληπτημένων τιμών.

Η παραμόρφωση που συμβαίνει απο την διεύρυνση των παλμών ονομάζεται διασυμβολική παρεμβολή.

Αποδιαμορφωτής: Το παλμό των μετατρέπει σε bit αφού το διαχωρίζει από το
Ανιχνευτής: αποφαίνεται ότι αν είναι "1" είναι θετικός παλμός αν είναι "0" είναι αρνητικός παλμός. κωδικοποιητής πρίν των διαμορφωτή και αποκωδικοποιητής μετα των διαμορφωτή.

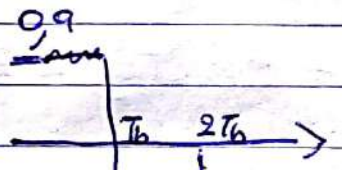
Ψηφιακές Επικοινωνίες 20/11/2019

φίλτρο (κόβει συχνότητες πέρα απο RB)

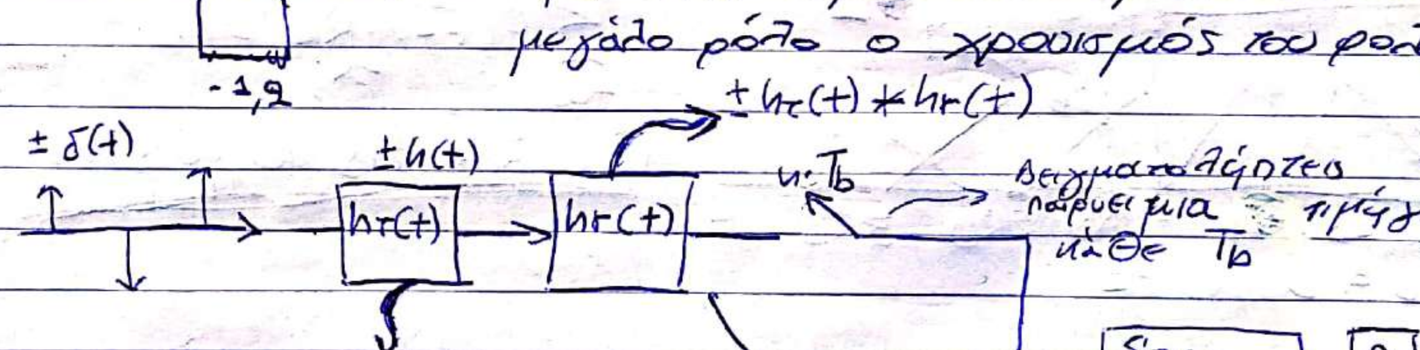


Το φίλτρο δημιουργεί παραμόρφωση παλμού στο πεδίου του χρόνου, καθώς οτι "κόβεται" στο πεδίο της συχνότητας "απλώνει" στο πεδίο του χρόνου.

Αποδιαμορφωτής



Ο αποδιαμορφωτής για κάθε Tb δίνει μια τιμή π.χ 0,9 και 1,2. Γι αυτό παίζει μεγάλο ρόλο ο χρονισμός του ρολογιού



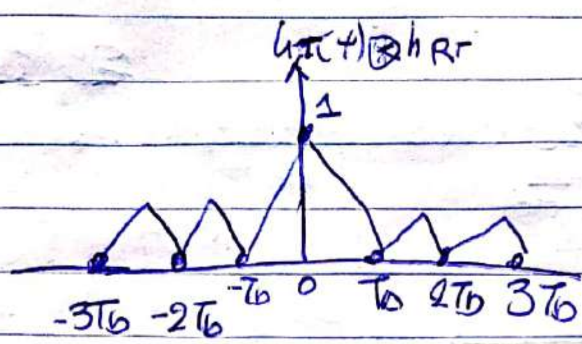
παρεμβολή

ISI AWGN θόρυβος

1 - 0,4 - 0,65 = -0,05 < 0 Άρα a

σήμα

Άρα αν έχω ένα σήμα με τιμή 1 και έχω 0,45 ISI (διασυμβολική παρεμβολή) και AWGN (θόρυβος) ο αποδιαμορφωτής θα διαβάσει 0

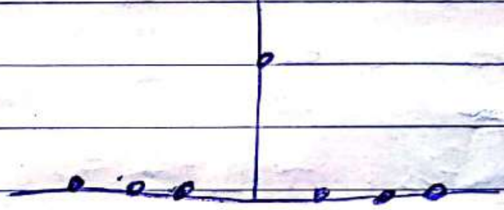


Με σωστή δειγματοληψία και σωστό συγχρονισμό μπορούμε να αποφύγουμε το (ISI), τον Θόρυβο AWGN δεν μπορούμε να τον αποφύγουμε. Χωρίς ISI ονομάζεται παλμός Nyquist.

Παλμός Nyquist

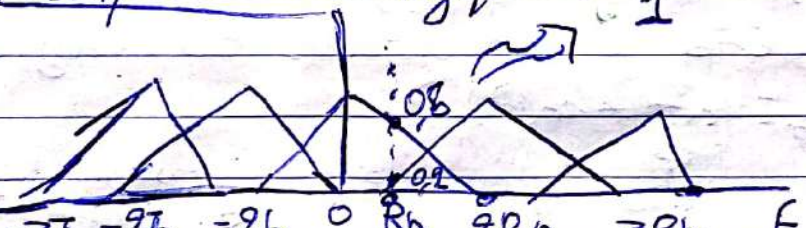
$$p(t) = \begin{cases} 1, & t=0 \\ 0, & t=kT_b \end{cases}$$

άρα μηδενικό (ISI) δηλαδή



$$P(f) = \text{Fourier}\{p(t)\}$$

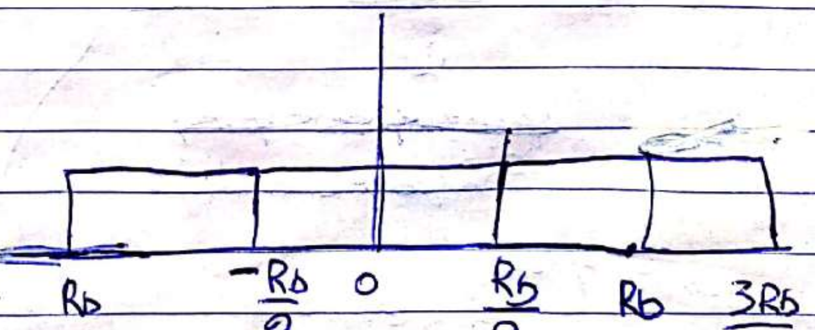
Παλμός R_b Nyquist

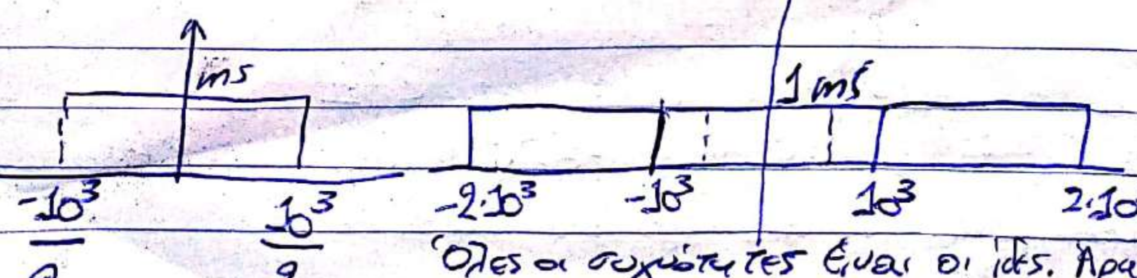


$$\sum_{-\infty}^{+\infty} P(f+n \cdot R_b) = T_b$$

Για όλες τις συχνότητες f

$R_b = 1000$ Hz





Όλες οι συχνότητες είναι οι ίδιες. Άρα είναι Nyquist.

No.
Date

Ψηφιακές Επικοινωνίες 26/11/2019

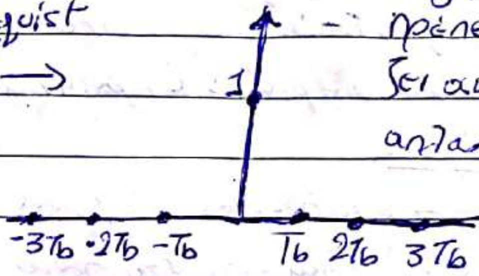
Φίλτρο εκπομπής: για να μην φεύγει το φάσμα έξω από το πεδίο των συχνοτήτων επεκτείνεται στο πεδίο του χρόνου. Με αποτέλεσμα να δημιουργείται διασυμβολική παρεμβολή.

Φίλτρο λήψης: Χρησιμοποιείται για περιορισμό του θορύβου που δημιουργήθηκε.

Υπάρχουν φίλτρα για μηδενισμό του ISI (παλμός Nyquist)

Πρέπει να ισχύει η συνθήκη Nyquist

$\delta(t) \longrightarrow$ [φίλτρο εκπομπής] $\longrightarrow$ [φίλτρο λήψης] $\longrightarrow$



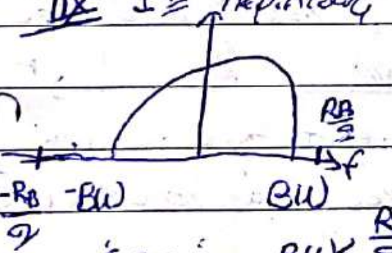
πρέπει να μηδενίζει σε ακέραια πολλαπλάσια του T_b

Εξασφαλίζεται ότι ένας παλμός δεν θα "ενοχλεί" τον επόμενο παλμό.

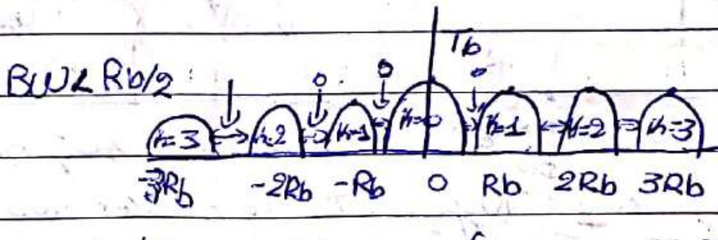
$$P(t) = \begin{cases} 1, & t=0 \\ 0, & t=k\,T_b \quad k=\pm1, \pm2, \pm3 \end{cases}$$

$P(f) = \mathcal{F}\{p(t)\}$ τότε $\boxed{\sum_{k=-\infty}^{+\infty} P(f+k\,R_b) = T_b}$ ⇝ για να είναι παλμός Nyquist

π.χ. 1η περίπτωση



έστω ότι $BW < \frac{R_b}{2}$

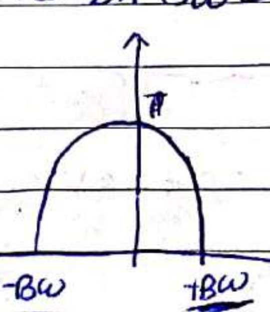


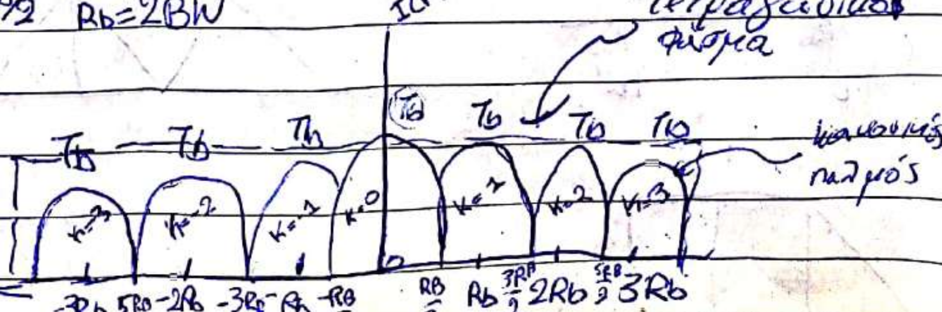
Έχει κενά άρα δεν είναι παλμός τύπου Nyquist. Πρέπει στο πεδίο της συχνότητας να είναι παντού T_b.

π.χ. 2η περίπτωση

Έστω ότι $BW = R_b/2$ $R_b = 2BW$

$I(f) = T_b, \ -\infty < f < +\infty$

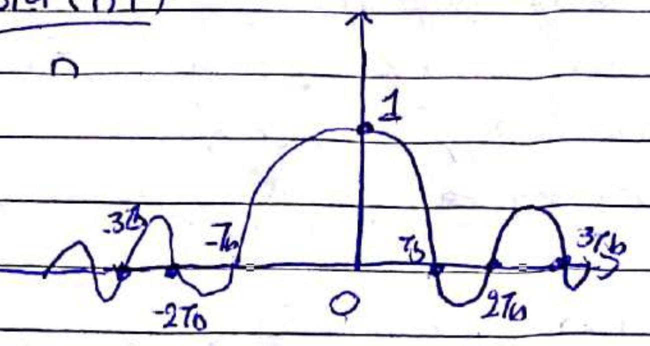




Για να εξασφαλίσω ότι θα είναι παντού T_b μπορώ να χρησιμοποιήσω τετραγωνικό παλμό

Αν το μετατρέψω στου χρόνο

$sinc(\pi t) = \frac{\sin(\pi t)}{\pi}$



Μειονεκτήματα

- Ο τετραγωνικός παλμός δεν χρησιμοποιείται γιατί απλώνεται πολύ στο πεδίο του χρόνου, παρόλο που είναι Nyquist - Δημιουργείται πρόβλημα καθώς ο συγχρονισμός πρέπει να είναι πολύ ακριβής (πρακτικά αδύνατο).

