



Εργαστήριο 6^ο : Διαμόρφωση Συχνότητας FM

Βασική Θεωρία

Εισαγωγή

Στις γραμμικές διαμορφώσεις AM, DSB-SC, SSB, το πλάτος ενός ημιτονικού φέροντος μεταβάλλεται σύμφωνα με το σήμα πληροφορίας. Η διαμόρφωση γωνίας, είναι μια άλλη διαμόρφωση ημιτονικής κυματομορφής, μη γραμμική, στην οποία το πλάτος του φέροντος μένει σταθερό, αλλά η γωνία του (φάση ή συχνότητα) αλλάζει σύμφωνα με την πληροφορία. Λόγω της καλής ανοχής της στον θόρυβο και στις παρεμβολές, χρησιμοποιείται ευρέως σήμερα, όπως στην ραδιοφωνία, στην μετάδοση ήχου του τηλεοπτικού σήματος, σε synthesizers κτλ...

Η γωνία ενός ημιτονικού σήματος μπορεί να αλλάξει, είτε μεταβάλλοντας την συχνότητα, είτε μεταβάλλοντας την φάση του. Έχουμε λοιπόν την διαμόρφωση συχνότητας (FM) και την διαμόρφωση φάσης (PM) αντίστοιχα. Οι δύο αυτές διαμορφώσεις έχουν πολλά κοινά σημεία και είναι στενά συνδεδεμένες.

Διαμόρφωση φάσης (PM)

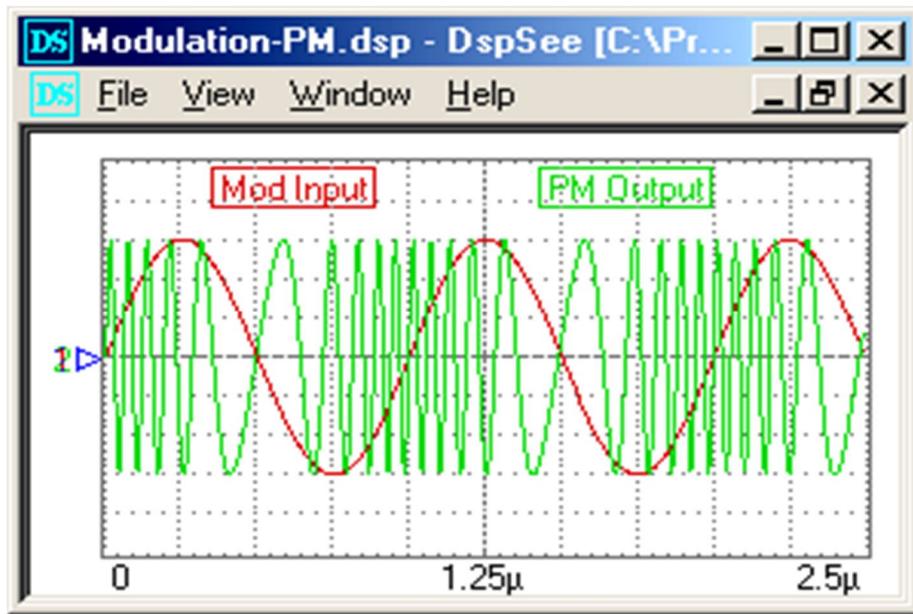
Στην διαμόρφωση φάσης, η γωνία του ημιτονικού φέροντος θ_i , μεταβάλλεται γραμμικά με το σήμα πληροφορίας $m(t)$.

Έστω ημιτονικό φέρον της μορφής $x(t) = A_c \cos[\theta_i(t)]$.

Η γωνία θα μεταβάλλεται γραμμικά με το σήμα πληροφορίας $\theta_i(t) = 2\pi f_c t + k_p m(t)$, όπου k_p είναι η ευαισθησία φάσης.

Το διαμορφωμένο σήμα θα είναι της μορφής $s(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + k_p m(t)]$.

Η **ευαισθησία φάσης** ισούται με $k_p = \Delta\phi / A_m$, όπου A_m το πλάτος του σήματος της πληροφορίας και $\Delta\phi$ η **απόκλιση φάσης** η οποία ορίζεται ως η μέγιστη διαφορά φάσης του διαμορφωμένου σήματος σε σχέση με την φάση του αδιαμόρφωτου. Η μορφή της PM διαμόρφωσης από ημιτονικό σήμα στο πεδίο του χρόνου φαίνεται στο σχήμα 1. Παρατηρούμε ότι η PM διαμόρφωση παρουσιάζει την μέγιστη απόκλιση συχνότητας (frequency deviation max), όταν το σήμα βασικής ζώνης αλλάζει πρόσημο.



