

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ(3^η ΕΡΓΑΣΙΑ)

- 13.** Οι τυχαίες μεταβλητές X και Y με από κοινού συνάρτηση κατανομής πιθανότητας:
- $$F(x, y) = \frac{x^2 y}{30} \text{ όπου } x = 1, 2, \quad y = 1, 2, 3,$$
- Να βρεθούν οι περιθώριες συναρτήσεις κατανομής $F_X(x)$ και $F_Y(y)$.
 - Να εξεταστεί αν οι τυχαίες μεταβλητές X και Y είναι ανεξάρτητες μεταβλητές.
- 14.** Η από κοινού συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας της δισδιάστατης τυχαίας μεταβλητής (X, Y) δίνεται από τον τύπο: $f(x, y) = \begin{cases} 6x^2 y, & \text{αν } 0 < x, y < 1 \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$.
- Να υπολογιστούν οι συναρτήσεις $f_X(x)$, $f_Y(y)$, $f_{X|Y}(x|y)$ και $f_{Y|X}(y|x)$.
 - Να υπολογιστούν οι δεσμευμένες μέσες τιμές $E\left[X\left|Y = \frac{1}{8}\right.\right]$ και $E\left[Y\left|X = \frac{1}{4}\right.\right]$
- 15.** Δύο παίκτες A , και B που παίζουν το εξής παιχνίδι. Ρίχνουν ένα ζάρι μία φορά και αν η ένδειξη είναι 1, 3 ή 5 ο παίχτης A δίνει στον παίκτη B το ποσό των 1, 2 ή 3 Ευρώ αντίστοιχα, ενώ αν η ένδειξη είναι 2, 4 ή 6 ο παίχτης B δίνει στον παίκτη A το ποσό των 3, 2 ή 1 Ευρώ αντίστοιχα. Να βρεθεί η πιθανότητα σε 52 επαναλήψεις του παιχνιδιού:
- Ο παίχτης A να κερδίσει τουλάχιστον 12 Ευρώ.
 - Ο παίχτης A να κερδίσει το πολύ 24 Ευρώ.
- 16.** Ένα περιφερειακό κέντρο υπολογιστών, θέλει να υπολογίσει την απόδοση του δίσκου της μνήμης του συστήματος. Ένα μέτρο της απόδοσης είναι ο μέσος χρόνος μεταξύ αδυναμιών εκτέλεσης μιας λειτουργίας (αποτυχιών) του δίσκου της μνήμης. Για να υπολογίσει αυτή την τιμή, το κέντρο κατέγραψε το χρόνο αποτυχιών για ένα τυχαίο δείγμα 45 αποτυχιών του δίσκου. Υπολογίστηκαν τα ακόλουθα δειγματικά στατιστικά: $\bar{x} = 1762$ ώρες $s = 215$ ώρες.
- Εκτιμήστε την πραγματική μέση τιμή του χρόνου μεταξύ αποτυχιών με ένα 90% διάστημα εμπιστοσύνης.
 - Εάν ο δίσκος μνήμης του συστήματος τρέχει σωστά, η πραγματική μέση τιμή ξεπερνά τις 1700 ώρες. Βάσει του διαστήματος εμπιστοσύνης που εκτιμήσατε στο ερώτημα Α., τι μπορείτε να συμπεράνετε για το δίσκο μνήμης.
- 17.** Πάρθηκαν τυχαία 10 φοιτητές και είχαν βάρη σε kg: 53, 55, 60, 62, 62, 66, 69, 74, 78, 81. Υποθέτοντας ότι το βάρος των φοιτητών, ακολουθεί κανονική κατανομή $N(68, 100)$.
- Μπορούμε να ισχυριστούμε ότι το μέσο βάρος τους, είναι μικρότερο από 68 κιλά και όχι 68; ($\alpha = 0,05$)
 - Βρείτε τη σημαντικότητα του test.