

**ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**  
**ΕΞΕΤΑΣΗ ΣΤΑ ΜΑΘΗΜΑΤΙΚΑ Ι - 15/11/2011**

**ΘΕΜΑ 1**

Να βρεθούν τα όρια των ακολουθιών:

$$\alpha) a_n = \sqrt{5n+3} (\sqrt{n+2} - \sqrt{n+1}) , \quad \beta) b_n = \frac{n \cdot 3^n + 4^n}{6^n + 1}.$$

[1.5 μονάδες]

**ΘΕΜΑ 2**

α) Να υπολογιστούν τα  $a, b$  ώστε

$$\lim_{x \rightarrow -1} \frac{\sqrt{x^2 - ax + 1} - 2bx}{x + 1} = 1.$$

β) Να υπολογιστεί η παράγωγος της συνάρτησης:  $f(x) = \sin(x - e^{\sin(x^2)})$ .

γ) Να υπολογιστεί η παράγωγος της αντίστροφης συνάρτησης:  $f(x) = \arcsin(x) = \sin^{-1}(x)$ .

[2.5 μονάδες]

**ΘΕΜΑ 3**

Ο κατασκευαστής ενός κινητού τηλεφώνου αναφέρει ότι η ισχύς του πομπού του τηλεφώνου για μικρές αποστάσεις  $x$  από αυτό δίνεται από τη σχέση:  $I(x) = (1+x^2)^{-3/2}$ . Να βρεθεί με τη βοήθεια αναπτύγματος Taylor η ισχύς της ακτινοβολίας που δέχεται κατά προσέγγιση ο εγκέφαλος ενός χρήστη του εν λόγω τηλεφώνου. Δίνεται ότι ο εγκέφαλος ενός χρήστη απέχει απόσταση  $x = 0.001$  από το κινητό. Για το αποτέλεσμα σας κρατείστε όρους μέχρι δεύτερης τάξης.

[2 μονάδες]

#### ΘΕΜΑ 4

α) Να υπολογιστεί το ολοκλήρωμα:

$$I = \int_0^{\pi/4} \frac{\tan(x)}{\cos^2(x) (2 + \tan^2(x))^2} dx.$$

β) Να βρεθεί το εμβαδό του χωρίου που περικλείεται μεταξύ της καμπύλης  $y = \frac{1}{x^3+x}$  και του άξονα  $x$  στο διάστημα  $1 \leq x \leq 2$ .

γ) Να υπολογιστεί (αν συγκλίνει) το γενικευμένο ολοκλήρωμα:

$$\int_0^2 \frac{dx}{x^2 - 1}.$$

[3 μονάδες]

#### ΘΕΜΑ 5

Έστω μιγαδικός αριθμός  $z$  με  $|z| = 1$  και  $\arg(z) = \theta$ . Να βρεθεί ο αριθμός  $w = z^n + (1/z)^n$ .

[1 μονάδες]