

27. Να υπολογιστεί η Ιακωβιανή (Jacobian) ορίζουσα των συναρτήσεων $g_1 = x - y + 2$, $g_2 = y - z$, $g_3 = x^2 - 2xy$, στο σημείο $P(2,1,2)$.
28. Δίνεται η συνάρτηση $f(x, y, z) = e^y + xz$
- Να υπολογιστεί η κλίση της f στο σημείο $P(1,1,1)$. (τελεστής *Hamilton*)
 - Να υπολογιστεί η παράγωγος της f στο σημείο $P(1,1,1)$ κατά την κατεύθυνση του διανύσματος $\bar{u} = (-2,1,2)$.
29. Να υπολογιστεί στο σημείο $P(1,1,1)$ η Εσσιανή (Hesse) ορίζουσα της συνάρτησης $f(x, y, z) = 4y^3 + e^{xy} + z^2$.
30. Να βρεθούν τα τοπικά ακρότατα και τα σαγματικά σημεία της συνάρτησης $f(x, y) = 2x^3 + (x - y)^2 - 6y$.
31. Να βρεθούν τα τοπικά ακρότατα της συνάρτησης $f(x, y, z) = 7 - x^2 - 2y^2 - 3z^2 + 2xz$.
32. Να βρεθεί ένα κάθετο διάνυσμα στο σημείο $A(0,1,1)$ της επιφάνειας $S: \bar{r} = \bar{r}(u, v) = 2u\bar{i} + (u^2 + v)\bar{j} + v^2\bar{k}$.
33. Να βρεθεί στο σημείο $P(1, -2, 3)$ η εξίσωση του εφαπτόμενου επιπέδου του ελλειψοειδούς $4x^2 + 9y^2 + z^2 - 49 = 0$
34. Να δειχθεί ότι η συνάρτηση $f(x, y, z) = x^2 - y^2 + e^y \sin z$ είναι αρμονική συνάρτηση. (δηλ. πληροί την εξίσωση του Laplace: $\frac{\partial^2 f}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 f}{\partial z^2} = 0$).
35. Για το διανυσματικό πεδίο $\bar{F} = \bar{F}(x, y, z) = (\alpha x + 3yz)\bar{i} + (xz + \beta y)\bar{j} + (xy + \gamma z)\bar{k}$. α) Να βρεθεί η απόκλιση $\text{div}\bar{F} = \bar{\nabla} \cdot \bar{F}$. β) Να βρεθεί η σχέση μεταξύ των παραμέτρων α, β, γ ώστε να είναι ασυμπίεστο (σωληνοειδές).
36. Για το διανυσματικό πεδίο $\bar{F} = \bar{F}(x, y, z) = (x + 2y + az)\bar{i} + (bx - 3y - z)\bar{j} + (4x + cy + 2z)\bar{k}$. α) Να βρεθεί ο στροβιλισμός $\text{rot}\bar{F} = \bar{\nabla} \times \bar{F}$. β) Να βρεθούν οι τιμές των παραμέτρων α, b, c ώστε το πεδίο να είναι αστρόβιλο.
37. Να υπολογιστούν η ταχύτητα \bar{v} και η επιτάχυνση $\bar{\gamma}$ υλικού σημείου που κινείται στην καμπύλη $\bar{r} = \bar{r}(t) = (\cos t, 2t - t^3, t)$ για $t = 0$.