Άσκηση 2: Λαβύρινθοι και ρομπότ

Η εταιρία «Ρομπότ» παρουσιάζει το νέο της μοντέλο, τον πλοηγό πάρκων Ρ-310. Το Ρ-310 είναι δημοφιλές γιατί όπου και αν είσαι μέσα στο πάρκο σου λέει πώς πρέπει να κινηθείς για να φτάσεις όπου θες μέσα στο πάρκο χωρίς να πατήσεις το πράσινο. Οι κινήσεις που μπορεί να υποδείξει το Ρ-310 στο χρήστη του είναι βόρεια (↑), νότια (↓), ανατολικά (→), ή δυτικά (←).

Στο παρακάτω σχήμα φαίνεται το σχήμα του ενός πάρκου, όπου οι σκιασμένες περιοχές αντιστοιχούν σε πράσινο και τα υπόλοιπα είναι δρόμοι.

		Y				
		1	2	3	4	5
X	1					
	2					
	3					
	4					
	5					

Σημειώνουμε πως λόγω προβλημάτων στην ακρίβεια του μηχανισμού προσδιορισμού θέσης, το Ρ-310 μπορεί να προσδιορίσει τη θέση του με ακρίβεια 50 μέτρων αλλά το παραπάνω σχήμα του πάρκου (το οποίο έχει μέγεθος 250m x 250m) είναι ακριβές για το σκοπό που το θέλουμε.

Η εταιρία «Ρομπότ», παράλληλα με την παρουσίαση του Ρ-310 προκήρυξε και ένα διαγωνισμό για την ανακάλυψη του μηχανισμού πλοήγησης που χρησιμοποιεί το Ρ-310 προκειμένου να φτάσει από ένα τετράγωνο-αφετηρία σε ένα τετράγωνο-προορισμό.

Σ' αυτή την εργασία θα αναπτύξετε τη δική σας συμμετοχή στο διαγωνισμό.

Α. (Σχεδιασμός χώρου καταστάσεων) Περιγράψτε και σχεδιάστε το χώρο καταστάσεων του προβλήματος τεκμηριώνοντας το πώς χειριστήκατε τα τετράγωνα πρασίνου.

Ενδεικτική επίλυση

Κάθε κατάσταση είναι ένα διατεταγμένο ζεύγος συντεταγμένων (X,Y) σύμφωνα με το σχήμα.

Οι τελεστές είναι τέσσερεις: βόρεια (↑), νότια (↓), ανατολικά (→), δυτικά (←).

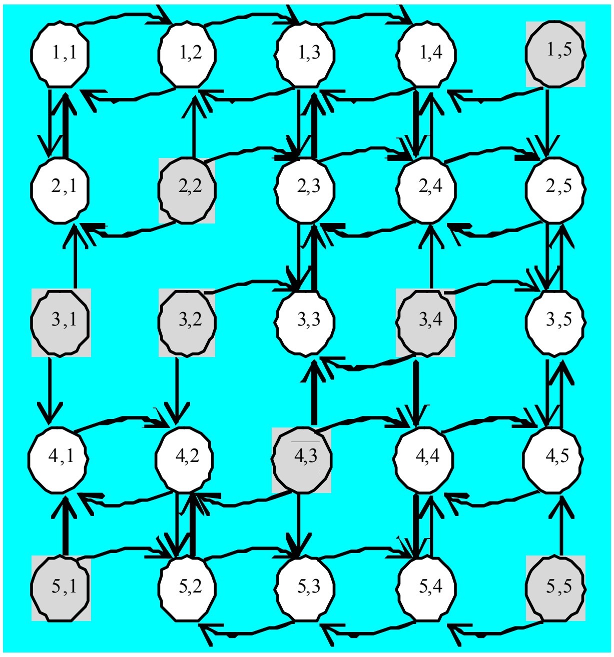
Για λόγους πληρότητας, υποθέτουμε πως θέλουμε να καλύψουμε και τις περιπτώσεις όπου το ΝΡ-310 έχει τοποθετηθεί σε ένα πράσινο τετράγωνο και θέλουμε να το απομακρύνουμε.

