ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ

ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ & ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

Κ 17 – Επικοινωνίες ΙΙ
Χειμερινό Εξάμηνο

Διάλεξη 16^{η}

Νικόλαος Χ. Σαγιάς

Επίκουρος Καθηγητής

Webpage: http://eclass.uop.gr/courses/TST215

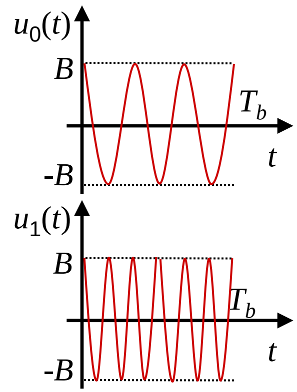
e-mail: nsagias@uop.gr

Διαμόρφωση FSK

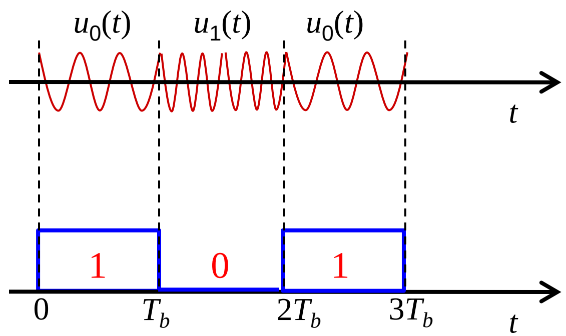
- Στη διαμόρφωση κλειδώματος μεταλλαγής συχνότητας (*frequency shift keying* – FSK), η πληροφορία “κρύβεται” στη <u>συχνότητα</u> του φέροντος

- Στο δυαδικό FSK (*binary FSK* – BFSK) διάρκειας T_b χρησιμοποιούνται δύο συχνότητες f_0 και f_1:
  - Για το bit “1”, κυματομορφή:
  $$u_0(t) = B\cos\left[2\pi\left(F_c + f_0\right)t\right],\ 0 \le t < T_b$$
  - Για το bit “0”, κυματομορφή:
  $$u_1(t) = B\cos\left[2\pi\left(F_c + f_1\right)t\right],\ 0 \le t < T_b$$

  με $B = \sqrt{2E_b/T_b}$



- Είναι σημαντικό θέμα είναι η απόσταση μεταξύ των τόνων $\Delta f = f_1 - f_0$ σε σχέση με το ρυθμό μετάδοσης bit, $R_b = 1 / T_b$



Διαμόρφωση FSK

- Το εσωτερικό γινόμενο μεταξύ των $u_0(t)$ και $u_1(t)$ είναι:

$$\langle u_0(t)u_1(t)\rangle = B^2\int_0^{T_b}\cos(2\pi f_0 t)\cos(2\pi f_1 t)\mathrm{d}t = \frac{B^2}{2}\int_0^{T_b}\left\{\cos(2\pi\Delta f\, t)+\cos\left[2\pi(f_0+f_1)t\right]\right\}\mathrm{d}t =$$

$$= \frac{B^2}{4\pi\Delta f}\sin(2\pi\Delta f\, t)\Big|_0^{T_b} + \frac{B^2}{4\pi(f_1+f_0)}\sin\left[2\pi(f_1+f_0)t\right]\Big|_0^{T_b} =$$

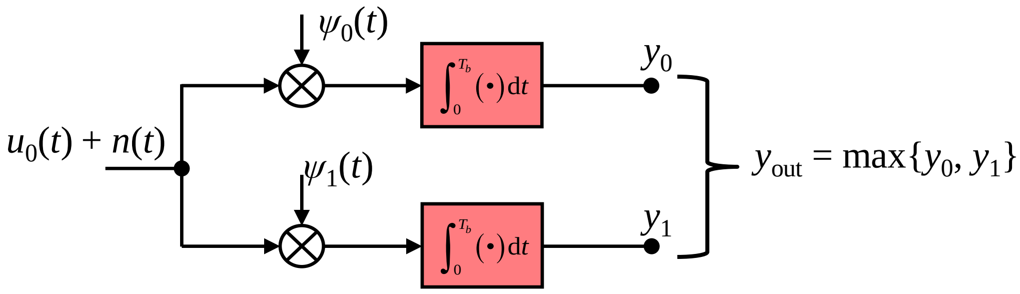
$$= \frac{B^2}{4\pi\Delta f}\sin(2\pi\Delta f\, T_b) + \frac{B^2}{4\pi(f_1+f_0)}\sin\left[2\pi(f_1+f_0)T_b\right]$$