Σχήμα 1: Διαμόρφωση PM

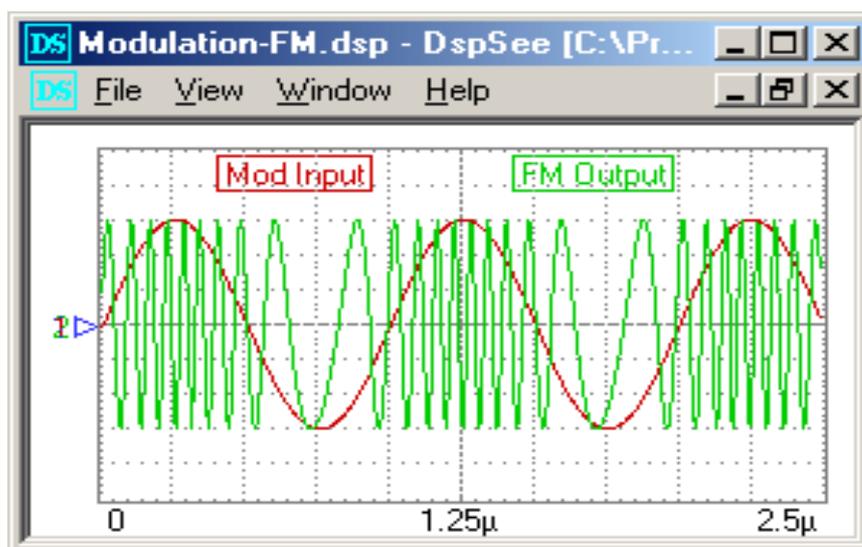
Διαμόρφωση Συχνότητας (FM)

Στην διαμόρφωση συχνότητας FM, το σήμα πληροφορίας $m(t)$ μεταβάλλει γραμμικά την συχνότητα f_c του φέροντος ημιτονικού σήματος σχήμα 2:

$$f_i(t) = f_c + k_f m(t) \quad (1)$$

όπου k_f η **ευαισθησία συχνότητας** (frequency sensitivity Hz/Volt), και δείχνει πόσο μεταβάλλεται η συχνότητα, ανάλογα με την εφαρμοζόμενη τάση του σήματος πληροφορίας.

Η FM διαμόρφωση είναι μη γραμμική και έτσι, σε αντίθεση με την διαμόρφωση AM, το φάσμα της δεν συνδέεται με απλό τρόπο με το φάσμα του σήματος πληροφορίας.



Σχήμα 2: Διαμόρφωση FM

Στη συνέχεια θα μελετηθεί μια απλή περίπτωση FM διαμόρφωσης, αυτή από απλό τόνο (ημιτονικό σήμα).

Έστω σήμα πληροφορίας:

$$m(t) = A_m \cos(2\pi f_m t)$$

και φέρον κύμα:

$$x(t) = A_c \cos(2\pi f_c t)$$

Από την (1) προκύπτει ότι η στιγμιαία συχνότητα θα είναι $f_i = f_c + k_f A_m \cos(2\pi f_m t)$, και λαμβάνοντας υπόψη ότι η συνολική γωνία του διαμορφωμένου σήματος είναι

$$\theta_i(t) = 2\pi \int_0^t f_i(\tau) d\tau = 2\pi f_c t + \frac{\Delta f}{f_m} \sin(2\pi f_m t)$$

η διαμόρφωση FM παίρνει την μορφή:

$$S(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)], \text{ όπου } \beta = \Delta f / f_m \text{ είναι ο δείκτης διαμόρφωσης.}$$

Δf είναι η απόκλιση συχνότητας και ισούται με $\Delta f = k_f A_m$.

Ανάλογα με την τιμή του β , η FM διαμόρφωση διακρίνεται σε **διαμόρφωση στενής ζώνης** ($\beta \ll 1$) και σε **διαμόρφωση ευρείας ζώνης** ($\beta \gg 1$).