Σε κάθε κατάσταση μπορούν να εφαρμοστούν *εν δυνάμει* όλοι οι τελεστές, όμως:

- Στα ακριανά τετράγωνα δε μπορούν να εφαρμοστούν οι τελεστές που θα οδηγήσουν το ΝΡ-310 εκτός πάρκου
- Δεν επιτρέπεται η εφαρμογή τελεστή σε μία κατάσταση όταν η επόμενη κατάσταση θα ήταν «πράσινο» τετράγωνο (εκτός αν πρόκειται για πράσινο τετράγωνο που είναι εγκλωβισμένο μέσα σε άλλα πράσινα τετράγωνα).

Όλα τα τετράγωνα είναι εν δυνάμει αρχικές καταστάσεις. Τελική κατάσταση είναι το τετράγωνο-προορισμός (που δε μπορεί να είναι πράσινο).

Στο επόμενο σχήμα φαίνεται ο χώρος καταστάσεων (με προφανή σημασιολογία μεταβάσεων).



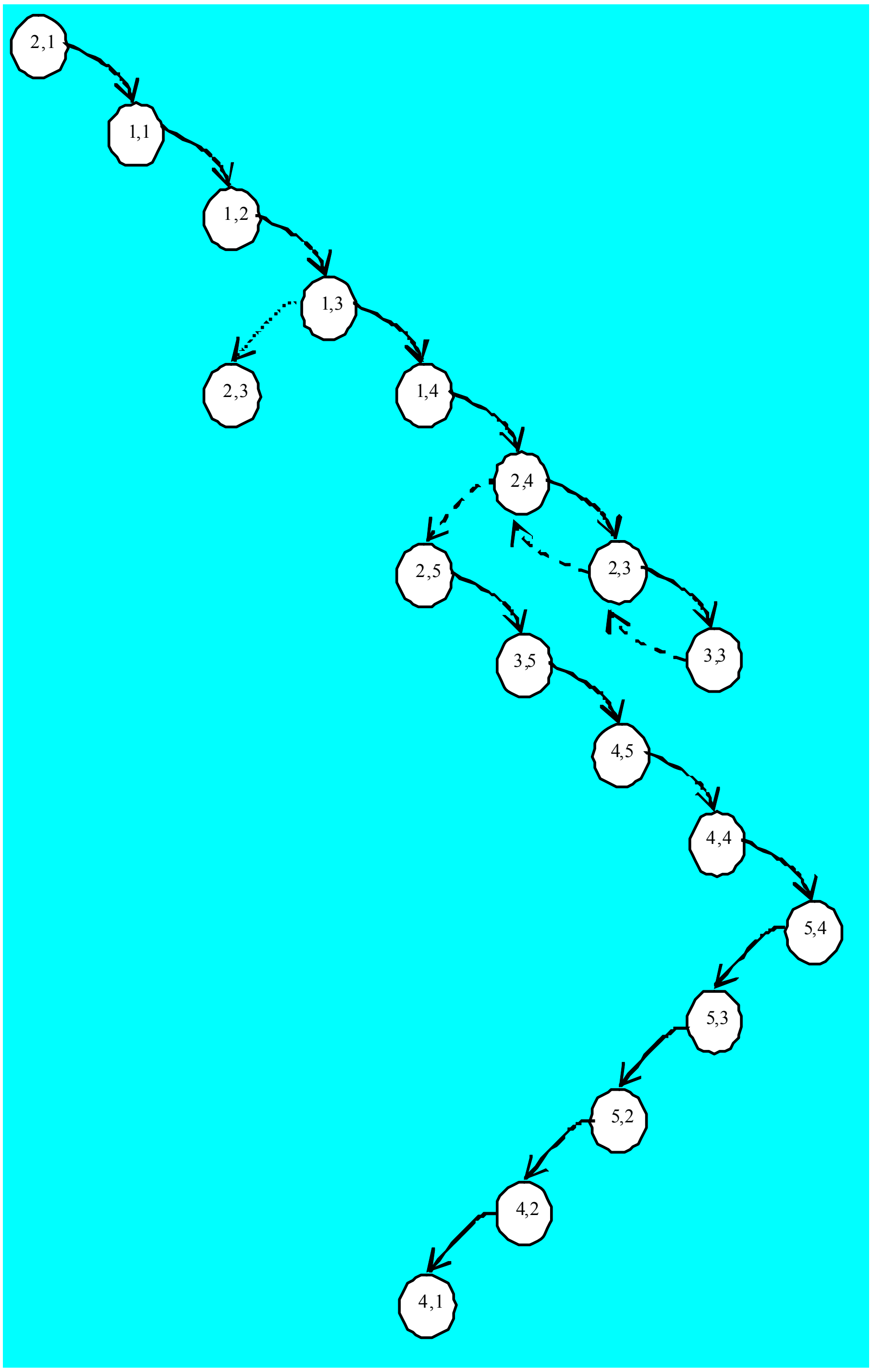
Β. **(Αναζήτηση κατά βάθος)** Ποιά είναι η διαδρομή από το τετράγωνο (2,1) στο τετράγωνο (4,1) στην αναζήτηση-κατά-βάθος; Υποθέστε ότι μεταξύ εναλλακτικών επιλέγετε πρώτα αυτή με τη μικρότερη *X* συντεταγμένη (και μετά, αν χρειαστεί, αυτή με τη μικρότερη *Y* συντεταγμένη).