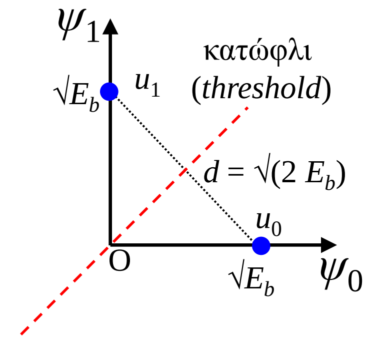
- Αν $2\,\Delta f\, T_b = k$ και $2\,(f_0 + f_1)\,T_b = n$ με $k, n = 0, \pm1, \pm2, \ldots$, τότε $\langle u_0(t)\, u_1(t)\rangle = 0$, δηλαδή προκύπτει το ορθογώνιο BFSK
- Άρα, $N = M = 2$ με στοιχεία ορθοκανονικής βάσης τα

$$\psi_0(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}}\cos\left[2\pi(F_c+f_0)t\right],\ 0\le t<T_b \qquad \text{και} \qquad \psi_1(t) = \sqrt{\frac{2}{T_b}}\cos\left[2\pi(F_c+f_1)t\right],\ 0\le t<T_b$$

Διαμόρφωση FSK

- Για παράδειγμα, ο δέκτης υλοποιημένος με δύο συσχετιστές είναι





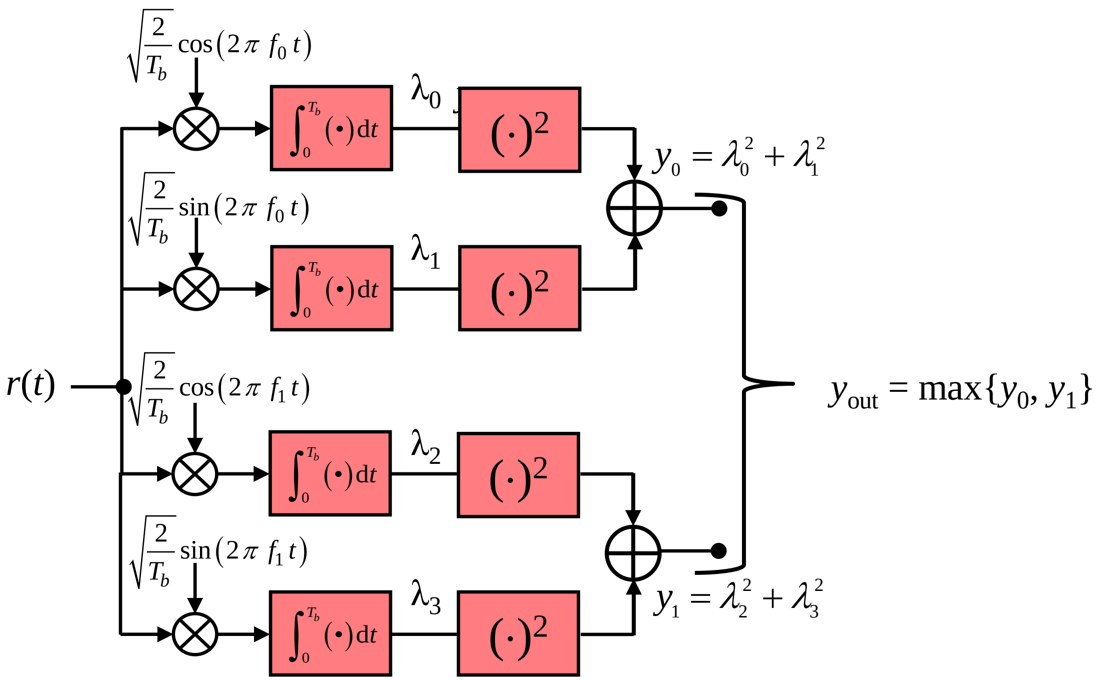
- Οι επιδόσεις του παραπάνω δέκτη είναι ίδιες με του δυαδικού PPM
- Άρα, η πιθανότητα σφάλματος bit είναι

$$P_{be} = Q\left(\sqrt{\frac{E_b}{N_0}}\right)$$

- Η παραπάνω σχέση ισχύει για
  - Ορθογώνιο BFSK
  - Σύμφωνη αποδιαμόρφωση, $\Delta f = k \,/\, (2\,T_b)$

Διαμόρφωση FSK

- Για να αντιμετωπιστεί μια ενδεχόμενη αλλαγή φάσης μπορεί να χρησιμοποιηθεί
  - Ορθογώνιο BFSK
  - Ασύμφωνη αποδιαμόρφωση, $\Delta f = k \,/\, T_b$



