

17. Να υπολογιστούν τα όρια:

$$i) \lim_{(x,y) \rightarrow (1,1)} \frac{x^2 - 2xy + y^2}{x^2y - y^3}, ii) \lim_{(x,y) \rightarrow (0,0)} \frac{1 - \cos^2(x^4 + y^4)}{x^4 + y^4}, iii) \lim_{(x,y) \rightarrow (+\infty, +\infty)} \frac{x+y}{x^2 + y^2}, iv) \lim_{(x,y) \rightarrow (k, +\infty)} \left(\frac{y+x}{y}\right)^y$$

18. Να οριστεί το k ώστε να είναι συνεχής στο πεδίο ορισμού της η συνάρτηση:

$$f(x, y) = \begin{cases} (1+x^2) \left(\frac{\sin y}{y}\right), & \text{αν } (x, y) \neq (0, 0) \\ k, & \text{αν } (x, y) = (0, 0) \quad (k \in \mathbb{R}) \end{cases}$$

19. Να υπολογιστεί το μήκος του τόξου της καμπύλης C που ορίζεται από τις παραμετρικές εξισώσεις $C: x = e^t \sin t, y = e^t \cos t, t \in \left[0, \frac{\pi}{2}\right]$.

20. Αν D είναι η περιοχή που περιορίζεται από τις ευθείες $x = 1, x = -1$ και τις καμπύλες $y = x^2$ και $y = -x^2$, να υπολογιστεί το διπλό ολοκλήρωμα:

$$I = \iint_D (x^2 - y^2) dx dy$$

21. Να υπολογιστεί το εμβαδόν του επιπέδου χωρίου D που περιορίζεται από τις καμπύλες $c_1: y^2 = 4x$ και $c_2: x^2 = 4y$. $(E(D) = \iint_D dx dy)$

22. Αν $\Omega = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 : 1 \leq x \leq 3, 0 \leq y \leq 2, 0 \leq z \leq 1\}$, να υπολογιστεί το τριπλό ολοκλήρωμα: $I = \iiint_{\Omega} xyz dx dy dz$

23. Αν C είναι η περιφέρεια του κύκλου $x^2 + y^2 = 4$, να υπολογιστεί το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα: $I = \oint_C (x^2 - y^2) ds$.

24. Αν $C: \vec{r} = \vec{r}(t) = t^2\vec{i} + 3t^2\vec{j} + 4t\vec{k}$, να υπολογιστεί για $0 \leq t \leq 1$ το επικαμπύλιο ολοκλήρωμα: $I = \int_C z dx + x^2 dy - 2y dz$.

25. Αν S είναι η επιφάνεια της σφαίρας $x^2 + y^2 + z^2 = 4$, να υπολογιστεί για $z \geq 0$ το επιφανειακό ολοκλήρωμα: $I = \iint_S z ds$.

26. Να υπολογιστεί η ροπή αδράνειας της επιφάνειας S όπου $S: y = x^2, y + z \leq 1, z \geq 0$, με πυκνότητα $p(x, y) = \sqrt{1 + 4x^2}$.

(ροπή αδράνειας ως προς το συντεταγμένο επίπεδο xz : $I_{xz} = \iint_S y^2 p(x, y) dS$.)