

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ

1. (α) Να βρεθούν οι τιμές του a για τις οποίες τα διανύσματα $[1 \ 1 \ a]^T$, $[2 \ 0 \ 1]^T$, $[3 \ -1 \ 1]^T$ αποτελούν μια βάση του \mathbb{R}^3 .

(β) Για τις τιμές του a που βρήκατε πριν, να εκφράσετε το $[1 \ 0 \ 0]^T$ ως γραμμικό συνδυασμό των $[1 \ 1 \ a]^T$, $[2 \ 0 \ 1]^T$, $[3 \ -1 \ 1]^T$.

2. Να βρεθεί ο πίνακας X αν:

$$\begin{bmatrix} -2 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix}^2 - 3X = \begin{bmatrix} -1 \\ 2 \end{bmatrix} [3 \ 1] - \begin{bmatrix} 1 & 3 & 0 \\ -2 & 0 & 1 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} 2 & 1 \\ 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{bmatrix}$$

3. (α) Να βρεθούν οι ιδιοτιμές του πίνακα $A = \begin{bmatrix} 4 & -5 \\ 2 & -3 \end{bmatrix}$

(β) Για τις ιδιοτιμές του πίνακα A να βρεθούν τα αντίστοιχα ιδιοδιανύσματα.

4. Δίνεται το σύστημα

$$\begin{aligned} x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 9 \\ 2x_1 - x_2 + x_3 &= 8 \\ 3x_1 &\quad - x_3 = 3 \end{aligned}$$

(α) Να λυθεί με τη μέθοδο απαλοιφής του Gauss χωρίς οδήγηση.

(β) Να λυθεί με τη μέθοδο Cramer.

5. Να δειχθεί ότι η ακολουθία $\left\{ \frac{2n+a}{n} \right\}$ όπου $a \in \mathbb{R}, a > 0$ είναι

συγκλίνουσα και στη συνέχεια να βρεθεί το όριό της όταν $n \rightarrow +\infty$.

6. Να δειχθεί ότι η σειρά $\sum_{n=1}^{\infty} \frac{n+1}{4^n}$ συγκλίνει.

7. Να βρεθεί η ακτίνα σύγκλισης της δυναμοσειράς

$$1 + \sum_{n=1}^{\infty} \frac{x^n}{n!}$$