

**ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**  
**ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι - 4/2/2011**

**ΘΕΜΑ 1**

Να βρεθούν τα όρια των ακολουθιών:

$$\alpha) a_n = \frac{3 \cdot 5^n + 2 \cdot 5^{2n}}{5^n + 4 \cdot 5^{2n+1}}, \quad \beta) b_n = \sqrt{n+1} - \sqrt{n}.$$

[1 μονάδες]

**ΘΕΜΑ 2**

α) Να βρεθεί η παράγωγος της συνάρτησης:  $f(x) = (5 + 3 \cos^3(x^2))^{1/2}$

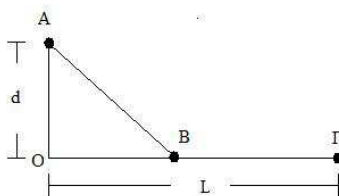
β) Να βρεθεί η εφαπτομένη στην καμπύλη  $y \sin\left(\frac{1}{y}\right) = \frac{2}{\pi} - xy$  στο σημείο  $(x, y) = (0, 2/\pi)$ .

[1.5 μονάδες]

**ΘΕΜΑ 3**

Έστω ότι θέλετε να μεταδώσετε ένα σήμα από τον πομπό Α στο δέκτη Γ του σχήματος, με τη βοήθεια αναμεταδότη Β. Το ηλεκτρομαγνητικό σήμα ταξιδεύει με ταχύτητα  $v$  από τον Α στον Β και με ταχύτητα  $2v$  από τον Β στο Γ. Αν η απόσταση ΟΑ είναι  $d$  και η απόσταση ΟΓ είναι  $L$ , να βρεθεί σε ποιά θέση επάνω στην ευθεία ΟΓ πρέπει να τοποθετηθεί ο αναμεταδότης Β για να φτάσει το σήμα στον Γ στο μικρότερο δυνατό χρόνο.

[2 μονάδες]



#### ΘΕΜΑ 4

Να υπολογιστεί το :  $\sqrt{12 + 1.999^2}$  με σφάλμα μικρότερο του  $10^{-8}$ .

[1.5 μονάδες]

#### ΘΕΜΑ 5

α) Ναδειχθεί ότι:

$$\int_0^{\pi/2} \frac{\cos(x)}{(3 + 2\sin(x))^2} dx = \frac{1}{15}.$$

β) Με βάση την απάντηση στο α), να βρεθεί το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται μεταξύ των καμπυλών

$$y = \frac{\cos(x)}{(3 + 2\sin(x))^2} \quad \text{και} \quad y = \frac{3x - 2}{(x + 2)^2}$$

στο διάστημα  $0 \leq x \leq \pi/2$ .

γ) Να υπολογιστεί το γενικευμένο ολοκλήρωμα:

$$\int_{-\infty}^{-2} \frac{dx}{x^2 - 3x + 2}.$$

[2.75 μονάδες]

#### ΘΕΜΑ 6

α) Ναδειχθεί ότι:  $2 + 2i = \sqrt{8}e^{i\pi/4}$ .

β) Με βάση την απάντηση στο α), ναλυθεί η εξίσωση  $z^3 = 2 + 2i$ .

[1.25 μονάδες]