Διαμόρφωση FSK

- Έστω ότι εκπέμπεται ο τόνος f_0. Το σήμα λήψης (χωρίς τον AWGN) είναι

$$u_0(t) = B\cos(2\pi f_0 t + \theta) = B\cos(2\pi f_0 t)\cos(\theta) - B\sin(2\pi f_0 t)\sin(\theta)$$

- Η έξοδος του 1ου και 2ου συσχετιστή (κλάδος 1) θα είναι

$$\lambda_0 = \sqrt{\frac{2}{T_b}}\int_0^{T_b} u_0(t)\cos(2\pi f_0 t)dt = \sqrt{E_b}\cos(\theta) \quad \text{και} \quad \lambda_1 = \sqrt{\frac{2}{T_b}}\int_0^{T_b} u_0(t)\sin(2\pi f_0 t)dt = \sqrt{E_b}\sin(\theta)$$

- Λόγω της ορθογωνιότητας, η έξοδος του 3ου και 4ου συσχετιστή (κλάδος 2) θα είναι

$$\lambda_2 = \sqrt{\frac{2}{T_b}}\int_0^{T_b} u_0(t)\cos(2\pi f_1 t)dt = 0 \quad \text{και} \quad \lambda_3 = \sqrt{\frac{2}{T_b}}\int_0^{T_b} u_0(t)\cos(2\pi f_1 t)dt = 0$$

- Υψώνοντας τα σήματα στο τετράγωνο και αθροίζοντας, ο κλάδος 1 θα εξάγει

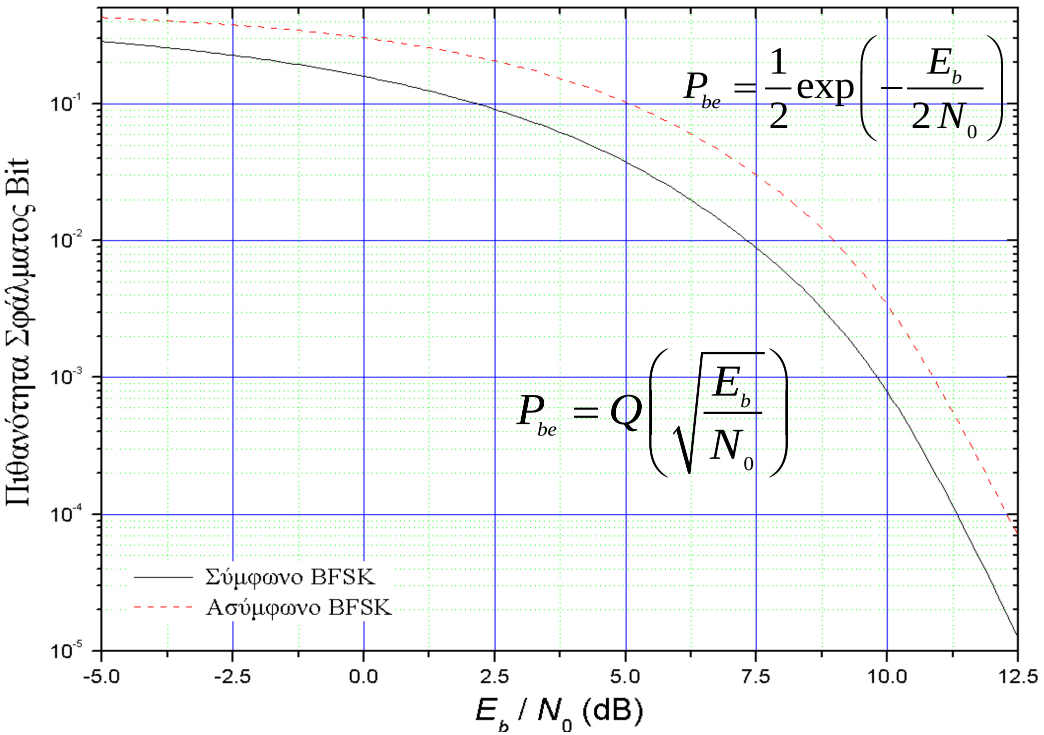
$$y_0 = \lambda_0^2 + \lambda_1^2 = \left[\sqrt{E_b}\cos(\theta)\right]^2 + \left[\sqrt{E_b}\sin(\theta)\right]^2 = E_b$$