Πλεονεκτήματα

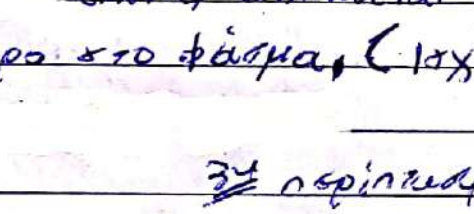
+ Ο οικονομικότερος παλμός από άποψη εύρους ζώνης. Επειδή απλώνεται στο πεδίο του χρόνου καταλαμβάνει μικρό χώρο στο φάσμα. (Ισχύει η αντίστροφη σχέση συχνότητας - χρόνου

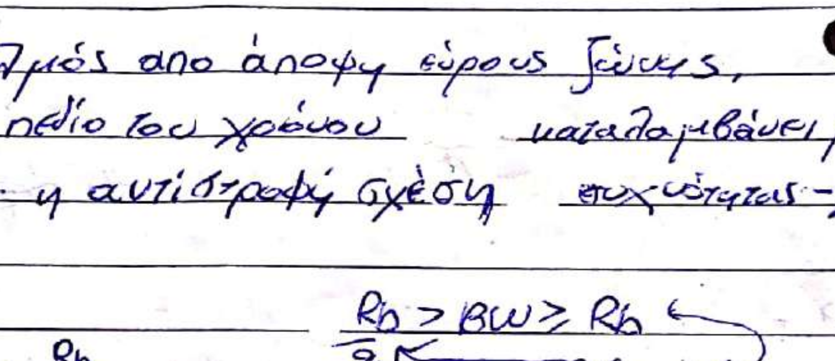
3η περίπτωση

π.χ. $R_b < 2BW$ ή $BW > \frac{R_b}{2}$

$R_b \geq BW \geq \frac{R_b}{2}$ το $0 \leq \alpha \leq 1$

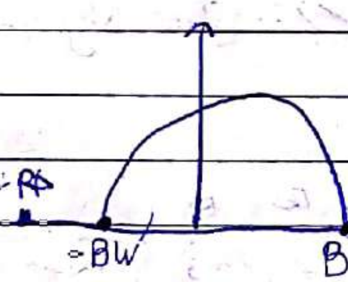
Πεοσωσα εύρος ζώνης του ρυθμίζ ο σχεδιαστής του φίλτρ





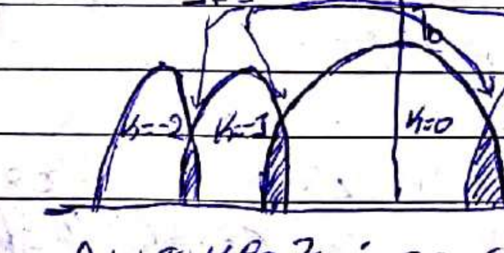
Διασυμβολική παρεμβολή (αθροίζεται)

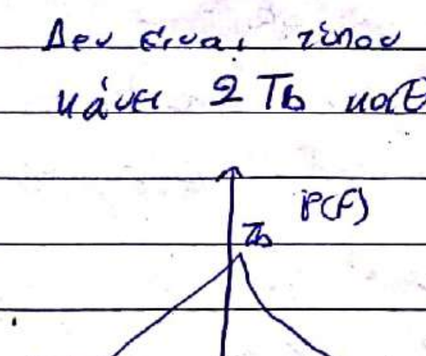
Δεν είναι τύπου Nyquist γιατί εκεί που θα εφάπτονται θα κάνει 2Tb καθώς οι παλμοί αθροίζονται



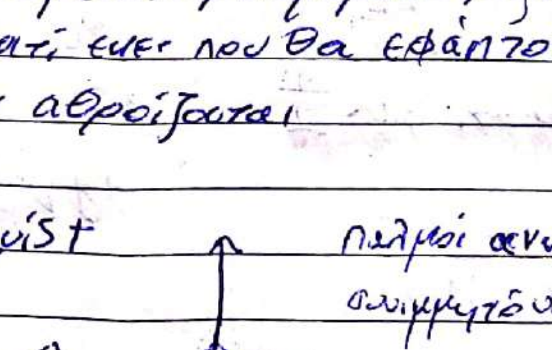
Είναι Nyquist

παλμοί ανυψωμένου συνημιτόνου





πλεονάζον εύρος ζώνης



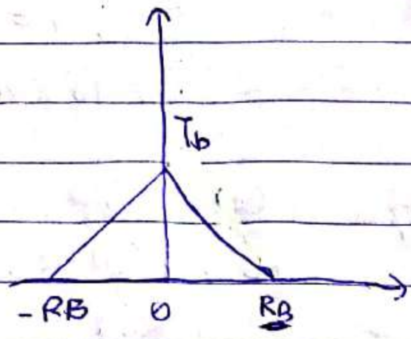
Το εύρος ζώνης (BW) = $\boxed{\frac{R_b}{2}(1+\alpha)}$ $0 \leq \alpha \leq 1$

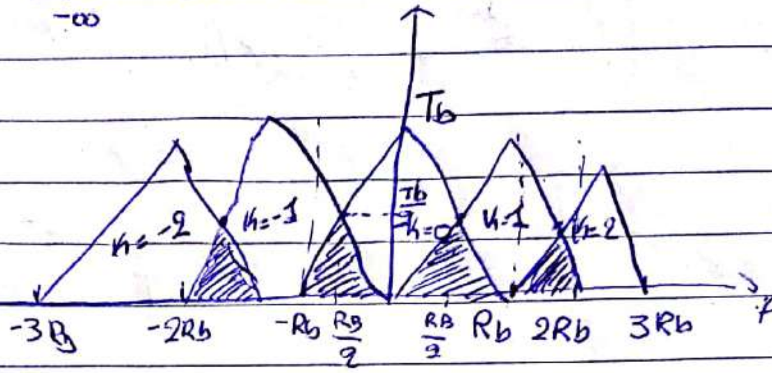
$P(f+2R_b)+P(f+R_b)+P(f)+P(f-R_b)+P(f-2R_b)$

$k=2 \quad k=1 \quad k=0 \quad k=1 \quad k=2$

No.
Date

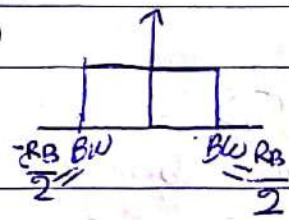
$\sum_{-\infty}^{+\infty} P(f \pm kR_B)$ 27/11/2019





όταν αθροίζεται το πλάτος φθάνει το άθροισμα να είναι T_b άρα είναι Nyquist. 1

"A περίπτωση"



$P(t) = F\{P(f)\} = T_b \cdot R_b \cdot sinc(t \cdot R_B)$

$rect(t) = \begin{cases} 1, & |t| \le t/2 \\ 0, & |t| \ge t/2 \end{cases} \xrightarrow{F} T sinc(fT)$

$P(t=0) sinc(0) = sinc(0) = 1$ — απροσδιοριστία

$\frac{sin(\pi t R_B)}{\pi t R_B}$

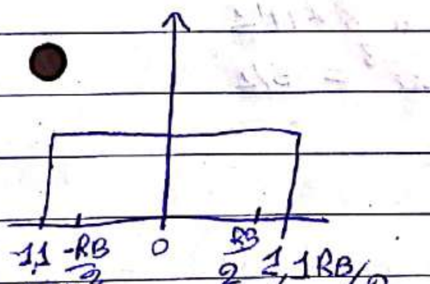
$-\frac{1}{2}$ $\frac{1}{2}$

$P(t=k \cdot R_b) = \frac{sinc(\pi k \cdot T_b \cdot R_b)}{\pi k T_b \cdot R_b}$ Άρα μηδενίζει σε ακέραια πολλαπλάσια άρα είναι τύπου Nyquist.

"B περίπτωση"

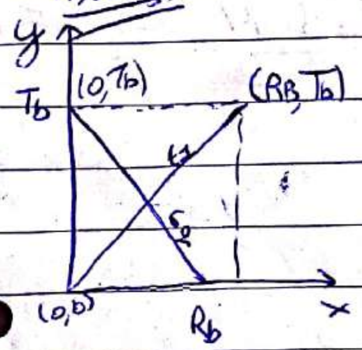
$P(t) = F\{P(f)\} = T_b \cdot 1,1 R_b \, sinc(t \cdot 1,1 \cdot R_b)$

$= 1,1 \cdot sinc(1,1 \cdot R_b \cdot t) = 1,1 \, \frac{sin(1,1 \cdot \pi \cdot R_b \cdot t)}{1,1 \cdot \pi \cdot R_b \cdot t}$



Άρα δεν είναι τύπου Nyquist γιατί για $t=0$, $p(0) = 1,1 \ne 1$.

Απόδειξη ότι ισαπέχουν



$\varepsilon_1 = y_1 = a \cdot x$ άρα $x = R_B \rightsquigarrow y = T_b$

$T_b = a \cdot R_B \Rightarrow a = \frac{T_b}{R_b}$

Άρα η εξίσωση ε1 θα είναι $\Rightarrow y = \frac{T_b}{R_b} \cdot x$

$y_2 = ax + b$

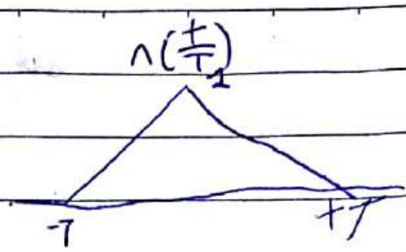
ε_2: $x=0 \rightsquigarrow y = T_b \Rightarrow T_b = a \cdot 0 + b \Rightarrow b = T_b$

$y=0 \rightsquigarrow x = R_b \Rightarrow 0 = a \cdot R_b + b \Rightarrow a = -\frac{T_b}{R_b}$

Άρα $y_2 = -\frac{T_b}{R_b} x + T_b$ $\quad y_1 + y_2 = T_B$

no.
Date . .

$\Lambda\left(\frac{t}{T}\right) = \begin{cases} 1-\frac{t}{T}, & t \le T \\ 0, & |t| > T \end{cases}$



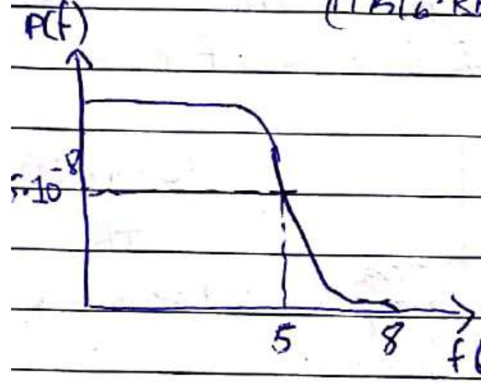
Όπου $T = R_B$ και T_b αντίστοιχα 1

$\xrightarrow{F} \frac{1}{T} \cdot sinc^2(f \cdot T)$

Άρα $p(t) = F^{-1}\{P(f)\}$
$= T_b \cdot R_b \cdot sinc^2(t \cdot R_b)$
$= sinc^2(t \cdot R_b)$
$= \frac{\sin^2(\pi t R_b)}{(\pi t R_b)^2} = 1$

$\lim_{t \to 0} \frac{\sin^2(\pi t R_b)'}{(\pi t R_b)^{2\,\prime}} = \frac{2\sin(\pi t R_b)\,\pi R_b \cos(\pi t R_b)}{2(\pi t R_b)\cdot \pi R_b} = 1$

$P(k \cdot T_b) = \frac{\sin^2(\pi k T_b \cdot R_b)}{(\pi k T_b \cdot R_b)^2}$



Άσκηση
Είναι Nyquist από δεδομένα
Να βρώ το εύρος ζώνης (BW)
το πλεονάζον εύρος ζώνης (α)
τον ρυθμό μετάδοσης bit (R_B)
και την διάρκεια bit (T_b)

i) BW

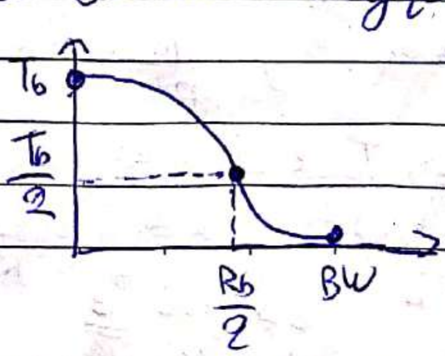
Ισχύει ότι $\frac{R_b}{2} \le BW \le R_b$ Το BW είναι 8 MHz
Το πλάτος είναι $\frac{T_b}{2}$. Άρα $5 = R_B/2$ και $5 \cdot 10^{-8} = T_B/2$
Άρα $R_B = 20$ Mbps και $T_b = 10^{-7}$

ii) $\frac{R_b}{2} \le BW \le R_b$ $\quad BW = \frac{R_b}{2}(1+a) \Rightarrow$

$a=0 \quad a=1 \quad 8M = \frac{10M}{2} \Rightarrow a = 0.6$

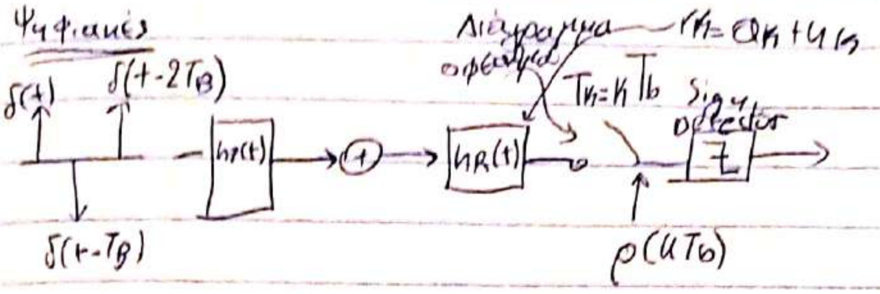
άρα 60%

Άρα αν είναι Nyquist γενικά



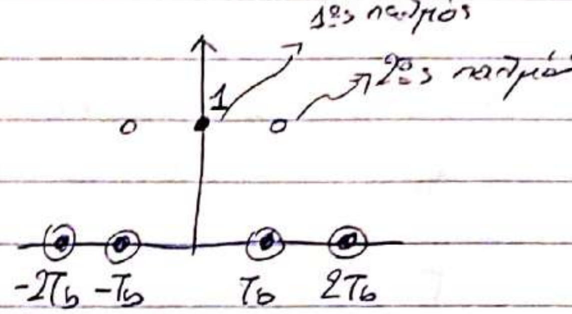
3/12/2019

Ψηφιακές



Παλμοί Nyquist

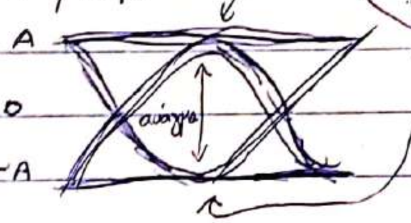
$$p(t) = \begin{cases} 1, & t = 0 \\ 0, & t = nT_b \\ & n = \pm 1 \pm 2 \pm 3 \end{cases}$$



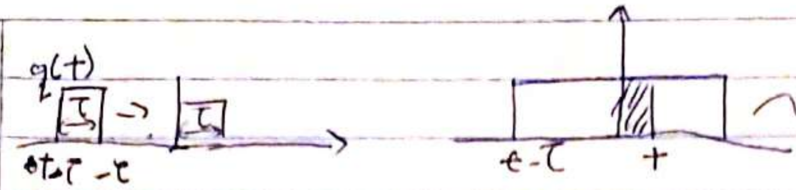
Όταν δειγματοληπτούμε στα ακέραια πολλαπλάσια του T_b παίρνουμε μόνο τον 1ο ή τον 2ο παλμό, Άρα το ISI = 0

Διάγραμμα Οφθαλμού

Αποτυπώνει τις πιθανές περιπτώσεις που μπορεί να περάσει το σήμα. Όλες τις δυνατές διαφορές των παλμών κατά την εκπομπή.