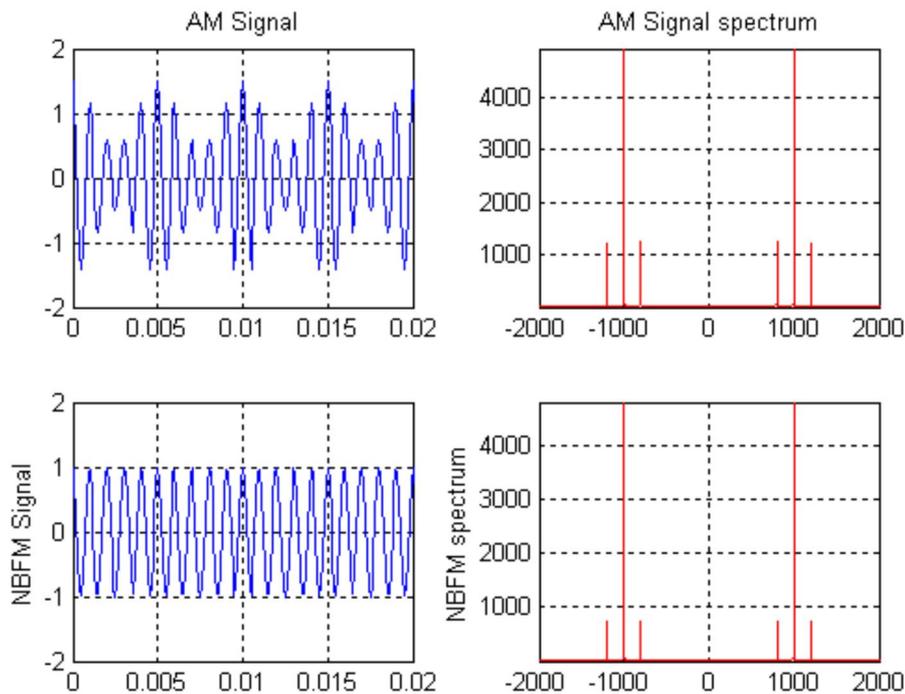
Διαμόρφωση FM στενής ζώνης

Στην διαμόρφωση FM στενής ζώνης ισχύει ότι $\beta \ll 1$ και έτσι η εξίσωση του διαμορφωμένου σήματος είναι:

$$s(t) = A_c \left[\cos(2\pi f_c t) + \frac{1}{2} \beta \cos[2\pi(f_c + f_m)t] - \frac{1}{2} \beta \cos[2\pi(f_c - f_m)t] \right]$$

η οποία είναι παρόμοια με αυτή της διαμόρφωσης AM.

Έτσι λοιπόν, η διαμόρφωση στενής ζώνης, έχει παρόμοιο φάσμα στο πεδίο των συχνοτήτων με αυτό της AM διαμόρφωσης, δηλαδή δύο πλευρικές ζώνες εκατέρωθεν της συχνότητας του φέροντος και εύρος ζώνης περίπου ίσο με το διπλάσιο του εύρους της πληροφορίας (σχήμα 3).