ενώ ο κλάδος 2, $y_1 = 0$ και άρα ο ανιχνευτής συμπεραίνει ότι εκπέμφθηκε ο τόνος f_0

- Αντίστοιχα, αν εκπεμφθεί ο τόνος f_1, $y_0 = 0$ και $y_1 = E_b$
- Αποδεικνύεται ότι για ορθογώνιο BFSK με ασύμφωνη αποδιαμόρφωση, η πιθανότητα σφάλματος bit είναι

$$P_{be} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\right)$$

Διαμόρφωση FSK



<u>Σύγκριση:</u>

- Το σύμφωνο BFSK παρέχει καλύτερες επιδόσεις σε σχέση με το ασύμφωνο
- Για δεδομένο R_b, το σύμφωνο BFSK απαιτεί μικρότερο εύρος ζώνης σε σχέση με ασύμφωνο
- Το ασύμφωνο BFSK αντιμετωπίζει επιτυχώς τυχαίες αλλαγές στη φάση

Διαμόρφωση FSK

- Γενικά μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε M τόνους για να μεταδώσουμε $K = \log_2(M)$ bit
- Αυτός ο τύπος διαμόρφωσης ονομάζεται M-FSK
- Για ορθογώνια σήματα με την ελάχιστη απόσταση μεταξύ των τόνων επιλέγουμε

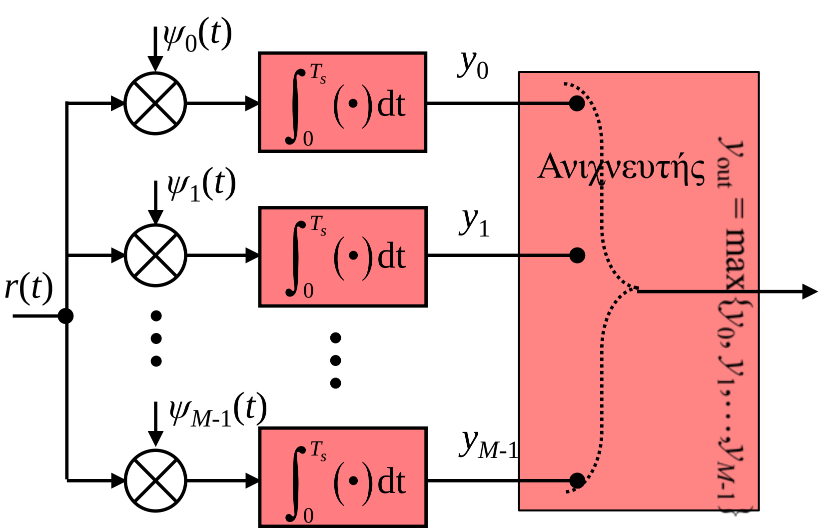
$$f_0 = k\frac{R_s}{2},\ k = 0, \pm 1, \pm 2, \ldots \quad \text{και} \quad f_m = f_0 + m\frac{R_s}{2},\ m = 0, 1, \ldots, M-1$$

- Το σήμα που εκπέμπεται έχει μορφή

$$u_m(t) = B\cos\left[2\pi\left(F_c + f_m\right)t\right],\ 0 \le t < T_s$$

- Η διάσταση της ορθοκανονικής βάσης είναι $N = M$ με στοιχεία

$$\psi_m(t) = \sqrt{\frac{2}{T_s}}\cos\left[2\pi\left(F_c + f_m\right)t\right],\ 0 \le t < T_s$$



Διαμόρφωση FSK

- Η πιθανότητα σφάλματος συμβόλου για το M-FSK είναι ίδια με το M-PPM

$$P_{es} = 1 - \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \int_{-\infty}^{+\infty} \left[1 - Q(x)\right]^{M-1} \exp\left[-\frac{1}{2}\left(x - \sqrt{2\frac{E_s}{N_0}}\right)^2\right] \mathrm{d}x$$

- Για $M = 2$, η παραπάνω σχέση απλοποιείται στην

$$P_{be} = \frac{1}{2}\exp\left(-\frac{E_b}{2N_0}\right)$$

- Μια καλή προσέγγιση του P_{es} δίδεται από το άνω όριο

$$P_{es} \le (M-1)Q\left(\sqrt{\frac{E_s}{N_0}}\right)$$

- Αποδεικνύεται ότι η P_{es} συνδέεται με την P_{eb} με τη σχέση

$$P_{eb} = \frac{2^{K-1}}{2^K - 1} P_{es} \overset{M>>1}{\approx} \frac{1}{2} P_{es}$$