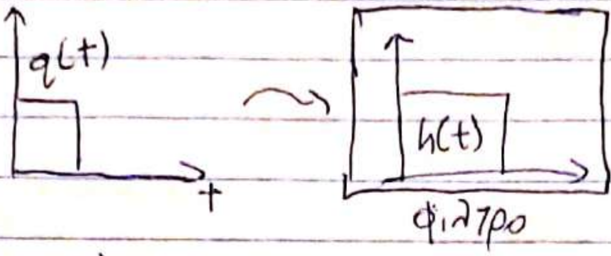


- Ιδανική στιγμή δειγματοληψίας στο διάγραμμα κορυφή.
- Αν δεν έχουν κοινή κορυφή πλάτος π.χ δεν είναι A ή -A τότε υπάρχει ISI
- Το επίπεδο του θορύβου από το άνοιγμα του ματιού. Αν δεν υπάρχει άνοιγμα τα επίπεδα του θορύβου είναι υψηλά. Άρα μπορούν να συμβούν λάθη

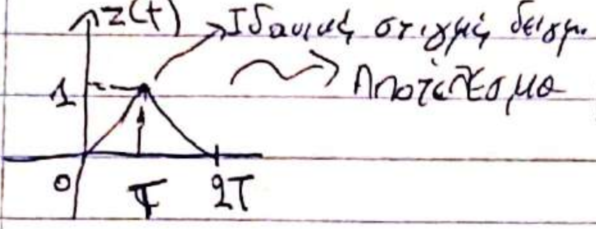


$\rightsquigarrow z(t) = t, \; 0 \le t \le T$

$z(t) = 2T - t, \; T \le t \le 2T$



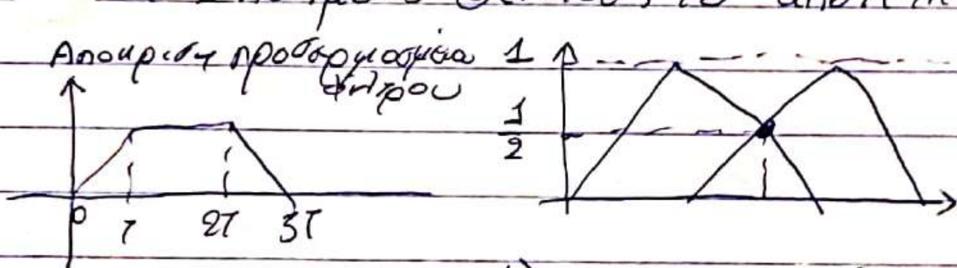
$$\rightsquigarrow z(t) = q(t) * h(t) = \int_{-\infty}^{+\infty} h(\tau) \cdot q(t-\tau)\, d\tau$$

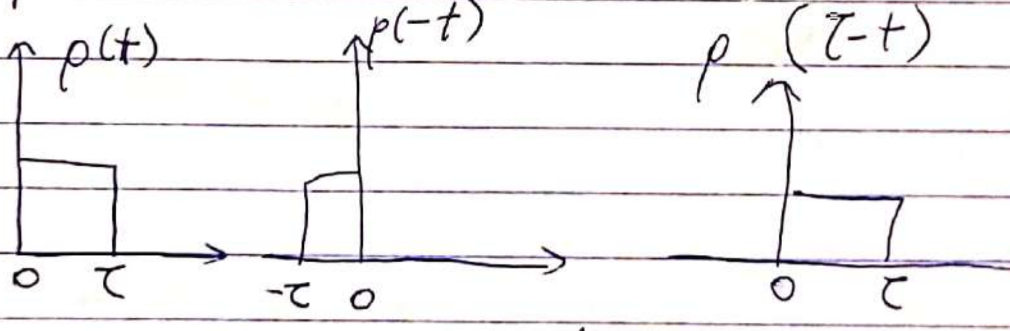


$\rightsquigarrow$ Αποτέλεσμα μετά την συνέλιξη (κοινό εμβαδόν)

Αν είχα αρνητικό το τρίγωνο θα πήγαινε από κάτω. Ο παλμός που πρόκειται είναι Nyquist, ζογκρίνοντας,

<u>Με 2 παλμούς θετικούς το αποτέλεσμα της συνέλιξης</u>





Να δω σελίδα 46 από διαφάνειες

Παλμοί Nyquist 10/12/2019

$M=2 \rightarrow \frac{R_B}{2} \le BW \le R_B \qquad R_S = \frac{R_B}{\log_2 M}$

$M \qquad \frac{R_S}{2} \le BW \le R_S$

π.χ.

$R_B = 20$ Mbps M;

$BW = 5{,}5$ MHz

$$\frac{R_S}{2} \le BW \le R_S \Rightarrow \frac{R_b}{2\log_2(M)} \le BW \le \frac{R_b}{\log_2(M)} \Rightarrow$$

$$\frac{20M}{2\log_2(M)} \le 5{,}5M \le \frac{20M}{\log_2(M)} \Rightarrow \log_2(M) \ge \frac{10}{5{,}5} \Rightarrow \log_2(M) \ge 1{,}82$$

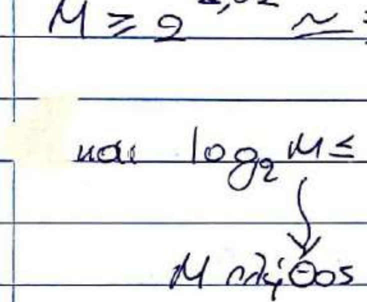
$M \ge 2^{1{,}82} \simeq 3{,}5$ άρα $M \ge 4$

και $\log_2 M \le \frac{20}{5{,}5} \Rightarrow M \le 2^{3{,}64} \Rightarrow M \le 12{,}47 \Rightarrow M \le 12$

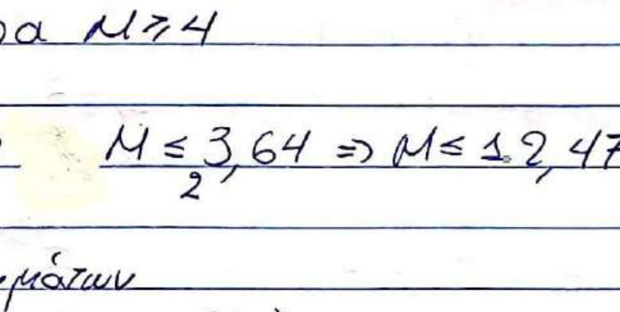
M πλήθος των σημάτων

Για να μειώσω το εύρος ζώνης (BW) πρέπει να μεγαλώσει η διάρκεια του παλμού, για να αυξηθεί η διάρκεια των παλμών χρησιμοποιούμαι διπλοδιαδικούς παλμούς.

Σχήμα



Σχήμα στο πεδίο των συχνοτήτων



Στο σημείο που συμβαίνει το ISI η τιμή που παίρνει το ISI είναι ελεγχόμενη και την γνωρίζω από πριν. Π.χ. στο παράδειγμα το ISI είναι καθώς και 2 παλμοί κατά την δειγματοληψία έχουν πλάτος 1.

- Bit εκπομπής : 1 1 0 1 1 0 0 0
Δείγματα λήψης 1 2 0 0 2 0 -2 -2
Bit λήψης 1 1 0 1 1 0 0 0

π.χ. $r(t) = \frac{\sin(\pi R_b t)}{\pi R_b t(1 - R_b t)}$ είναι Nyquist ο διπλοδιαυός;

Βάζω όπου $t=0$ και όπου $t=T_B$ και τα δύο πρέπει να είναι 1 για να είναι διπλοδιαυός. Αν

$r(t=kT_b) = \frac{\sin(k\pi)}{k\pi(1-k)} = 0$ για $k \neq 0, 1$ γιατί μηδενίζει κάθε 180°

ο διπλοδιαυός
+ εύρος ζώνης $R_B/2$
+ εξασθενεί γρήγορα $1/t^2$
- Δεν είναι πρακτικά υλοποιήσιμος

$r(t) = r_N(t) + r_N(t - T_b) \xrightarrow{F}$ Διπλοδιαυός: αθροισμα 2 παλμών Nyquist

$= R_N(f) + R_N(f)e^{-j2\pi f T_b}$

$= R_N(f)e^{-j\pi f T_b}(e^{j\pi f T_b} + e^{-j\pi f T_b})$

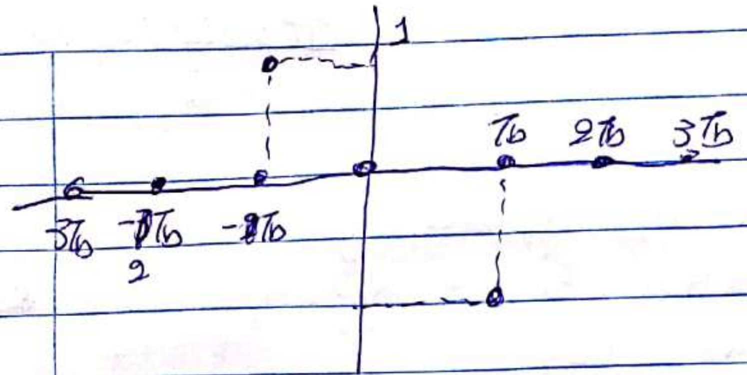
$$\left(e^{-jx} + e^{jx} = 2\cos(x)\right)$$

$R(f) = 2R_N(f) \cdot \cos(\pi f T_b) \cdot e^{-j\pi f T_b}$

$R(f=0) = 2 \cdot R_N(0) = 2T_b$ άρα υπάρχει DC συνιστώσα

$f_0 = \frac{R_b}{2}$ ← εύρος ζώνης

Τροποποιημένοι διπλοδιαυοί για να αποφύγουμε την DC συνιστώσα που χρησιμοποιείται για τροφοδοσία της πηγής



$r(t) = r_1(t+T_b) - r_1(t-T_b)$

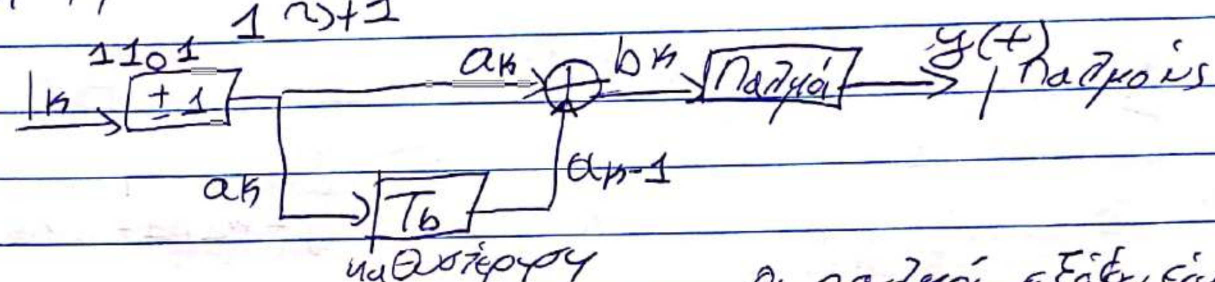
$R(f) = \mathcal{F}\{r(t)\} = R_1 e^{j\pi f T_b} - R_1 e^{-j\pi f T_b}$

$= 2j\, F_1(t) \sin(\pi f T_b)$

$= f_0 = \frac{R_b}{2} \rightarrow BW$

$R(0) = 0 \rightarrow$ όχι DC

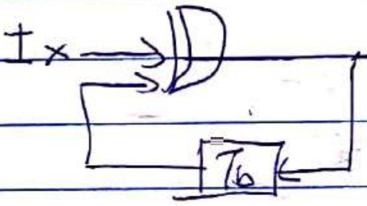
Διάγραμμα διπλοδυαδικό



οι παλμοί εξόδου είναι +2 0 0 +2

(–) 1 λάθος bit επηρεάζει και τα επόμενα όλα λάθος BIT

$I_k = \frac{1}{2}\left(2 - |y(kT_b)|\right)$ $0 \rightarrow 1$, $\pm 2 \rightarrow 0$



$r(t) = r_1(t+T_b) - r_1'(t-T_b)$

$r(0) = r_1(T_b) - r_1(-T_b) = 0 - 0 = 0$

"0" { όχι Nyquist, όχι διπλοδυαδικός

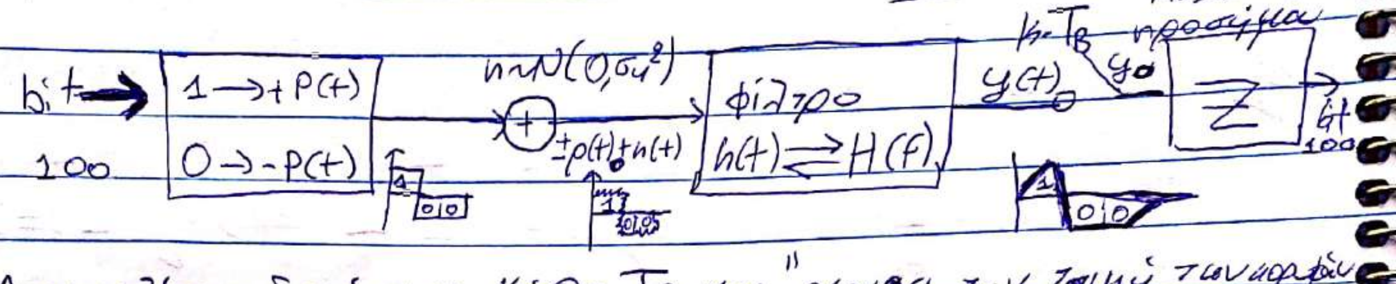
$r(-T_b) = r_1(0) - r_1(-2T_b) = 1 - 0 = 1$

$r(T_b) = r_1(2T_b) - r_1(0) = 0 - 1 = -1$

Τροποποιημένος Διπλοδυαδικός.