Ενδεικτική επίλυση

Η διαδρομή φαίνεται στο επόμενο σχήμα.

Οι στικτές μεταβάσεις – π.χ. από το (1,3) στο (2,3) – συμβολίζουν μονοπάτια που δεν εξετάζονται καθόλου στα πλαίσια της αναζήτησης κατά βάθος.

Οι διακεκομμένες μεταβάσεις – π.χ. από το (2,3) στο (2,4) και από εκεί στο (2,5) – συμβολίζουν μονοπάτια που ακολουθήθηκαν στα πλαίσια οπισθοδρόμησης (backtracking).



Γ. **(Αναζήτηση κατά βάθος – νέος δρόμος)** Η νέα διεύθυνση του πάρκου αποφάσισε να «τσιμεντάρει» το τετράγωνο (3,1) για να το κάνει δρόμο (κάτι που θα ισχύει για τα επόμενα ερωτήματα της εργασίας). Θα βελτιωθεί η αναζήτηση κατά βάθος για τη συγκεκριμένη διαδρομή;

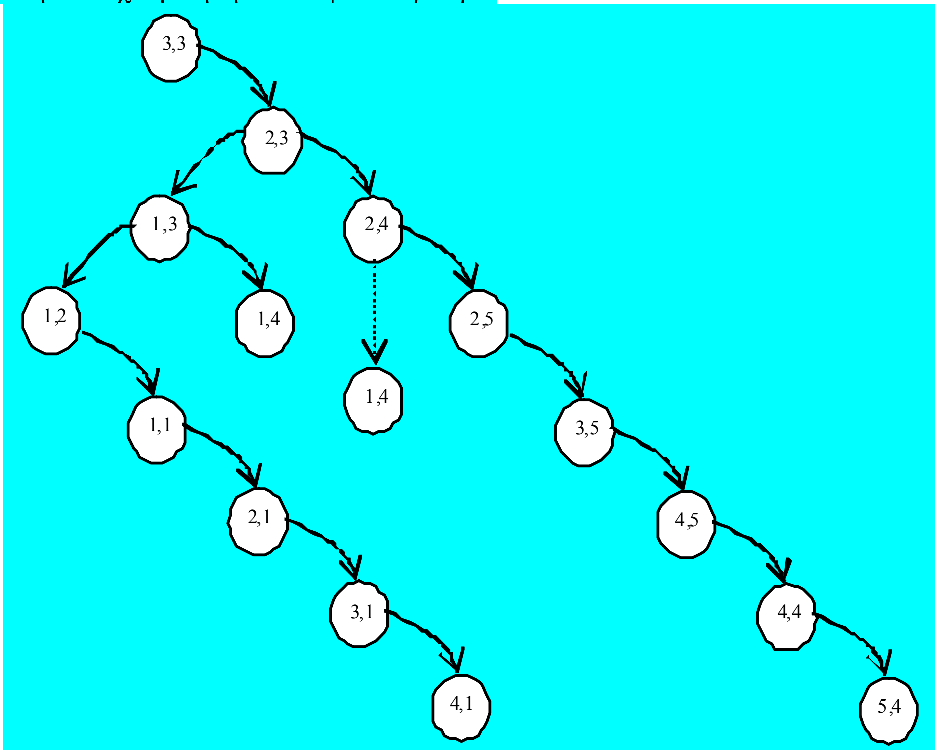
Ενδεικτική επίλυση

Πρακτικά όχι. Καθώς μετά το τετράγωνο (2,1) η πλοήγηση προτιμάει το (1,1) έναντι του (3,1) και από το (1,1) υπάρχει διαδρομή προς το (4,1), τότε η αναζήτηση κατά βάθος πάλι θα κάνει ένα τεράστιο κύκλο.

