

8. Να υπολογιστούν τα όρια:

$$\text{i) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt{1+x} - 1}{x^2}, \quad \text{ii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sqrt[3]{1+x} - \sqrt[3]{1-x}}{x}, \quad \text{iii) } \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\tan(2x)}{\sin(5x)}, \quad \text{iv) } \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{x+1}{x-2}\right)^{2x}$$

9. Δίνεται η συνάρτηση

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 + x - 6}{x + 3}, & \text{αν } x \neq -3 \\ a, & \text{αν } x = -3 \quad (a \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

να οριστεί το a ώστε η f να είναι συνεχής στο \mathbb{R} .

10. Δίνεται η καμπύλη $c: y = 3x^2 - 6x + 1$. Να βρεθούν οι εξισώσεις της εφαπτομένης και της κάθετης της c στο σημείο $P(2,1)$.

11. Να υπολογιστούν τα αόριστα ολοκληρώματα:

$$\text{i) } I_1 = \int \frac{2}{1+x^2} - \frac{3}{\sqrt{1-x^2}} dx \quad \text{ii) } I_2 = \int \frac{3}{1+9t^2} dt \quad \text{iii) } I_3 = \int x \cos(2x) dx$$

$$\text{iv) } I_4 = \int x^n \ln x dx \quad \text{v) } I_5 = \int x^2 e^{-x} dx \quad \text{vi) } I_6 = \int \frac{2}{x^2-1} dx$$

12. Να υπολογιστούν εφόσον συγκλίνουν τα γενικευμένα ολοκληρώματα:

$$\text{i) } I_1 = \int_a^{+\infty} \frac{1}{x^3} dx, a > 0 \quad \text{ii) } I_2 = \int_{-\infty}^{+\infty} x e^{-x^2} dx \quad \text{iii) } I_3 = \int_0^2 \frac{1}{x(x-2)} dx$$

13. Να υπολογιστεί το εμβαδόν των επιπέδων χωρίων που περιορίζονται από την καμπύλη $c: y = x^3 - 4x^2 + 3x$ και τον άξονα $x'Ox$.

14. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του επιπέδου χωρίου D που περιορίζεται από την κλειστή καμπύλη $c: r = 5 - 3 \cos \theta, \theta \in [0, 2\pi]$. ($E(D) = \frac{1}{2} \int_{\theta_1}^{\theta_2} r^2 d\theta$)

15. Να υπολογιστεί το εμβαδόν της επιφάνειας S που παράγεται όταν το τόξο \widehat{AB} της καμπύλης $c: y = \cos x$ όπου $A\left(-\frac{\pi}{2}, 0\right), B\left(\frac{\pi}{2}, 0\right)$, στρέφεται περί

τον άξονα $x'Ox$ κατά μία πλήρη στροφή. ($E(S) = 2\pi \int_a^b y \sqrt{1+(y')^2} dx$)

16. Να υπολογιστεί ο όγκος του στερεού που παράγεται όταν το χωρίο D που περιορίζεται από την καμπύλη $c: y = \sin x$ τον άξονα $x'Ox$ και τις ευθείες $x = 0, x = \pi$ στρέφεται περί τον άξονα $x'Ox$ κατά μία πλήρη περιστροφή.

($V(D_x) = \pi \int_a^b y^2 dx$ όπου $x = a, x = b$ οι κατακόρυφες ευθείες)