Σχήμα 3: Σύγκριση AM και FM στενής ζώνης

Διαμόρφωση FM ευρείας ζώνης

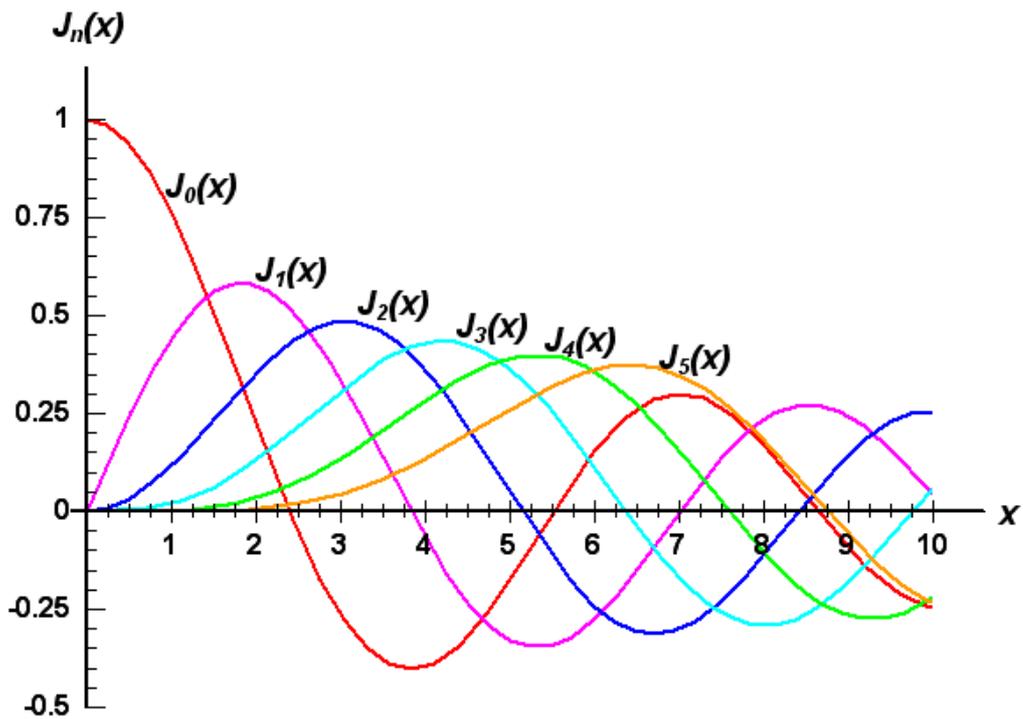
Στην γενική περίπτωση όπου το β δεν είναι μικρό σε σχέση με το 1 rad, το φάσμα της FM διαμόρφωσης δεν είναι απλό και απαιτεί πολύπλοκες μαθηματικές σχέσεις, λόγω της μη γραμμικότητας. Ωστόσο, εάν το σήμα πληροφορίας είναι περιοδικό, τότε είναι δυνατή η ανάλυση σε αρμονικές συνιστώσες. Στην περίπτωση διαμόρφωσης από απλό ημιτονικό τόνο, στο πεδίο του χρόνου είναι

$$S(t) = A_c \cos[2\pi f_c t + \beta \sin(2\pi f_m t)],$$

Και αν παρασταθεί με σειρά Fourier

$$s(t) = A_c \sum_{n=-\infty}^{\infty} J_n(\beta) \cos(2\pi(f_c + n f_m)t)$$

Στο πεδίο των συχνοτήτων, τα πλάτη των συνιστωσών του φάσματος δίνονται από την n -στής τάξης συνάρτηση Bessel πρώτου είδους και ορίσματος β σχήμα 4 και 5.