Δ. (Αναζήτηση κατά πλάτος) Ποιά είναι η διαδρομή από το τετράγωνο (3,3) στο τετράγωνο (4,1) στην αναζήτηση-κατά-πλάτος; Υποθέστε ότι μεταξύ εναλλακτικών επιλέγετε πρώτα αυτή με τη μικρότερη *X* συντεταγμένη (και μετά, αν χρειαστεί, αυτή με τη μικρότερη *Y* συντεταγμένη).

Ενδεικτική επίλυση

Θα αναπτύσσονται δύο διαδρομές, μέχρι η συντομότερη να καταλήξει (στο σχήμα απεικονίζουμε και την ανάπτυξη της δεύτερης διαδρομής μέχρι του σημείου που ήταν ακόμη ανταγωνιστική). Απεικονίζουμε επίσης με διακεκομμένη γραμμή τη μετάβαση που οδηγεί σε κατάσταση που έχουμε ήδη επισκεφτεί νωρίτερα.



Ε. (Αναζήτηση με Α*) Κατά βάθος πιστεύευε πως η εταιρία «Νευρωνικά Ρομπότ» θα έχει εφαρμόσει κάτι πιο εξελιγμένο από μία τυφλή αναζήτηση και σκέφτεστε να δοκιμάσετε τον Α* με ένα απλό ευρετικό, την block απόσταση ανάμεσα σε δύο τετράγωνα:

$$\textit{block distance}\ ((x_1,y_1),(x_2,y_2)) = |x_1-x_2|+|y_1-y_2|$$

Σχεδιάστε την αναζήτηση από το (2,4) στο (4,1).

Υποθέστε ότι μεταξύ εναλλακτικών επιλέγετε πρώτα αυτή με τη μικρότερη X συντεταγμένη (και μετά, αν χρειαστεί, αυτή με τη μικρότερη Y συντεταγμένη).

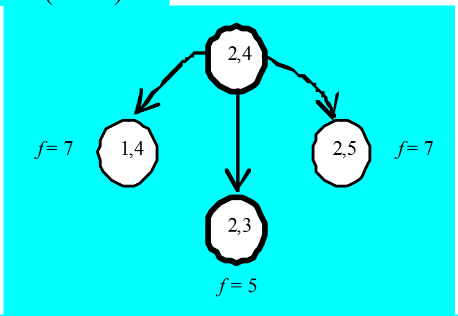
Ενδεικτική επίλυση

Από την κατάσταση (2,4) μπορούμε να πάμε στις καταστάσεις (1,4), (2,3) και (2,5). Έχουμε:

$f\,(1,4) = g\,(1,4) + h\,(1,4) = 1 + (3 + 3) = 7$

$f\,(2,3) = g\,(2,3) + h\,(2,3) = 1 + (2 + 2) = 5$

$f\,(2,5) = g\,(2,5) + h\,(2,5) = 1 + (4 + 2) = 7$

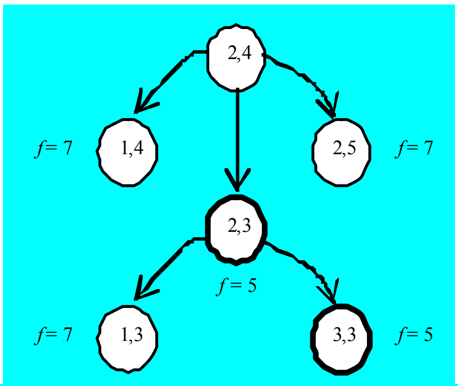


Επιλέγουμε την κατάσταση (2,3), άρα το σύνολο των ανοικτών καταστάσεων (το κόστος τους φαίνεται σε μορφή δείκτη) είναι πλέον το $\{(1,4)_7, (2,5)_7\}$.