ψηφιακές

11/12/2019



Ανοιγοκλείνει ο διακόπτης κάθε T_B και "περνάει την τιμή των αριθμών
π.χ 1,1 και −0,9 και −0,8 άρα βγάζει 100.

Σκοπός ανάλυσης
1) Πιθανότητα σφάλματος bit P_{BE}
2) Κρουστική απόκριση φίλτρου που θα ελαχιστοποιεί την P_{BE}

$$y(t)=[\pm p(t)+n(t)]*h(t)=\pm \underbrace{p(t)*h(t)}_{p_0(t)}+\underbrace{n(t)*h(t)}_{n_0(t)}=$$
$$\pm p_0(t)+n_0(t)$$

Άρα $y_0=y(T_B) \Rightarrow y_0=\pm \underbrace{P_0(T_B)}_{\text{σταθερά} \to A}+\underbrace{n_0(T_B)}_{N \text{ σε GAUSSIAN}} \Rightarrow y_0=\pm A+\nu$

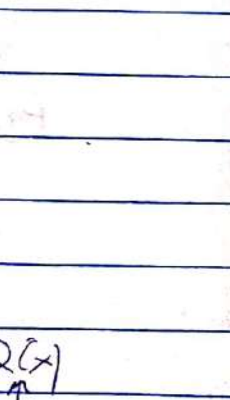
Υπόθεση ότι έστειλα: 1 θετικό bit
$y_0=+A+\nu$
$P_{BE(1)}=Pr\{y_0<0\}=Pr\{A+n<0\}=Pr\{\nu<-A\}=Pr\{n>A\}$
$=Q\left(\frac{A-0}{\sqrt{\sigma_N^2}}\right)$ άρα $P_{BE1}=Q\left(\frac{A}{\sigma_n}\right)$

Υπόθεση "0" $y=-A+n$
$P_{BE|0}=Pr\{y_0>0\}$ άρα $P_{BE0}=Q\left(\frac{A}{\sigma_n}\right)$

$P_{BE}=Pr\{1\}\cdot P_{BE\{1\}}+Pr\{0\}\cdot P_{BE\{0\}}$

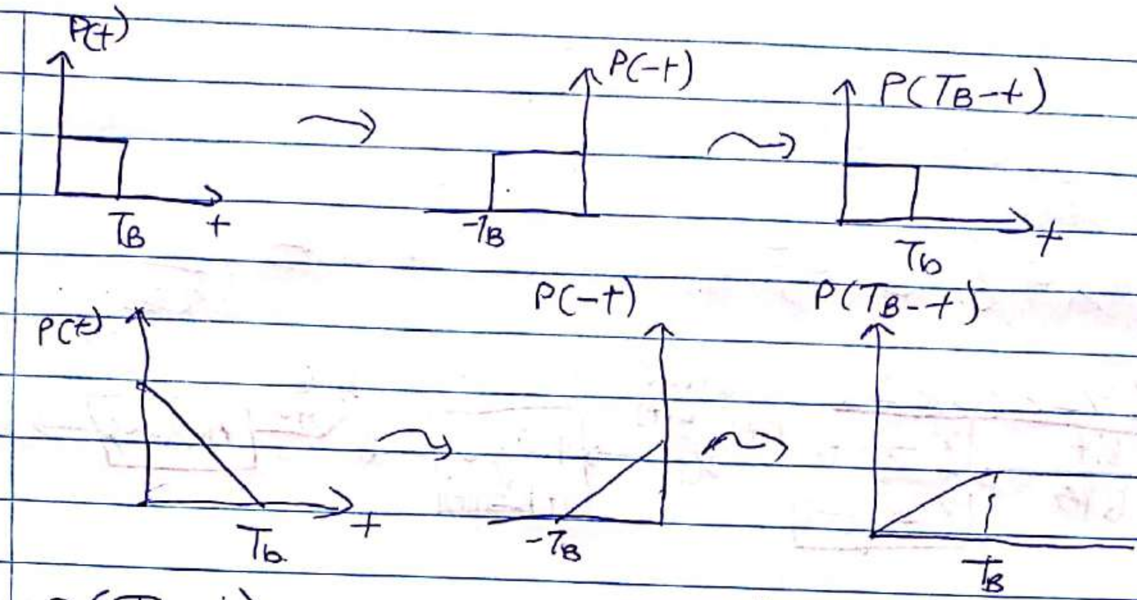
πιθανότητα να στείλουμε 1 — πιθανότητα να στείλουμε 0

$P_{BE}=Q\left(\frac{A}{\sigma_n}\right)$
$=Q(\sqrt{\gamma^2})$



$$\boxed{h(t)=P(T_B-t)}$$

κρουστική που μεγιστοποιεί το SNR και ονομάζεται κρουστική απόκρισης



$P(T_B - t)$ μεγιστοποιεί το SNR.

$$P_o(t) = p(t) * h(t) = \int p(\tau)\cdot h(t-\tau)\,dt$$
$$A = P_o(t = T_B) = \int_0^{T_B} p(\tau)\cdot h(T_B-\tau)\,d\tau = P(t)$$

<u>Τύπος κρουστικής</u>

$$h(t) = p(T_B - t) \Rightarrow h(T_B - \tau) = p[T_B - (T_B-\tau)] = p(\tau)$$

$\sigma_u^2 = \frac{N_0}{2}$ (AWGN) $\quad \gamma^2 = \frac{A^2}{\sigma_u^2} \Rightarrow \gamma^2 = \frac{E_B}{\frac{N_0}{2}} \Rightarrow \boxed{\gamma^2 = \frac{2E_p}{N_0}}$

SNR μέγιστο
Δεν εξαρτάται από σχήμα του παλμού μόνο από την ενέργεια του παλμού.

$B_0 = P_r\{1\}\cdot E_p\{1\} + P_r\{0\}\cdot E_p\{0\}$
$E_B = E_p$

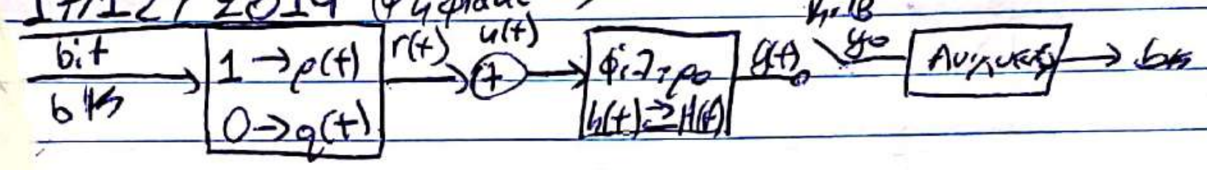
$$P_{BE} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}\right)$$

Πχ

$P_{BE} = ; \frac{E_b}{N_0} = 10dB$

Προσοχή! Ο Άξονας είναι σε dB $\left(\frac{E_b}{N_0}\right)$ πάντα

17/12/2019 (ψηφιακές)



bit "1" $\to p(t) \rightsquigarrow r(t) = p(t) + u(t)$ και $y(t) = r(t) * h(t) =$
$\underbrace{p(t) * h(t)}_{p_0(t)} + \underbrace{u(t) * h(t)}_{n_0(t)} = p_0(t) + n_0(t) \rightsquigarrow y_0 = P_0(T_B) + n_0(T_B)$
$= P_0 + V_0$

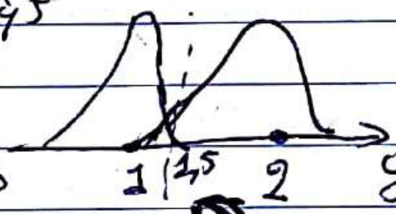
bit(t) "0" $\rightsquigarrow q(t) \to y(t) = q_0(t) + n_0(t)$ σταθερή τιμή

$y_0 = q_0 + V_0$

$\frac{N_0}{2}$ (λευκός θόρυβος)

$\frac{N_0}{2}$

Ανιχνευτής



Ισοπίθανα bit

κατώφλι απόφασης

$\boxed{a_0 = \frac{P_0 + q_0}{2}}$ κατώφλι απόφασης του ανιχνευτή $\rightsquigarrow \boxed{a_0 = \frac{E_p - E_q}{2}}$

Υπόθεση $p(t)$

$P_{EB|1} = P_r\left\{y_0 < a_0\right\} = P_r\left\{v_0 < \frac{q_0 - p_0}{2}\right\} = P_r\left\{v_0 > \frac{p_0 - q_0}{2}\right\}$

$= Q\left(\frac{\overbrace{P_0 - q_0}^{\gamma}}{2\sqrt{\frac{N_0}{2}}}\right) = Q\left(\frac{\gamma}{2}\right)$

Υπόθεση $q(t)$

$P_{EB|0} = \ldots = Q\left(\frac{\gamma}{2}\right) \qquad P_{EB} = \frac{1}{2} P_{EB|1} + \frac{1}{2} P_{EB|0} = Q\left(\frac{\gamma}{2}\right)$

Ποιο $h(t)=$; έτσι ώστε να έχω $\max\{\gamma\}$, άρα $\min\{P_{BE}\}$

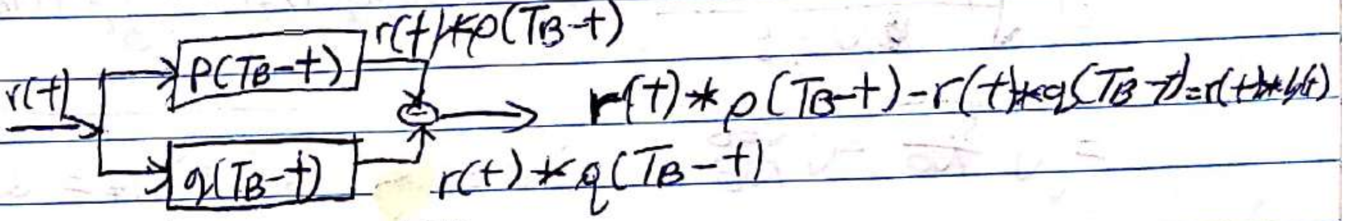
Απάντηση: Το προσαρμοσμένο φίλτρο

$$\boxed{h(t) = p(T_B - t) - q(T_B - t)}$$

$$\boxed{\max \gamma = \sqrt{\frac{E_p + E_q - 2E_{pq}}{N_0/2}}}$$ όπου $E_{pq} = \int_0^{T_B} p(t)\cdot q(t)\,dt$

$$E_p = \int_0^{T_B} p^2(t)\,dt$$

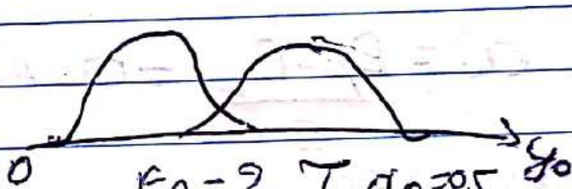
$$E_q = \int_0^{T_B} q^2(t)\,dt$$



Αποδομοποιώντας το φίλτρο

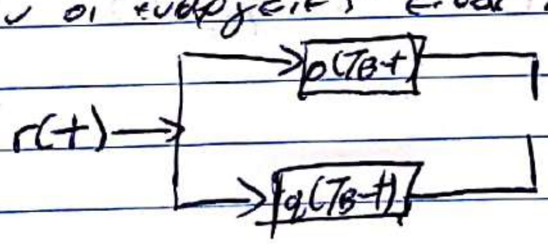
$y_p(T_B) > y_q(T_B) + a_0$

$(1 + 0,5 = 1,5)$



$\left.\begin{matrix} E_p = 2 \\ E_p = 1 \end{matrix}\right\} a_0 = 0,5$

Αν οι ενέργειες είναι ίδιες $E_p = E_q$



$$P_{BE} = Q\left(\sqrt{\frac{E_p + E_q - 2E_{pq}}{2N_0}}\right)$$

Λυμένη εφαρμογή τύπων

2-PAM

$1 \to p(t)$
$0 \to q(t) = -p(t)$ $\Big\} E_p = E_q$

Μέση ενέργεια / bit

$E_b = \frac{1}{2} E_p + \frac{1}{2} E_q \Rightarrow E_B = E$

φίλτρο $h(t) = p(T_B - t)$

$\gamma = \sqrt{\frac{E_p + E_p - 2(-E_p)}{N_0/2}}$ $\quad E_{pq} = \int_0^{T_B} p(t)q(t)dt = -\int_0^{T_B} p^2(t)dt = -E_p$

$= \sqrt{\frac{8E_p}{N_0}} = \sqrt{\frac{8E_b}{N_0}}$ $\quad P_{BE} = Q\left(\frac{\gamma}{2}\right) \Rightarrow P_{BE} = Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_0}}\right)$

$\alpha_0 = \frac{E_p - E_q}{2} = 0$ Ανιχνευτής προσήμου

ON-OFF

$1 \to p(t) \to E_p$
$0 \to q(t) = 0 \to E_q = 0$ και $E_{pq} = 0$

φίλτρο

$h(t) = p(T_B - t)$

Μέση ενέργεια/bit

$E_B = \frac{1}{2} E_p + \frac{1}{2} \cdot 0 \Rightarrow E_p = 2E_B$

$P_{BE} = Q\left(\sqrt{\frac{E_p + 0 - 2 \cdot 0}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$

κατώφλι απόφασης

$\alpha_0 = \frac{E_p - 0}{2} = \frac{E_p}{2}$

Συγκρίνοντας η 2-PAM έχει μικρότερο PBE γιατί η συνάρτηση Q είναι φθίνουσα.