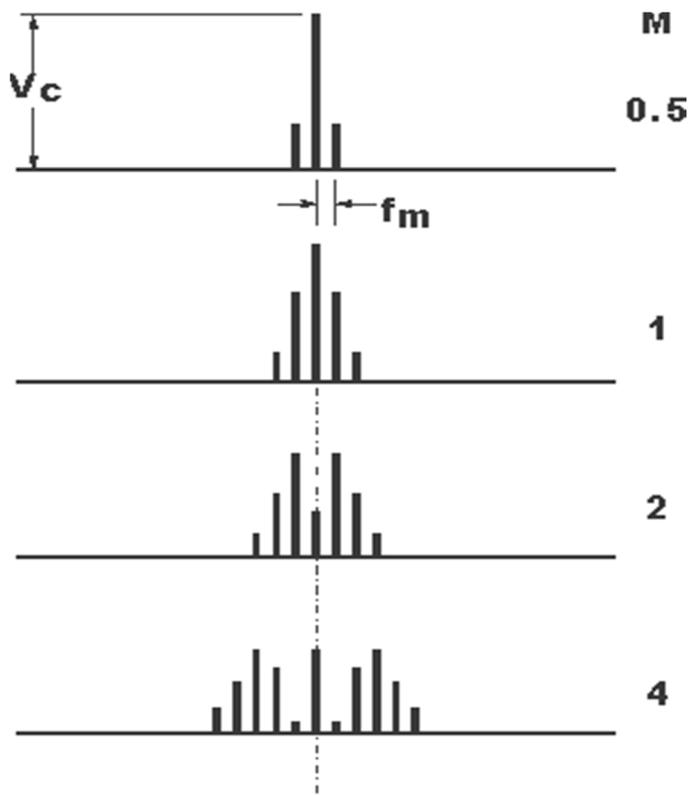


Σχήμα 4: Συνάρτηση Bessel

x	Bessel-function order, n																
	J_0	J_1	J_2	J_3	J_4	J_5	J_6	J_7	J_8	J_9	J_{10}	J_{11}	J_{12}	J_{13}	J_{14}	J_{15}	J_{16}
0.00	1.00	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.25	0.98	0.12	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
0.5	0.94	0.24	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.0	0.77	0.44	0.11	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
1.5	0.51	0.56	0.23	0.06	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.0	0.22	0.58	0.35	0.13	0.03	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.41	0	0.52	0.43	0.20	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
2.5	-0.05	0.50	0.45	0.22	0.07	0.02	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
3.0	-0.26	0.34	0.49	0.31	0.13	0.04	0.01	—	—	—	—	—	—	—	—	—	—
4.0	-0.40	-0.07	0.36	0.43	0.28	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—	—
5.0	-0.18	-0.33	0.05	0.36	0.39	0.26	0.13	0.05	0.02	—	—	—	—	—	—	—	—
5.53	0	-0.34	-0.13	0.25	0.40	0.32	0.19	0.09	0.03	0.01	—	—	—	—	—	—	—
6.0	0.15	-0.28	-0.24	0.11	0.36	0.36	0.25	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—	—
7.0	0.30	0.00	-0.30	-0.17	0.16	0.35	0.34	0.23	0.13	0.06	0.02	—	—	—	—	—	—
8.0	0.17	0.23	-0.11	-0.29	-0.10	0.19	0.34	0.32	0.22	0.13	0.06	0.03	—	—	—	—	—
8.65	0	0.27	0.06	-0.24	-0.23	0.03	0.26	0.34	0.28	0.18	0.10	0.05	0.02	—	—	—	—
9.0	-0.09	0.25	0.14	-0.18	-0.27	-0.06	0.20	0.33	0.31	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01	—	—	—
10.0	-0.25	0.04	0.25	0.06	-0.22	-0.23	-0.01	0.22	0.32	0.29	0.21	0.12	0.06	0.03	0.01	—	—
12.0	0.05	-0.22	-0.08	0.20	0.18	-0.07	-0.24	-0.17	0.05	0.23	0.30	0.27	0.20	0.12	0.07	0.03	0.01

Σχήμα 5: Πίνακας τιμών συνάρτησης Bessel πρώτου είδους

Από τα σχήματα 3,4 παρατηρούμε ότι οι πλευρικές συχνότητες της FM διαμόρφωσης αυξάνονται όσο μεγαλώνει ο δείκτης διαμόρφωσης β (m_i στο σχήμα 5), μειώνεται το πλάτος τους όσο απομακρυνόμαστε από την κεντρική συχνότητα, περνάει στην αρνητική περιοχή και αυξάνεται ξανά (ημιτονική συμπεριφορά). Το αρνητικό πρόσημο στο πλάτος σημαίνει ότι υπάρχει διαφορά φάσης 180° , αλλά αυτό παίζει κάποιο ρόλο μόνο στην διαμόρφωση από πολλούς τόνους. Έτσι, το φάσμα της FM διαμόρφωσης έχει την μορφή του σχήματος 6 και παρατηρούμε ότι οι πλευρικές συχνότητες απέχουν από την κεντρική κατά $+n f_m$ και $-n f_m$.



Σχήμα 6: Φάσμα της FM διαμόρφωσης

Θεωρητικά λοιπόν μια κυματομορφή FM, περιέχει έναν άπειρο αριθμό πλευρικών συχνοτήτων, άρα και το εύρος της είναι άπειρο. Στην πράξη όμως, ανάλογα με τον δείκτη διαμόρφωσης, ένας αριθμός συχνοτήτων είναι μόνο σημαντικός, οι υπόλοιπες έχουν σχεδόν μηδενικό πλάτος. Πρακτικά λοιπόν το φάσμα είναι πεπερασμένο. Έτσι λοιπόν, λαμβάνοντας υπόψη μόνο τους σημαντικούς όρους (συχνότητες με πλάτος μεγαλύτερο του 1% του πλάτους του αδιαμόρφωτου σήματος), ορίζουμε το **ενεργό εύρος ζώνης** με τον κανόνα του Carson:

Κανόνας του Carson: $B_T = 2(\beta + 1)f_m$

Ο κανόνας αυτός, μας δίνει ένα πολύ καλό προσεγγιστικό αποτέλεσμα, αφού περιέχει περίπου το 99% του σήματος. Το πραγματικό εύρος ζώνης κανονικά είναι $B = n f_m$, όπου n είναι ο αριθμός των πλευρικών συχνοτήτων (που θεωρητικά είναι άπειρος).

