

ΑΣΚΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΛΥΣΗ(1^η ΕΡΓΑΣΙΑ)

1. Δίνονται οι μιγαδικοί αριθμοί: $z_1 = 4 + 5i$, $z_2 = 6 - 3i$, $z_3 = 4 + 2i$. Να βρεθούν οι μιγαδικοί αριθμοί: $w_1 = z_1 + z_2 - z_3$, $w_2 = \frac{z_1}{z_2}$, $w_3 = \frac{z_1 z_3}{z_2}$, και $w_4 = \frac{1}{z_3}$.

2. Να βρεθούν οι πραγματικοί αριθμοί x, y για τους οποίους ισχύει:

$$\frac{4 + 2i}{1 + i} + \frac{2}{x + yi} = 4$$

3. Να βρεθούν οι τετραγωνικές ρίζες του μιγαδικού αριθμού $z = -5 - 12i$.

4. Δίνεται ο μιγαδικός αριθμός $z = -1 - i$.

- Να γίνει γεωμετρική αναπαράσταση.
- Να μετατραπεί στην τριγωνομετρική μορφή.
- Να μετατραπεί στην εκθετική μιγαδική μορφή.

5. Να λυθούν στο \mathbb{C} οι εξισώσεις:

- $z^3 = -i$
- $\cos z = 2$

6. Ναδειχθεί ότι η συνάρτηση $f(z) = 2z + i$, $z \in \mathbb{C}$ απεικονίζει κάθε σημείο του κύκλου με εξίσωση $|z| = 1$ σε σημείο ενός άλλου κύκλου του μιγαδικού επιπέδου και να βρεθούν το κέντρο και η ακτίνα του δεύτερου κύκλου.

7. Να εξεταστεί αν η συνάρτηση

$$f(z) = \begin{cases} \frac{z^2 + 1}{z - i}, & \text{αν } z \neq i \\ 3i, & \text{αν } z = i \end{cases}$$

είναι συνεχής στο $z = i$.

8. Ναδειχθεί ότι η συνάρτηση $f(z) = \bar{z} = x - iy$ δεν είναι παραγωγίσιμη.