

# Unification (Ταυτοποίηση)

Βασίλης Κουντουριώτης

# Unification - Ταυτοποίηση

Η διαδικασία με την οποία **δυο ή περισσότερες εκφράσεις** γίνονται «ίδιες» αναθέτοντας τιμές σε μεταβλητές.

Για παράδειγμα:

- ▶ Οι εκφράσεις

$$p(X, Y), p(a, Z), p(W, b)$$

ταυτοποιούνται αν

$$X = a, Y = b, Z = b, W = a$$

δίνοντας την  $p(a, b)$ .

# Αντικαταστάσεις

Μια αντικατάσταση είναι ένα σύνολο:

$$Th = \{V_1/t_1, \dots, V_n/t_n\}$$

όπου  $V_i$  μεταβλητές και  $t_j$  όροι.

**Διαίσθηση:**

Αντικατέστησε τη μεταβλητή  $V_1$  με τον όρο  $t_1$ , ... και τη μεταβλητή  $V_n$  με τον όρο  $t_n$

## Σύνθεση αντικαταστάσεων

Έστω  $Th = \{U_1/s_1, \dots, U_m/s_m\}$  και  $\sigma = \{V_1/t_1, \dots, V_n/t_n\}$

Η σύνθεση των  $Th$  και  $\sigma$  είναι η αντικατάσταση που προκύπτει από το σύνολο

$$Th\sigma = \{U_1/s_1\sigma, \dots, U_m/s_m\sigma, V_1/t_1, \dots, V_n/t_n\}$$

Αν

- ▶ Διαγραφεί κάθε  $U_i/s_i\sigma$  όπου  $U_i = s_i\sigma$   
(Δεν θέλουμε να έχουμε αντικαταστάσεις του τύπου  $U_i/U_i$ )
- ▶ Διαγραφεί κάθε  $V_j/t_j$  όπου  $V_j \in \{U_1, \dots, U_m\}$   
(Δεν θα υπάρχει πλέον  $V_j$  μετά από την εφαρμογή της  $Th$ )

# Εκφράσεις

Μια **απλή έκφραση** μπορεί να είναι:

- ▶ Ένας (ατομικός) όρος
- ▶ Μια ατομική πρόταση

Πχ:  $p(X, f(X))$

Μια **έκφραση** μπορεί να είναι:

- ▶ Μια απλή έκφραση
- ▶ Διάζευξη από απλές εκφράσεις
- ▶ Σύζευξη από απλές προτάσεις

Πχ:  $p(X, f(X)) \wedge q(X)$

# Εκφράσεις

Έστω  $Th = \{V_1/t_1, \dots, V_n/t_n\}$  και  $E$  μια έκφραση τότε η  $ETh$  είναι η έκφραση στην οποία έχουμε αντικαταστήσει κάθε εμφάνιση των μεταβλητών  $V_i$  με τους αντίστοιχους όρους  $t_i$ .

Η  $ETh$  ονομάζεται **στιγμιότυπο** της  $E$  μέσω της  $Th$ .

# Ταυτοποιητής

Έστω  $S$  σύνολο απλών εκφράσεων και  $Th$  αντικατάσταση. Τότε

$$Sth = \{Eth \mid E \in S\}$$

Το  $Th$  είναι ταυτοποιητής αν

$$|Sth| = 1$$

# Πιο Γενικός Ταυτοποιητής

Most General Unifier - mgu

Έστω  $S = \{p(a, Y, Z, W), p(X, b, Z, W)\}$ .

Ταυτοποιητές:

- ▶  $Th_1 = \{X/a, Y/b\}$   
 $STh_1 = \{p(a, b, Z, W)\}$



# Πιο Γενικός Ταυτοποιητής

Most General Unifier - mgu

Έστω  $S = \{p(a, Y, Z, W), p(X, b, Z, W)\}$ .

Ταυτοποιητές:

- ▶  $Th_1 = \{X/a, Y/b\}$   
 $STh_1 = \{p(a, b, Z, W)\}$
- ▶  $Th_2 = \{X/a, Y/b, Z/c\} = Th_1\{Z/c\}$   
 $STh_2 = \{p(a, b, c, W)\}$

# Πιο Γενικός Ταυτοποιητής

Most General Unifier - mgu

Έστω  $S = \{p(a, Y, Z, W), p(X, b, Z, W)\}$ .

Ταυτοποιητές:

- ▶  $Th_1 = \{X/a, Y/b\}$   
 $STh_1 = \{p(a, b, Z, W)\}$
- ▶  $Th_2 = \{X/a, Y/b, Z/c\} = Th_1\{Z/c\}$   
 $STh_2 = \{p(a, b, c, W)\}$
- ▶  $Th_3 = \{X/a, Y/b, Z/c, W/d\} = Th_1\{Z/c, W/d\}$   
 $STh_3 = \{p(a, b, c, d)\}$

# Πιο Γενικός Ταυτοποιητής

Most General Unifier - mgu

Έστω  $S = \{p(a, Y, Z, W), p(X, b, Z, W)\}$ .

Ταυτοποιητές:

- ▶  $Th_1 = \{X/a, Y/b\} \leftarrow \text{mgu}$   
 $STh_1 = \{p(a, b, Z, W)\}$
- ▶  $Th_2 = \{X/a, Y/b, Z/c\} = Th_1\{Z/c\}$   
 $STh_2 = \{p(a, b, c, W)\}$
- ▶  $Th_3 = \{X/a, Y/b, Z/c, W/d\} = Th_1\{Z/c, W/d\}$   
 $STh_3 = \{p(a, b, c, d)\}$

Για κάθε ταυτοποιητή  $T$  υπάρχει αντικατάσταση  $\sigma$  ώστε  $T = Th_1\sigma$ . Άρα ο  $Th_1$  είναι ο **mgu**.

# Σύνολο Διαφωνίας

Έστω

$S$ : Σύνολο απλών εκφράσεων

Το σύνολο διαφωνίας του  $S$ :

$D(S)$ : Περιέχει υποεκφράσεις στις οποίες διαφέρουν οι εκφράσεις του  $S$ .

Παράδειγμα:

$$S = \{p(X, f(Y, Z)), p(X, a), p(X, g(h(k(X))))\}$$

$$D(S) = \{f(Y, Z), a, g(h(k(X)))\}$$

# Αλγόριθμος ταυτοποίησης

Είσοδος

**S**: πεπερασμένο σύνολο απλών εκφράσεων

Αρχικοποίηση

$k := 0, \sigma_0 = \varepsilon, \text{unifiable} := \text{true}$

Αλγόριθμος

**while** unifiable **and**  $|S\sigma_k| > 1$  **do**

$D_k(S\sigma_k) :=$  σύνολο διαφωνίας του  $S$

**if**  $\exists V, t \in D_k(S\sigma_k): V$  μεταβλητή που δεν εμφανίζεται στην  $t$  **then**

$\sigma_{k+1} := \sigma\{V/t\}$

$k := k + 1$

**else**

unifiable := false

**end if**

**end while**

**if** unifiable **return**  $\sigma_k$  **else** αποτυχία