Η μέση ισχύς στην FM διαμόρφωση, είναι σταθερή (οι πλευρικές συχνότητες κερδίζουν ισχύ σε βάρος της αρχικής ισχύος του φέροντος) και ισούται με την αρχική ισχύ του φέροντος.

Ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής:

(Εισάγετε μία απάντηση ανά ερώτηση, πολλαπλές απαντήσεις δεν θα ληφθούν υπόψη)

1. Ακούστε στα ηχεία το σήμα βασικής ζώνης (ημίτονο 1KHz). Ακούγεται σαν:
Ένα σφύριγμα με σταθερή ένταση
Ένα σφύριγμα με αυξομείωση στην ένταση
Ένας διακοπτόμενος ήχος
Κάτι άλλο
2. Ακούστε στα ηχεία το φέρον (ημίτονο 350KHz). Ακούγεται σαν:
Ένα σφύριγμα με σταθερή ένταση
Ένα σφύριγμα με αυξομείωση στην ένταση
Ένας διακοπτόμενος ήχος
Κάτι άλλο
3. Δείτε στον παλμογράφο το σήμα βασικής ζώνης και το φέρον. Μεγαλύτερη περίοδο έχει το:
Σήμα βασικής ζώνης
Φέρον
Έχουν ίδια περίοδο
Δεν είναι σταθερή η περίοδος, έχει μία το ένα, μία το άλλο μεγαλύτερη περίοδο
4. Δημιουργήστε μία διαμόρφωση AM και άλλη μία FM, προσθέστε ίδιο επίπεδο θορύβου και στα δύο σήματα και κάντε αποδιαμόρφωση. Με ποια διαμόρφωση λαμβάνετε καλύτερο αποτέλεσμα κατά την αποδιαμόρφωση;
Με την AM
Με την FM
Είναι το ίδιο
Εξαρτάται από την συχνότητα του σήματος βασικής ζώνης
5. Ποια από τις παρακάτω προτάσεις είναι σωστή:
Σε μια AM διαμόρφωση η πληροφορία μεταφέρεται στην περιβάλλουσα του σήματος AM, ο θόρυβος επηρεάζει το πλάτος του AM σήματος, άρα και την περιβάλλουσα, άρα και την πληροφορία
Σε μια FM διαμόρφωση η πληροφορία μεταφέρεται στους μηδενισμούς (zero crossings) του σήματος FM και όχι στο πλάτος της, ο θόρυβος επηρεάζει το πλάτος του FM σήματος, άρα δεν επηρεάζει σημαντικά την πληροφορία
Η AM είναι γραμμική διαμόρφωση, ενώ η FM όχι (δεν υπάρχει απλή σχέση μεταξύ του φάσματος πληροφορίας και του φάσματος της διαμόρφωσης)
Όλα τα παραπάνω
6. Πώς είναι η εικόνα της κυματομορφής της FM;
Αυξομειώνεται το πλάτος της και μένει σταθερή η συχνότητα
Αυξομειώνεται το πλάτος της και η συχνότητα
Σταθερό πλάτος και συχνότητα
Σταθερό πλάτος και αυξομειώνεται η συχνότητα
7. Στην FM διαμόρφωση:
Μεταβάλλεται το πλάτος του φέροντος σύμφωνα με το πλάτος του σήματος βασικής ζώνης
Μεταβάλλεται η συχνότητα του φέροντος σύμφωνα με την συχνότητα του σήματος βασικής ζώνης