$P_{BE} = 10^{-4}$

PAM: E_b/N_o;

On/Off: $\frac{E_b}{N_b}$ =;

PAM $Q\left(\sqrt{\frac{2E_b}{N_o}}\right) \overset{\text{Ισχύει}}{=} 10^{-4} \Rightarrow \sqrt{\frac{2E_b}{N_o}} = 3{,}7 \Rightarrow \frac{E_b}{N_o} = \frac{3{,}7^2}{2}$

$\Rightarrow 6{,}845$

$$\boxed{\left(\frac{E_b}{N_o}\right) \text{σε dB} = 8{,}4 \text{ dB}}$$

ON-OFF $Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_o}}\right) = 10^{-4} \Rightarrow \sqrt{\frac{E_b}{N_o}} = 3{,}7 \Rightarrow \frac{E_b}{N_o} = 3{,}7^2$

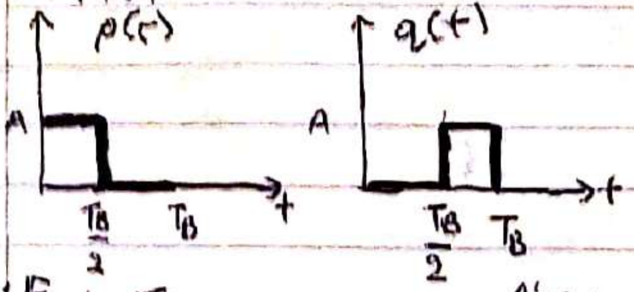
$\frac{E_b}{N_o} = 13{,}7$

$\frac{E_b}{N_o} = 11{,}4 \text{dB}$

Η διαφορά κατά 3 dB προκύπτει από την Q

18/12/2019

2-PPM



E_p; E_q;

$$E_p = \int_0^{T_B} p^2(t)\,dt \Rightarrow E_p \overset{\text{Λύση}}{=} \int_0^{T_B/2} A^2\,dt = \frac{1}{2}A^2 T_B = E_p$$

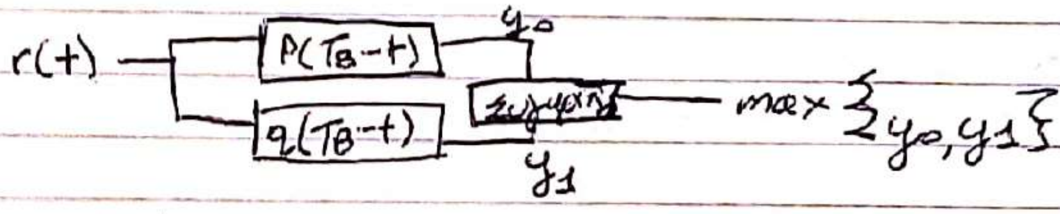
$$E_q = \int_0^{T_B} q^2(t)\,dt \Rightarrow E_q = \int_{T_B/2}^{T_B} A^2\,dt = \frac{1}{2}A^2 T_B = E_q$$

Μέση ενέργεια/bit

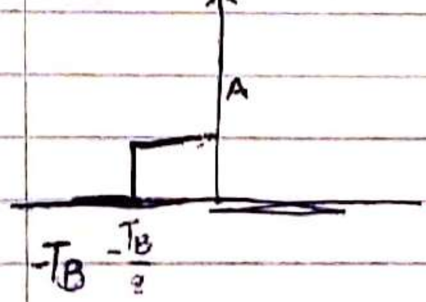
$$E_b = 1/2\,E_p + \frac{1}{2}E_q \Rightarrow E_b = \mathcal{E}$$

Κρουστική απόκριση (Δέκτης)

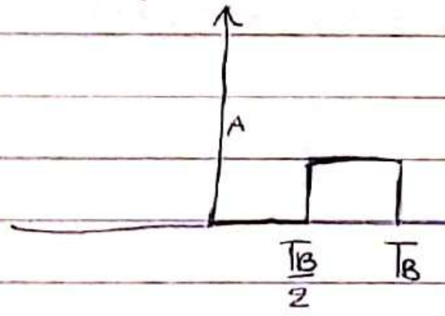
$$h(t) = p(T_B - t) - q(T_B - t)$$



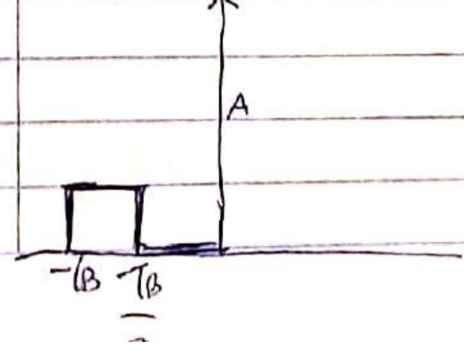
$p(-t)$



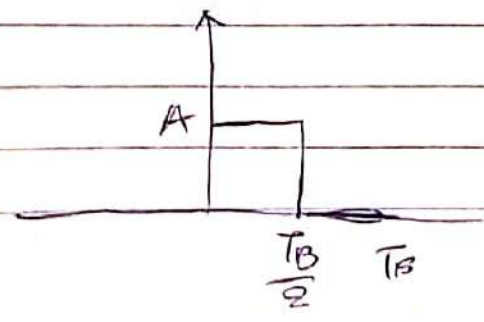
$p(T_B - t) = q(t)$ για το $p(t)$



$q(-t)$



$p(T_B - t) = p(t)$



iii) $P_{BE} = ;$

$$P_{BE} = Q\left(\sqrt{\frac{E_p + E_q + E_{pq}}{2N_0}}\right) = Q$$

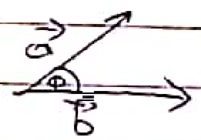
$$E_{pq} = \int_0^{T_B} p(t)q(t)\,dt = 0$$

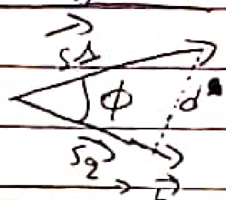
iv) Επιθυμούμε $P_{BE} = 2\cdot 10^{-3}$ πρέπει $\sqrt{\frac{E_b}{N_0}} = 2{,}8 \Rightarrow \frac{E_b}{N_0} = 2{,}8^2$

$\frac{E_b}{N_0} = 8{,}9\,dB$ (Πάντα σε dB)

Αν θέλω την ίδια P_{BE} για 2-PAM θα απαιτεί -3dB λιγότερα

Άλγεβρα σημάτων





$\vec{a}\cdot\vec{b} = a\cdot b\cdot\cos(\phi)$

$\cos\phi = \frac{\vec{a}\cdot\vec{b}}{a\cdot b}$

(-1,1)

Συντελεστής συσχέτισης

$$\rho = \frac{\langle s_1(t), s_2(t)\rangle}{\|s_1(t)\|\cdot\|s_2(t)\|}$$

Αν $\langle s_1(t), s_2(t)\rangle = \int_0^{T_S} s_1(t)\cdot s_2(t)\,dt$ αν $s_1 \perp s_2$ τότε το εσωτερικό γινόμενο $= 0$

Αν $\langle s_1(t), s_1(t)\rangle = \int_0^{T_S} s_1(t)\cdot s_1(t)\,dt \Rightarrow E_{s_1} = \|s_1(t)\|^2$

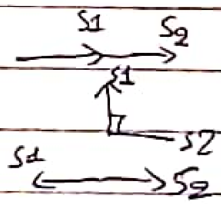
$\|s_1(t)\| = \sqrt{E_{s_1}}$

$$d^2 = \|s_1(t) - s_2(t)\|^2$$

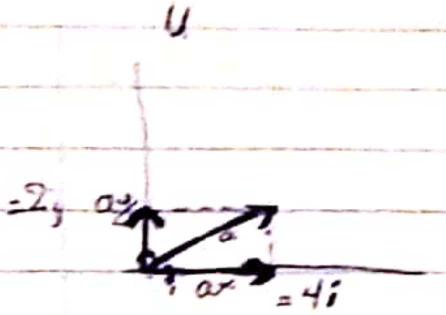
$\rho = 1$ ομόρροπα

$\rho = 0$ κάθετα

$\rho = -1$ αντίρροπα



Πριν τοποθετήσω διανύσματα πρέπει να ξέρω τι χώρο έχω



$\vec{a} = 4\hat{i} + 2\hat{j}$ $\|\hat{i}\| = \|\hat{j}\| = 1$ $\hat{i} \perp \hat{j}$ $\langle \hat{i}, \hat{j} \rangle = 0$

$N=2$ διαστάσεις

Θεώρω τα σήματα ως διανύσματα και σχηματίζουμε ορθοκανονική βάση

Βάση του χώρου

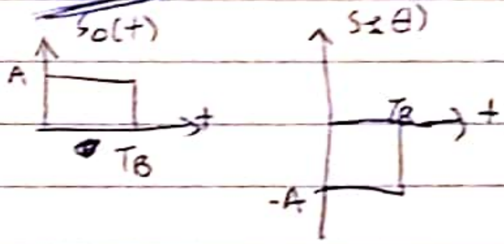
$\|\varphi_n(t)\| = 1$ Ενέργεια $= 1$

$\varphi_n(t) \perp \varphi_l(t)$ $\int_0^T \varphi_n(t) \cdot \varphi_l(t) dt = 0$

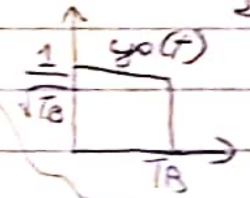
Κατασκευάζω τον χώρο από Gram-Schmidt και βάζω τα διανύσματα στο χώρο. Αν μου δώσει 2 σήματα την τρέχω 2 φορές την μέθοδο, αν έχω 4 σήματα την εφαρμόζω 4 φορές.

Μέθοδος Gram-Schmidt

2-PAM



Για επιβεβαίωση η ενέργεια πρέπει να είναι 1



1ο Βήμα

$$y_0(t) = \frac{S_0(t)}{\sqrt{E_0}} = \frac{A}{\sqrt{A^2 T_B}} = \frac{1}{\sqrt{T_B}}, \quad 0 \leq t \leq T_B$$

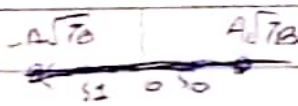
$$E_0 = \int_0^{T_B} S_0^2(t) dt = A^2 T_B \qquad \boxed{S_0 = A\sqrt{T_B} \cdot y_0}$$

2ο Βήμα

$$y_1(t) = \frac{S_1(t) - C_{1,0}\, y_0(t)}{\sqrt{E_1}}$$

το E_1 είναι η ενέργεια του αθροίσματος επειδή αποδίδει

(α) $C_{1,0} = \int_0^{T_B} S_1(t) \cdot y_0(t) = \int_0^{T_B} -A \cdot \frac{1}{\sqrt{T_B}} = -A\sqrt{T_B}$

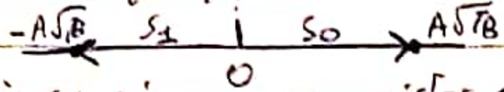


(β) $s_1(t) - C_{10} y_0(t) = -A - \cancel{(-A\sqrt{T_B})} \cdot \frac{1}{\cancel{\sqrt{T_B}}} = 0$

άρα το $y_1(t) = 0$ Άρα $N = 1$

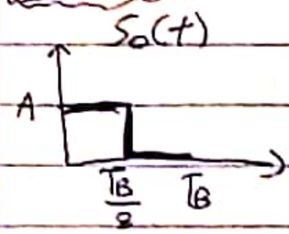
Άρα $s_1 = -A\sqrt{T_B} \cdot y_0$

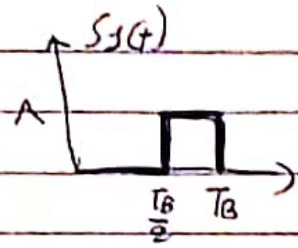
Διάγραμμα αστερισμού



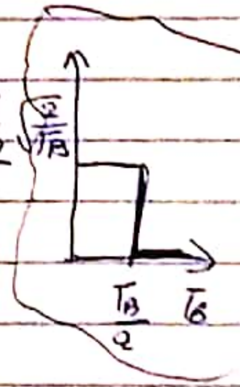
Τα σήματα έχουν ίσες μακρινές θέσεις

2-PPM





$$y_0(t) = \frac{s_0(t)}{\sqrt{E_0}} = \frac{A}{\sqrt{\frac{1}{2}A^2 T_B}} = \sqrt{\frac{2}{T_B}}, \quad 0 \le t < \frac{T_B}{2}$$



$$s_0 = A\sqrt{\frac{T_B}{2}} \cdot y_0$$

$$y_1(t) = \frac{s_1(t) - \overset{0}{C_{10}} y_0(t)}{\sqrt{E_1}} \Rightarrow y_1(t) = \frac{s_1(t)}{\sqrt{E_1}} = \frac{A}{\sqrt{\frac{1}{2}A^2 T_B}} = \sqrt{\frac{2}{T_B}}$$