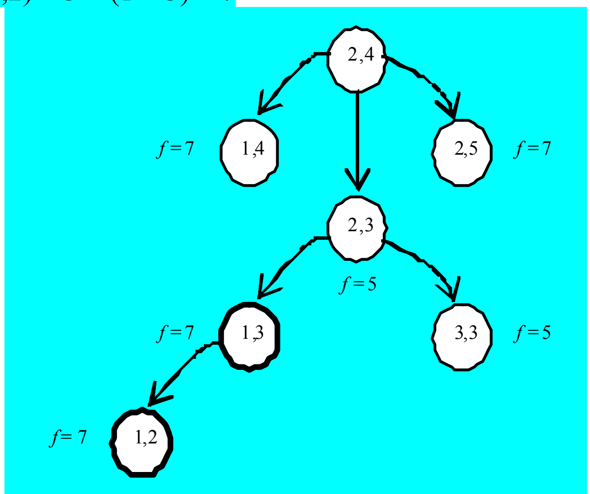
Από την (2,3) μπορούμε να πάμε στις (1,3) και (3,3). Έχουμε:

$f\,(1,3) = g\,(1,3) + h\,(1,3) = 2 + (3 + 2) = 7$

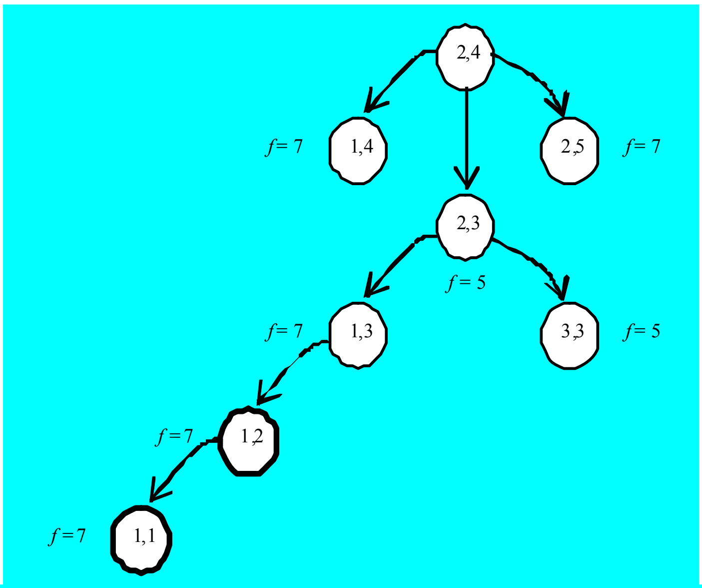
$f\,(3,3) = g\,(3,3) + h\,(3,3) = 2 + (1 + 2) = 5$



Επιλέγουμε την (3,3), άρα το σύνολο των ανοικτών καταστάσεων είναι πλέον το { $(1,3)_7$, $(1,4)_7$, $(2,5)_7$}.
Η (3,3) οδηγεί σε αδιέξοδο αφού δεν έχει επόμενες καταστάσεις, οπότε επιλέγουμε την επόμενη διαθέσιμη ανοικτή κατάσταση.
Επιλέγουμε την (1,3), άρα το σύνολο των ανοικτών καταστάσεων είναι πλέον το { $(1,4)_7$, $(2,5)_7$}.
Από την (1,3) μπορούμε να πάμε στις (1,2), (1,4) και (2,3). Όμως η (1,4) είναι ήδη στις ανοικτές καταστάσεις ενώ η (2,3) είναι στις κλειστές καταστάσεις. Έχουμε:
$f(1,2) = g(1,2) + h(1,2) = 3 + (1 + 3) = 7$



Θα επιλέξουμε την (1,2) λόγω του λεξικογραφικού κανόνα μας για προτεραιότητες επιλογών, άρα το σύνολο των ανοικτών καταστάσεων παραμένει το { $(1,4)_7$, $(2,5)_7$}.
Από την (1,2) μπορούμε να πάμε στην (1,1). Έχουμε:
$f(1,1) = g(1,1) + h(1,1) = 4 + 3 = 7$.