- Μεταβάλλεται η φάση του φέροντος σύμφωνα με το πλάτος του σήματος βασικής ζώνης**
Μεταβάλλεται η συχνότητα του φέροντος σύμφωνα με το πλάτος του σήματος βασικής ζώνης
8. Τα αρχικά FM σημαίνουν:
Frequency Manipulation
Frequency Moderation
Frequency Modulation
Frequency Modification
 9. Δείτε στον παλμογράφο το σήμα βασικής ζώνης «πάνω» στην FM διαμόρφωση. Το σήμα FM αυξάνει την συχνότητά του όταν:
Μειώνεται το πλάτος του σήματος βασικής ζώνης
Όταν το σήμα βασικής ζώνης αλλάζει πρόσημο (περνάει από το μηδέν)
Αυξάνεται το πλάτος του σήματος βασικής ζώνης
Όλα τα παραπάνω
 10. Η ισχύς ενός σήματος FM:
Είναι πάντα σταθερή
Εξαρτάται από το πλάτος του φέροντος
Εξαρτάται από το πλάτος του σήματος βασικής ζώνης
Εξαρτάται από το πλάτος του φέροντος και το πλάτος του σήματος βασικής ζώνης
 11. Το φάσμα ενός σήματος FM με σήμα βασικής ζώνης ένα ημίτονο:
Μοιάζει με αυτό της απλής AM
Είναι επικεντρωμένο στην συχνότητα της βασικής ζώνης
Είναι διαφορετικό από αυτό της απλής AM
Εξαρτάται από το είδος της FM διαμόρφωσης
 12. Το φάσμα ενός σήματος FM:
Έχει μεγαλύτερο εύρος ζώνης από αυτό της AM
Έχει πολλές φασματικές συνιστώσες
Έχει άπειρο εύρος ζώνης
Όλα τα παραπάνω
 13. Η FM στενής ζώνης ονομάζεται έτσι γιατί:
Έχει μικρότερο ενεργό εύρος ζώνης από αυτό της FM ευρείας ζώνης, το οποίο μοιάζει με αυτό της AM-SC
Έχει μικρότερο ενεργό εύρος ζώνης από αυτό της FM ευρείας ζώνης, το οποίο μοιάζει με αυτό της AM-FC
Έχει ίδιο ενεργό εύρος ζώνης με αυτό της FM ευρείας ζώνης, αλλά έχει μικρότερο πλάτος
Τίποτα από τα παραπάνω
 14. Σε μια διαμόρφωση FM όταν αυξάνεται το πλάτος του σήματος βασικής ζώνης :
Αυξάνεται το πλήθος των φασματικών συνιστωσών και κατ' επέκταση το ενεργό εύρος ζώνης της
Αυξάνεται η απόσταση των φασματικών συνιστωσών και κατ' επέκταση το ενεργό εύρος ζώνης της
Αυξάνεται το ύψος των φασματικών συνιστωσών και κατ' επέκταση η ισχύς της FM
Όλα τα παραπάνω
 15. Σε μια διαμόρφωση FM όταν αυξάνεται η συχνότητα του σήματος βασικής ζώνης:

Αυξάνεται το πλήθος των φασματικών συνιστωσών και κατ' επέκταση το ενεργό εύρος ζώνης της

Αυξάνεται η απόσταση των φασματικών συνιστωσών και κατ' επέκταση το ενεργό εύρος ζώνης της

Αυξάνεται το ύψος των φασματικών συνιστωσών και κατ' επέκταση η ισχύς της FM

Τίποτα από τα παραπάνω

16. Έστω ημιτονικό σήμα βασικής ζώνης 3KHz, το οποίο διαμορφώνεται κατά FM με φέρον 100MHz. Το φάσμα της διαμόρφωσης είναι αυτό που βλέπετε στην περίπτωση 4 ($M=4$) του σχήματος 6 (θα το βρείτε πιο πάνω, στο κείμενο με την περιληπτική θεωρία). Το ενεργό εύρος ζώνης της διαμόρφωσης είναι:

30 KHz

6 KHz

Άπειρο

200 MHz

17. Η παραπάνω διαμόρφωση (ερώτημα 16) είναι:

FM ευρείας ζώνης

FM στενής ζώνης

Δεν μπορούμε να συμπεράνουμε

Τίποτα από τα παραπάνω

18. Ποιες συχνότητες φέροντος χρησιμοποιούνται στην ραδιοφωνία FM:

Όλες από 88 KHz – 108 KHz

Όλες από 88 MHz – 108 MHz

Όλες από 88 GHz – 108 GHz

Προκαθορισμένες από 88 MHz – 108 MHz

19. Η FM σε σχέση με την AM:

Απαιτεί μεγαλύτερο εύρος ζώνης

Έχει μεγαλύτερη ανοχή στον θόρυβο

Έχει μεγαλύτερη πολυπλοκότητα υλοποίησης

Όλα τα παραπάνω

20. Θέλετε να κάνουμε και άλλο εργαστήριο;

Βεβαίως!!! Το ρωτάτε;

Εννοείται, ζω για το απόγευμα της Δευτέρας

Να κάνουμε διπλά εργαστήρια πρωί-απόγευμα καθημερινά, με βοήθεια να έχω θετικό Chi !

Όλα τα παραπάνω