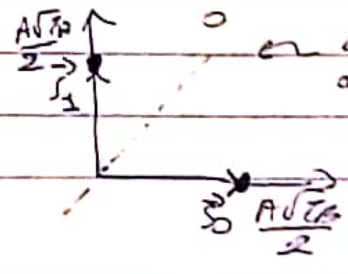
$\frac{T_B}{2} \le t \le T_B$

(α) $C_{10} = \int_0^{T_B} s_1(t) y_0(t)\, dt = 0$

(β) $E_1 = \int_0^{T_B} s_1^2(t)\, dt = \frac{1}{2} A^2 T_B$

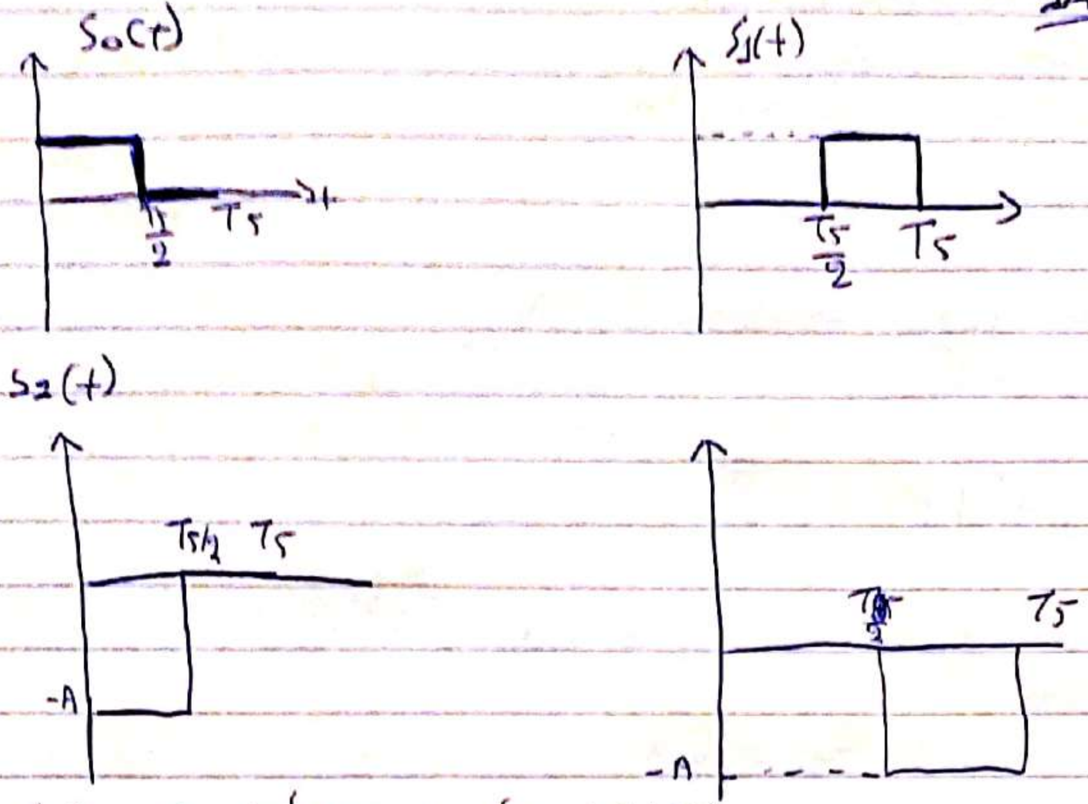
Είναι και κάθετα γιατί $\langle \psi_0, \psi_1 \rangle = \int_0^{T_B} y_0(t) \cdot y_1(t)\, dt = 0$

$s_1 = A\sqrt{\frac{T_B}{2}} \cdot y_1$ $\quad N = 2$



→ κατώφλι απόφασης

14/01/2020



Διάσταση χώρου σημάτων $N \leq 4$

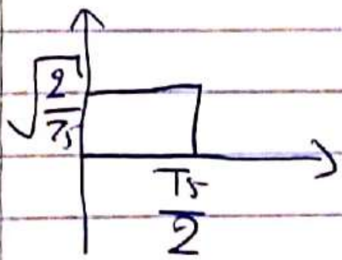
1ο Βήμα

$$y_0(t) = \frac{s_0(t)}{\sqrt{E_0}} \quad (1)$$

$$E = \int_0^{T_s} s_0^2(t)\,dt \Rightarrow E_0 = \frac{1}{2}A^2 T_s = E$$

$$y_0(t) = \frac{A}{A T_s} \Rightarrow y_0(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}}$$

σήμα



$$s_0 = A\sqrt{\frac{T_s}{2}} \cdot y_0$$

$$y_1(t) = \frac{S_1(t) - C_{1,0}\, y_0(t)}{\sqrt{E_1}}$$

$$C_{1,0} = \int_0^{T_s} s_1(t) \cdot y_0(t) = 0$$

$$y_1(t) = \frac{S_1(t)}{\sqrt{E_1}} \Rightarrow y_1(t) = \frac{A}{\sqrt{\frac{1}{2} A^2 T_s}} = \sqrt{\frac{2}{T_s}}$$ πάνω σχήμα

$$E = \int_0^{T_s} A^2 \cdot dt = \mathcal{E}$$

Βρίσκω διάνυσμα $s_1 = y_1 \cdot \qquad A\sqrt{\frac{T_s}{2}} \cdot y_1$

3ο βήμα

$$y_2(t) = \frac{S_2(t) - C_{2,0} \cdot y_0(t) - C_{2,1} \cdot y_1(t)}{\sqrt{E_2}}$$

$$C_{2,0} = \int_0^{T_s} S_2(t) \cdot y_0(t)\, dt \Rightarrow C_{2,0} = \int_0^{T_s/2} -A \cdot \sqrt{\frac{2}{T_s}}\, dt = -A\sqrt{\frac{T_s}{2}}$$

$$C_{2,1} = \int_0^{T_s} S_2(t) \cdot y_1(t)\, dt = 0$$

Αριθμητής

$$S_2(t) - C_{2,0}\, y_0(t) = -A - \left(-A\sqrt{\frac{T_s}{2}}\right) \cdot \sqrt{\frac{2}{T_s}} \qquad 0 \le t < \frac{T_s}{2}$$

$$y_2(t) = 0$$

$$s_2 = -A\sqrt{\frac{T_s}{2}} \cdot y_0$$

4ο Βήμα

$$y_3(t) = \frac{s_3(t) - C_{3,0}\,y_0(t) - C_{3,1}\,y_1(t) - \cancel{C_{3,2}\,y_2(t)}^{\,0}}{\sqrt{E_3}}$$

$$C_{3,0} = \int_0^{T_s} s_3(t)\cdot y_0(t)\,dt = 0$$

$$C_{3,1} = \int_0^{T_s} s_3(t)\cdot y_1(t)\,dt = \int_{\frac{T_s}{2}}^{T_s} (-A)\cdot\sqrt{\frac{2}{T_s}}\,dt = -A\sqrt{\frac{T_s}{2}}$$

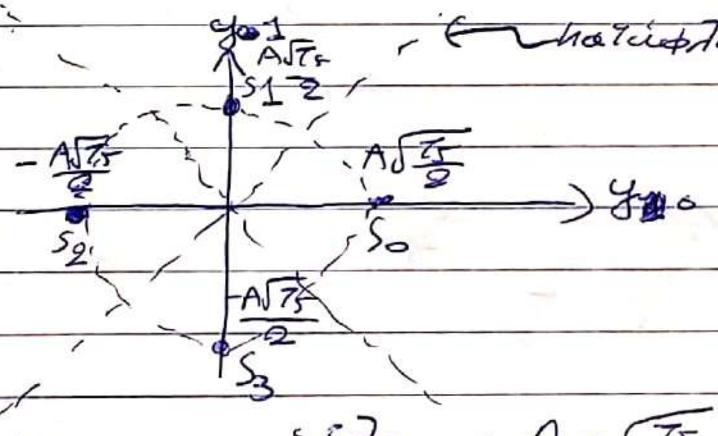
Αριθμητής

$$s_3(t) - C_{3,1}\,y_1(t) = -A - \left(-A\sqrt{\frac{T_s}{2}}\right)\cdot\sqrt{\frac{2}{T_s}} = 0$$

Διάνυσμα

$$s_3 = -A\sqrt{\frac{T_s}{2}}\cdot y_1$$

Διάγραμμα αστερισμού

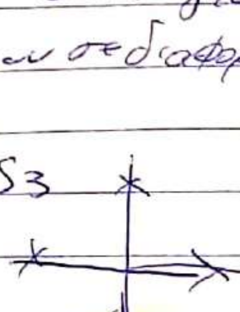


Η ακτίνα του κύκλου $= A\sqrt{\frac{T_s}{2}}$

Το PAM όλα τα σημεία του αστερισμού είναι σε ένα άξονα

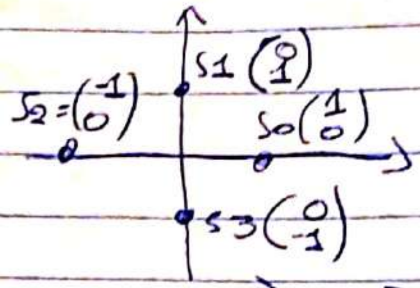
Στο PPM ότι είναι το M είναι και το N για όλα τα σημεία είναι κάθετα και ανήκουν σε διαφορετικό άξονα.

$s_0 \perp s_1 \quad s_0 = -s_2 \quad s_2 \perp s_3 \quad s_1 = -s_3$



PAM-PPM Ανάλυση Επιδόσεων

14/01/2018 Ψηφιακές (Συνέχεια)



$\vec{s_0} \rightsquigarrow \vec{y} = \vec{s_0} + \vec{n}$ θόρυβος $\quad n = \begin{pmatrix}0,2\\-0,1\end{pmatrix}$

$\vec{y} = \begin{pmatrix}1,2\\-0,1\end{pmatrix}$

Ο ανιχνευτής βρίσκει τις αποστάσεις από τα σημεία αστερισμού από το y και αποφασίζει υπέρ του πιο κοντινού σημείο.

Μετρικής συσχέτισης $= 2y^t \cdot s_m - \|s_m\|^2$

Επιλέγω το ~~μεγαλύτερο~~ Cm

$C_0 = (1,2 \;\; -0,1)\begin{pmatrix}1\\0\end{pmatrix} = 1,2$

$C_2 = (1,2 \;\; -0,1)\begin{pmatrix}-1\\0\end{pmatrix} = -1,2$

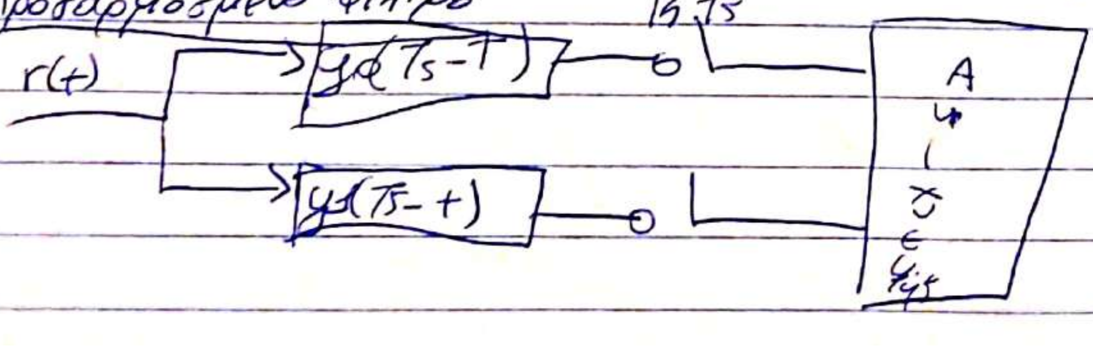
$C_1 = -1,2$

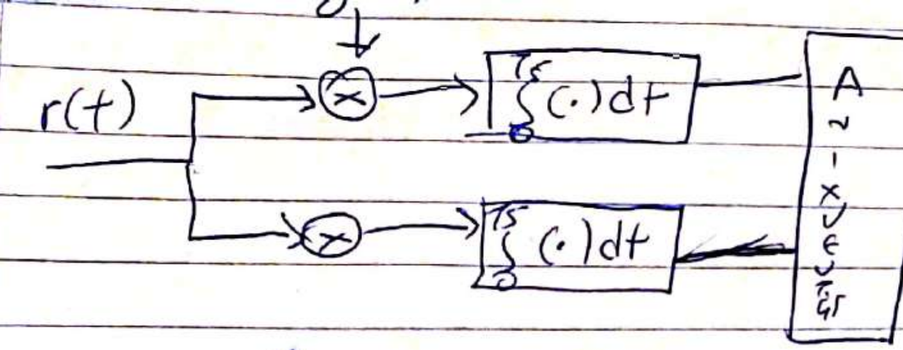
$C_3 = 0,1$

Επιλέγω το μεγαλύτερο άρα C_0

Όσους κλάδους έχει το προσαρμοσμένο φίλτρο όσο το N δηλαδή οι διαστάσεις.

προσαρμοσμένο φίλτρο





Πρέπει να γράφεις την σχέση $y_0(t)$ και $y_1(t)$

$P_{se} = b \cdot P_{BE}$

$b = \log_2 M$

$E_S = b \cdot E_B$

4-PAM

$\frac{E_B}{N_0} = 10\,dB$

$P_{BE} = ;$

bit/σύμβολο : $k = \log_2(M) \Rightarrow b = 2$

$\frac{E_b}{N_0} = 10dB \Rightarrow \frac{E_B}{N_b} = 10^1 \Rightarrow \frac{E_B}{N_0} = 10$

$\frac{E_S}{N_0} = \frac{2E_B}{N_0} = 20$

$$\boxed{P_{es} = 2\,\frac{M-1}{M}\,Q\left(\sqrt{\frac{6}{M^2-1}\frac{E_S}{N_0}}\right)}$$

$1{,}5 \cdot Q(2{,}83) = 3 \cdot 10^{-3} = P_{eS}$

$P_{BE} = 1{,}5 \cdot 10^{-3}$

$PPM = P_{eB} = \frac{2^{k-1}}{2^{k}-1} P_{eS}$

15/01/2020

Διαμόρφωση διέλευσης ζώνης

$c = \lambda \cdot F \Rightarrow \lambda = \dfrac{c}{F}$

μήκος κύματος = διαστάσεις κεραίας

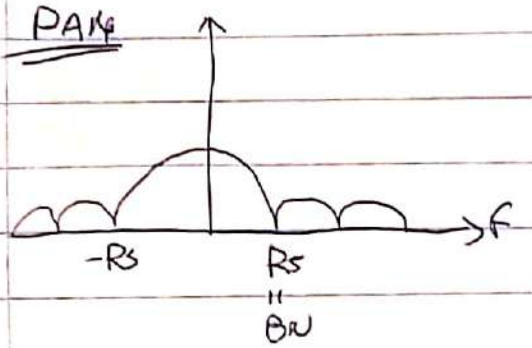
$c = 3 \cdot 10^8 \, m/s$

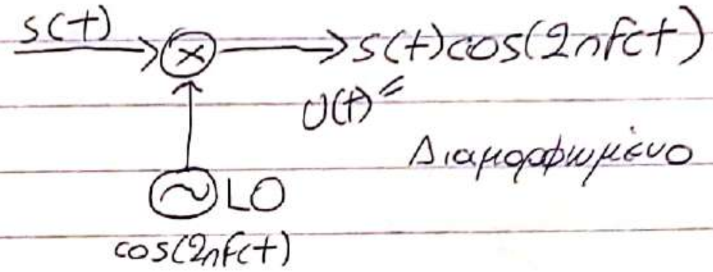
F ~ συχνότητα

Για πρακτικούς λόγους λόγω απαιτήσεων για μικρές διαστάσεις κεραίας πρέπει να αυξήσουμε την συχνότητα.