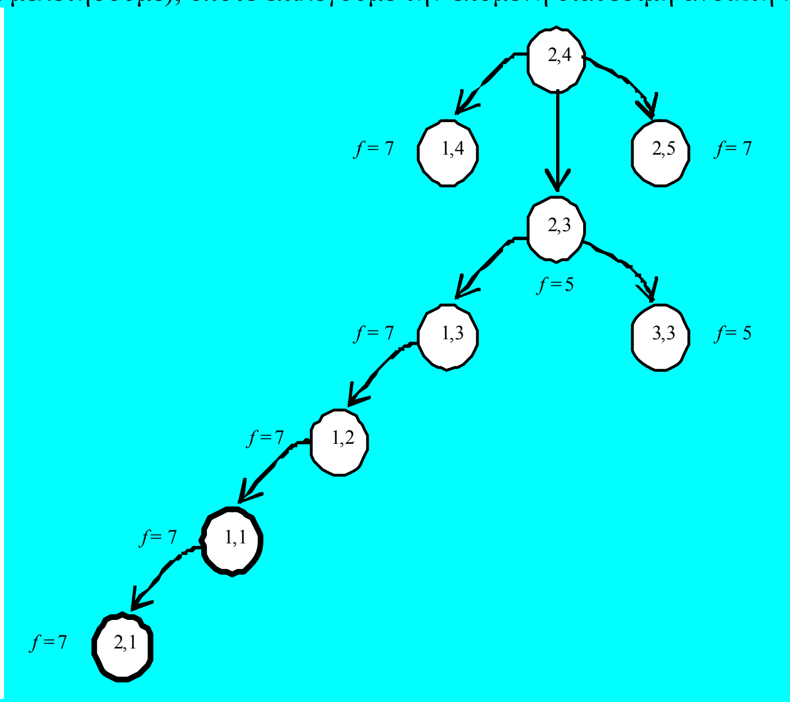


Θα επιλέξουμε την (1,1) λόγω του λεξικογραφικού κανόνα μας για προτεραιότητες επιλογών, άρα το σύνολο των ανοικτών καταστάσεων παραμένει το { $(1,4)_7$, $(2,5)_7$}.

Από την (1,1) μπορούμε να πάμε στην (2,1). Έχουμε:

$f(2,1) = g(2,1) + h(2,1) = 5 + 2 = 7$.

Σ' αυτό το σημείο πρέπει πλέον να επιλέξουμε την (1,4) λόγω του λεξικογραφικού κανόνα μας για προτεραιότητες επιλογών, άρα το σύνολο των ανοικτών καταστάσεων θα γίνει πλέον το { $(2,1)_7$, $(2,5)_7$}. Η (1,4) οδηγεί σε αδιέξοδο αφού δεν έχει επόμενες καταστάσεις (που να χρειάζεται να μελετήσουμε), οπότε επιλέγουμε την επόμενη διαθέσιμη ανοικτή κατάσταση.



Επιλέγουμε την (2,1), άρα το σύνολο των ανοικτών καταστάσεων είναι πλέον το {$(2,5)_7$}.

Από την (2,1) μπορούμε να πάμε στην (3,1). Έχουμε:

$f(3,1) = g(3,1) + h(3,1) = 6 + 1 = 7$.

Σ' αυτό το σημείο πρέπει πλέον να επιλέξουμε την (2,5) λόγω του λεξικογραφικού κανόνα μας για προτεραιότητες επιλογών, άρα το σύνολο των ανοικτών καταστάσεων θα γίνει πλέον το { $(3,1)_7$}.

Τα επόμενα βήματα είναι όμοια, με τον Α* να μελετάει ανά πάσα στιγμή δύο καταστάσεις προς επέκταση, με ίδιο κόστος την καθεμία.

Έτσι, η (2,5) θα προσθέσει στις ανοικτές καταστάσεις την (3,5), που θα «χάσει» από την (3,1). Στη συνέχεια, η (3,1) θα προσθέσει στις ανοικτές καταστάσεις την (4,1), που θα «χάσει» από την (3,5). Στη συνέχεια, η (3,5) θα προσθέσει στις ανοικτές καταστάσεις την (4,5), που θα «χάσει» από την (4,1).

Σ' αυτό το σημείο ο αλγόριθμος θ' αντιληφθεί ότι είναι σε τελική κατάσταση και θα τερματίσει.

Παρατηρούμε ότι ο αλγόριθμος A* ασχολήθηκε αρκετή ώρα στη μέση του πάρκου μέχρι να αποφασίσει ποιός είναι ο σωστός δρόμος για το τετράγωνο-προορισμό.