Ένα πλεονέκτημα της αύξησης της συχνότητας είναι ότι παρουσιάζει μικρότερη εξασθένιση. ~ GHz

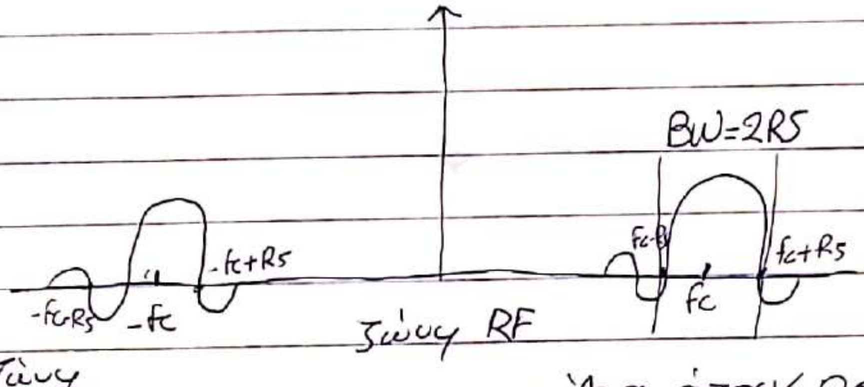
PAM





$S(F) = F\{s(t)\}$ $\quad U(F) = F\{s(t) \cdot \cos(2\pi F c t)\}$

$= \dfrac{1}{2}\left[S(F+Fc) + S(F-Fc)\right]$



Βασική ζώνη

~ BW=RS

Άρα όταν πας στην διαμορφωμένη το BW=2RS ενώ στην βασική είναι RS

fc >> εύρος ζώνης του σήματος

$$\boxed{P_{BE} = Q\left(\sqrt{\frac{E_v + E_q - E_{pq}}{2N_0}}\right)}$$

όπου

$$E_{pq} = \langle p(t)\cdot q(t)\rangle = \int_0^{T_B} p(t)\cdot q(t)\, dt$$

<u>ASK (Amplitude Shift Keying)</u>

Για bit = 1

$$V(t) = \sqrt{2}\, p(t) \cos(2\pi f_c t)$$

Για bit = 0

$$q(t) = 0$$

Το ASK είναι γνωστό και ως ON-OFF. Για κατάσταση OFF δεν εκπέμπουμε σήμα

$$E_v = \int_0^{T_B} v^2(t)dt \Rightarrow 2\int_0^{T_B} p^2(t)\cos^2(2\pi f_c t)dt =$$

$$= \frac{2E_p}{T_B}\int_0^{T_B} \frac{1+\cos(4\pi f_c t)}{2}\, dt = E_p + \frac{E_p}{T_B}\int_0^{T_B} \cos(4\pi f_c t)\, dt$$

$$= E_p + \left[\frac{E_p}{T_B 4\pi f_c} \sin(4\pi f_c t)\right]_0^{T_B}$$ → 0

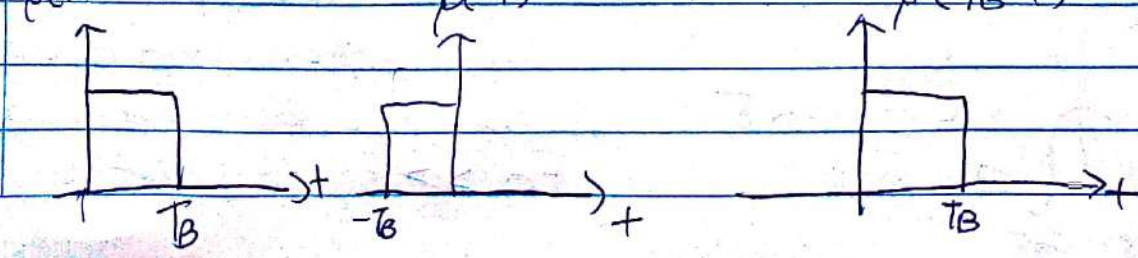
Το f_c (GHz) είναι τεράστιο οπότε η διαίρεση είναι 0

ή

$\frac{T_B}{T_c} = k \rightsquigarrow$ ακέραιος $\quad T_B \cdot f_c = k$ έχω κάνει αυτή την θεώρηση η διαίρεση είναι 0.

$$\left.\begin{aligned} E_v &= E_p \\ E_q &= 0 \end{aligned}\right\} \quad \underset{\text{κατώφλι απόφασης}}{\alpha} = \frac{E_v - E_q}{2} = \frac{E_1}{2} \qquad E_B = \frac{1}{2}E_v + \frac{1}{2}\cancel{E_q}^{\,0} \qquad E_v = 2E_B$$

$$h(t) = U_0(T_B - t) = \sqrt{2}\, \underbrace{p(T_B - t)}_{p(t)} \cos[2\pi f_c (T_B - t)]$$



Άρα

$$h(t) = \sqrt{2}\, p(T_B - t)\cos(2\pi f_c t)$$

γιατί $\cos(2\pi f_c t) = \cos[2\pi f_c (T_B - t)]$

$$P_{BE} = Q\left(\sqrt{\frac{E_v + E_q - 2E_{vq}}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_p + 0 - 0}{2N_0}}\right) \Rightarrow$$

$$\boxed{P_{EB} = Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}}\right)}$$

ON/OFF

PSK (Phase shift keying)

Για bit = 1

$$v(t) = \sqrt{2}\, p(t)\cos(2\pi f_c t)$$

Για bit = 0

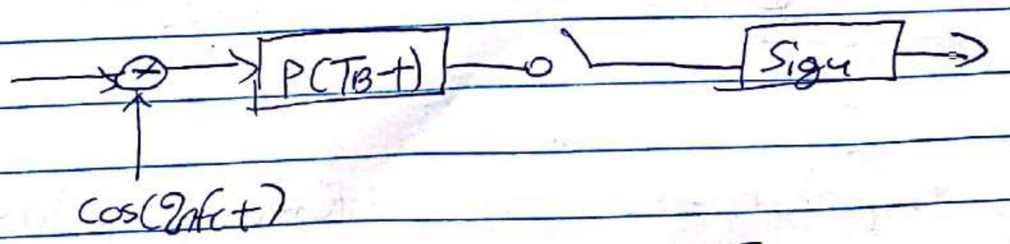
$$q(t) = -\sqrt{2}\, p(t)\cos(2\pi f_c t)$$

Ακολουθώντας τα ίδια βήματα με το ASK παρατηρούμε ότι

$$E_v = E_q \quad \alpha_0 = \frac{E_v - E_q}{2} = 0$$

$$\overline{E_B} = \frac{1}{2}E_q + \frac{1}{2}E_v \Rightarrow E_B = E_q$$

$$h(t) = v(T_B - t) - q(T_B - t) = v(T_B - t)] = 2v(T_B - t)$$



$$E_{vq} = \int_0^{T_B} v_0(t)\cdot v_1(t)\,dt = -2\frac{E_p}{T_B}\int_0^{T_B}\cos^2(2\pi f_c t)\,dt = -E_q$$

$$\boxed{P_{BE\,(BPSK)} = Q\left(\sqrt{\frac{E_\rho + E_\rho - 2E}{2N_0}}\right) = \left(\sqrt{\frac{2E_B}{N_0}}\right)}$$

$$\parallel$$

2-PAM

Το 2 στον αριθμητή σε σχέση με το ASK εξοικονομούμαι 3dB ως προς την ενέργεια

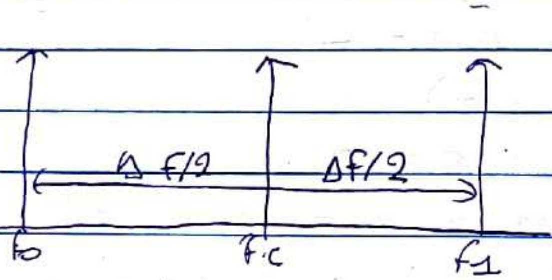
FSK (Frequency Shift Keying)

Για bit "1" $v(t) = \sqrt{2}\,\rho(t)\cos(2\pi f_1 t)$

Για bit "0" $q(t) = \sqrt{2}\,\rho(t)\cos(2\pi f_0 t)$

$$f_1 = f_c + \frac{\Delta f}{2}$$

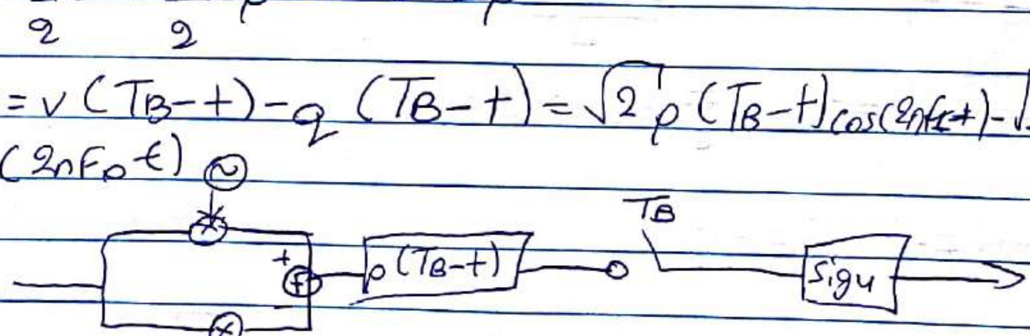
$$f_0 = f_c - \frac{\Delta f}{2}$$



$E_v = E_\rho$

$\bar{E}_B = \frac{1}{2}E_v + \frac{1}{2}E_\rho \Rightarrow \bar{E}_B = E_\rho$

$h(t) = v(T_B - t) - q(T_B - t) = \sqrt{2}\,\rho(T_B - t)\cos(2\pi f_1 t) - \sqrt{2}\,\rho(T_B - t)\cos(2\pi f_0 t)$



$$E_{vq} = \int_0^{T_B} v(t)\cdot q(t)\,dt \Rightarrow 2\int_0^{T_B} \rho^2(t)\cos(2\pi f_1 t)\cos(2\pi f_0 t)\,dt \Rightarrow$$

$$\frac{E_\rho}{T_S}\int_0^{T_B}\left(\cos[2\pi(f_1+f_0)t]+\cos[2\pi(f_1-f_0)]\right)dt$$

$$= \cancel{\frac{E_\rho}{T_B\cdot 2\pi(f_1+f_0)}\sin[2\pi(f_1+f_0)t]_0^{T_B}}^{\,0} - \frac{E_\rho}{T_B\,2\pi\Delta f}\sin[2\pi\Delta f t]_0^{T_B}$$

$f_1+f_0 \gg$ όρος

$$= -\frac{E_\rho \sin(2\pi\Delta f T_B)}{2\pi\Delta f\cdot T_B} = -E_\rho\,\mathrm{sinc}(2\pi\Delta f T_B$$

$$P_{EB} = Q\left(\sqrt{\frac{E_v+E_q+E_{vq}}{2N_0}}\right) = Q\left(\sqrt{\frac{E_\rho+E_\rho-2[-2E_\rho\,\mathrm{sinc}(2\pi\Delta f T_B)]}{2N_0}}\right)$$

$$P_{EB} = Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}\left[1-\mathrm{sinc}(2\pi\Delta f T_B)\right]}\right)$$

$$P_{EB} = Q\left(\sqrt{1{,}217\frac{E_B}{N_0}}\right)$$ στην καλύτερη περίπτωση

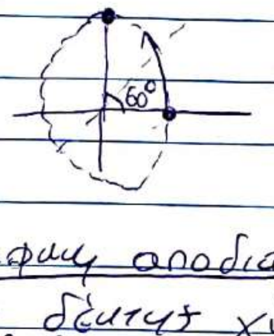
Στο FSK

$\Delta f = \frac{R_B}{2}$ $\quad v(t) \perp q(t)$ $\quad \langle v(t)\cdot q(t)\rangle = 0$

22/01/2020 ψηφιακές

σύμφωνη
διαθέτεις όσο την φέρουσα και την φάση τα γνωρίζεις και τα δύο.
- φαινόμενο Doppler Προβλήματα
$f_D = f_c \frac{u}{c}$ ~> ταχύτητα που κινήση
c ~> ταχύτητα φωτος $= 3\cdot 10^{-8}$
Το φαινόμενο Doppler αλλάζει την συχνότητα της διαμόρφωσης

- αλλαγή φάσης
$\cos(2\pi f_c t) \longrightarrow$ κανάλι μετάδοσης $\longrightarrow \cos(2\pi f_c t + \pi/3)$



Ο ανιχνευτής μόνο απο το κανάλι που προκαλεί αλλαγή φάση 60° ανιχνεύει λάθος σύμβολο

σύμφωνη αποδιαμόρφωση
Ο δέκτης γνωρίζει τόσο την φέρουσα συχνότητα του σήματος που λαμβάνει όσο και η ~~φάση~~ αλλαγή φάσης που προκαλεί το κανάλι.

Σχήμα

$p(t)\cos(2\pi f_c t) \longrightarrow \otimes \longrightarrow p(t)$

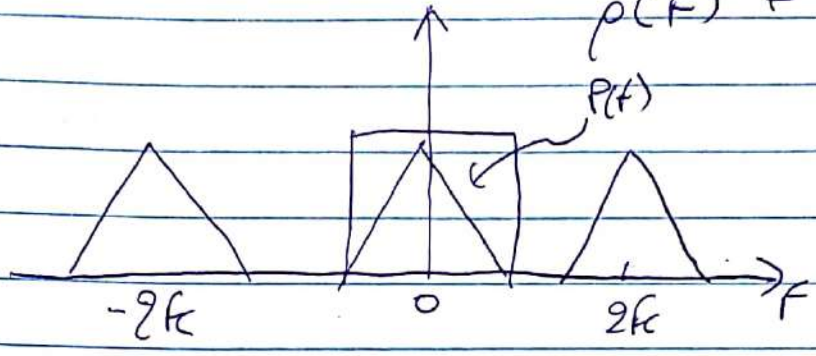
$2\cos(2\pi f_c t)$

ο πρέπει φάση τοπικου ταλαντωτή = φάση, επομένως για σύμφωνη αποδιαμόρφωση

$\rho(t) = 2\cos^2(2\pi f_c t)$

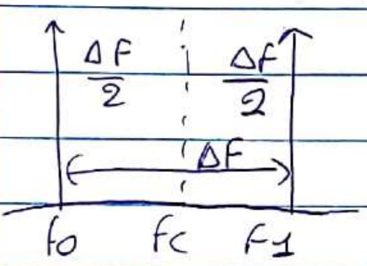
$\rho(t)\left[1+\cos(2\pi 2 f_c t)\right] = \rho(t) + \rho(t)\cos(2\pi f_c t)$

$\rho(F) + \frac{1}{2}\rho(F-2F_c) + \frac{1}{2}P(F+2F_c)$



Ο δέκτης μπορεί να περιλαμβάνει ένα κύκλωμα (PLL) βρίσκει την συχνότητα και την φάση

Έπειτα περνάμε ένα LPF



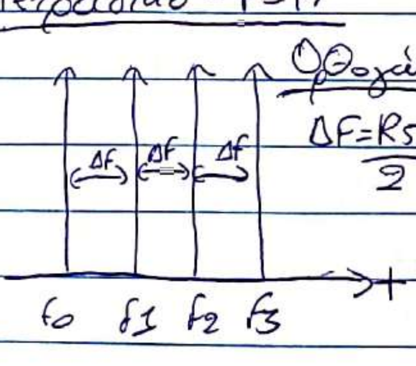
$\langle U_0(t) \perp U_1(t) \rangle \quad \int_0^{T_b} U_0(t)\cdot U_1(t)\,dt = 0$

! FSK σύμφωνη αποδιαμόρφωση διαδικασία FSK βασίζεται στην ορθογωνιότητα

Τετραδικό - FSK

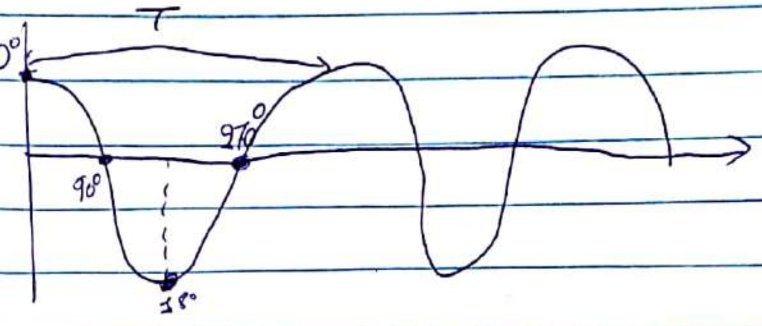
Ορθογώνιο (Όλα τα σήματα είναι κάθετα

$\Delta F = \frac{R_s}{2}$

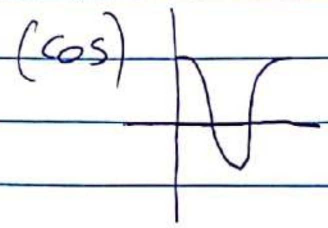


Ψηφιακές (συνέχεια) 22/01/2020

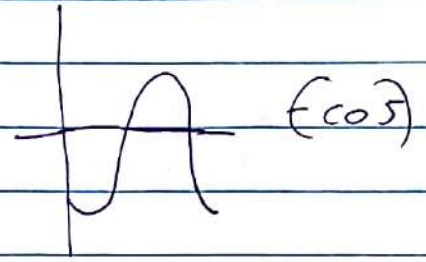
QPSK (Phase Shift Keying)



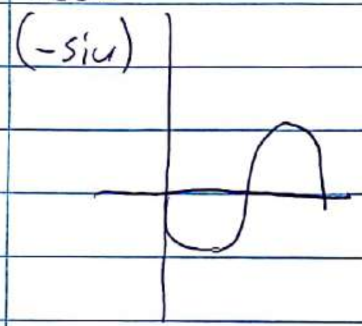
$U_0(t)$



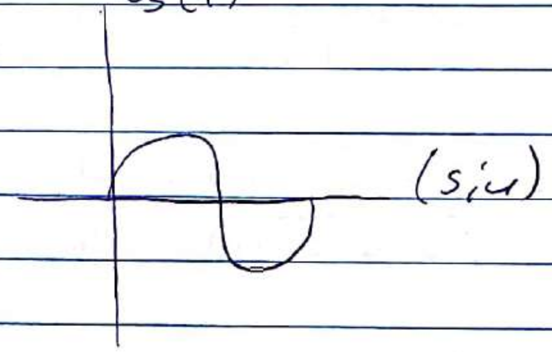
$U_1(t)$



$U_2(t)$

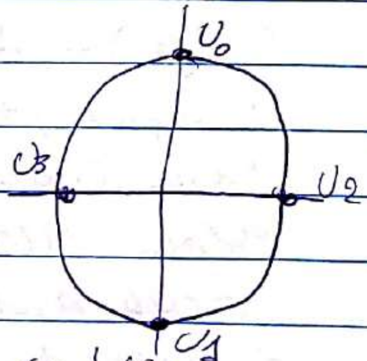


$U_3(t)$



$$\left.\begin{aligned} U_0(t) &= \sqrt{2}\,p(t)\cos(2\pi f_c t) \\ U_1(t) &= -\sqrt{2}\,p(t)\cos(2\pi f_c t) \end{aligned}\right] U_0 = -U_1$$

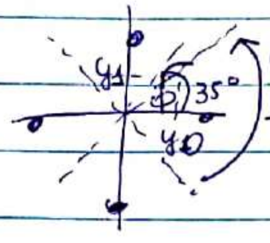
$$\left.\begin{aligned} U_2(t) &= \sqrt{2}\,p(t)\sin(2\pi f_c t) \\ U_3(t) &= -\sqrt{2}\,p(t)\sin(2\pi f_c t) \end{aligned}\right] U_2 = -U_3$$



∇ το cos με το sin είναι κάθετα άρα $U_1 \perp U_2$

Αν έχω 8-PSK απλά διαιρώ το κύκλο σε περισσότερα κομμάτια δηλαδή το διαιρώ σε 8 κομμάτια αντί 4

Ανιχνευτής PSK



$\tan(\phi) = \dfrac{y_1}{y_0}$ $\qquad \phi = \text{atan}\left(\dfrac{y_1}{y_0}\right)$

ασύμφωνη αποδιαμόρφωση

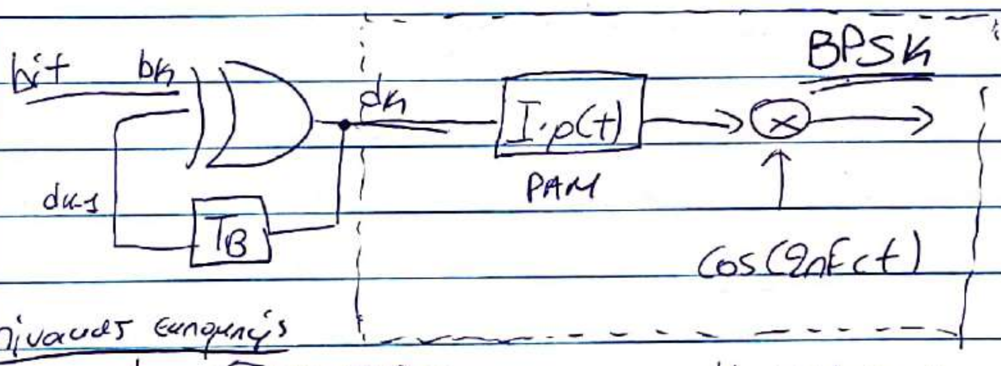
Όταν δεν γνωρίζω 1 από τα 2 (ή την φέρουσα συχνότητα ή την φάση) έχω ασύμφωνη αποδιαμόρφωση. Οπότε δεν περιλαμβάνει κύκλωμα PLL. Χειρότερες επιδόσεις από την σύμφωνη αποδιαμόρφωση. Το κύκλωμα είναι πιο απλό από ό,τι στην σύμφωνη. Ο δέκτης είναι πιο φθηνός

~~Η ασύμφωνη είναι πιο τέχνα~~.

DPSK (πομπός)

1 → θετικός παλμός → φάση 0°

0 → αρνητικός παλμός → φάση 180°



πίνακας εκπομπής

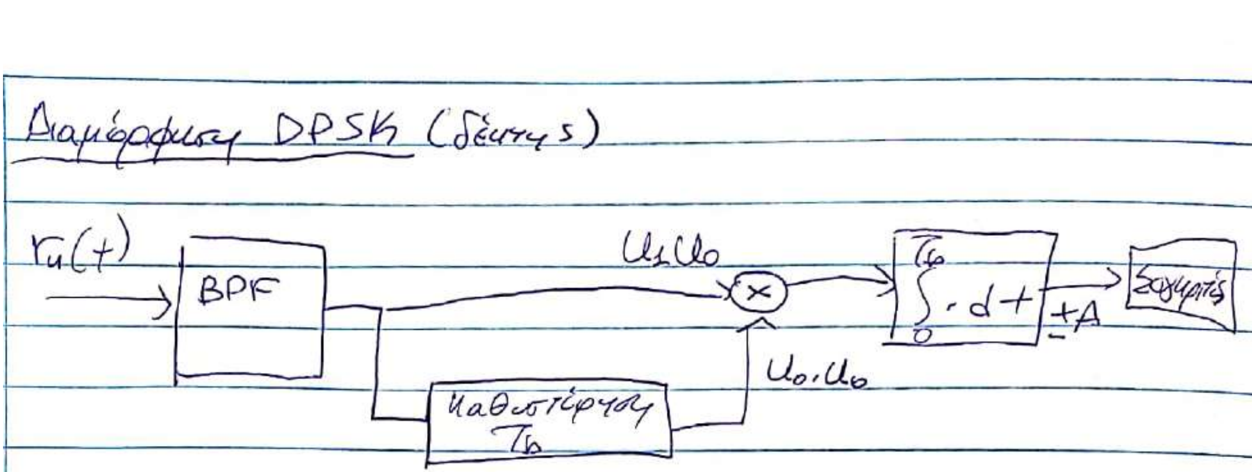
b_k		1	0	1	1	0
d_k	1	1	0	0	0	1
φάση	0	0	π	π	π	0
	U_0	U_0	U_1	U_1	U_1	U_0

Η XNOR δίνει 1 όταν οι δύο τιμές είναι ίδιες

"1" $\rightarrow U_0(t) = \sqrt{2}\, p(t) \cos(2\pi f_c t)$

"0" $\rightarrow U_1(t) = \sqrt{2}\, p(t) \cos(2\pi f_c t + \pi)$

Διαμόρφωση DPSK (δέκτης)



Ο δέκτης δημιουργεί γινόμενο με το προηγούμενο

πίνακας λήψης

φάση	0 0 π π π 0
πρόσημο	+ − + + −
bit	1 0 1 1 0

Ορθογώνιο BFSK

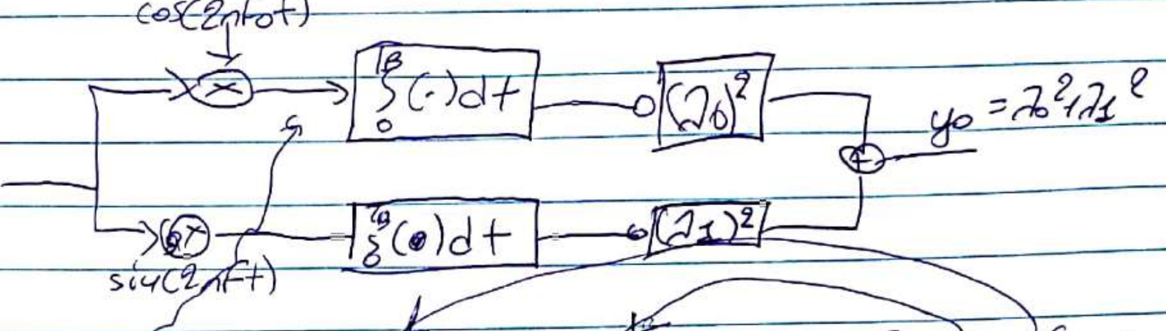
Σύμφωνη Αποδιαμόρφωση		Ασύμφωνη Αποδιαμόρφωση
$\Delta F = \frac{R_B}{2}$	$<$	$\Delta F = R_B$
$P_{BE} = Q\left(\sqrt{\frac{E_B}{N_0}}\right)$		$P_{BE} = \frac{1}{2} e^{-\frac{E_B}{N_0}}$

Έχει χαμηλότερη πιθανότητα σφάλματος το σύμφωνο BFSK, ο το ασύμφωνο BFSK απαιτεί μεγαλύτερο εύρος ζώνης

$v_0(t) = B\cos(2\pi f_0 t) \rightsquigarrow$ Κανάλι αλλαγή φάσης $\rightsquigarrow v_0(t) = B\cos(2\pi f_0 t + \theta)$

$$= B\cos(2\pi f_0 t)\cos\theta - B\sin(2\pi f_0 t)\sin\theta$$

Ασύμφωνη αποδιαμόρφωση



$[B\cos(2\pi f_0 t)\cos(\theta) - B\sin(2\pi f_0 t)\sin(\theta)]\, 2\cos(2\pi f_0 t)$

$$\int_0^{T_B} [1+\cos(4\pi f_0 t)]\,dt = T_B \quad \text{και} \quad \int_0^{T_B} \sin(4\pi f_0 t)\,dt = 0$$

$$\lambda_0 = T_B \cdot \cos(\theta)$$
$$\lambda_1 = T_B \cdot \sin(\theta)$$

Σύμφωνο και ασύμφωνο FSK διαφορά 1dB