<u>ΘΕΜΑ 2ο</u>

Δίνεται το παρακάτω στιγμιότυπο μιας απλοποιημένης εκδοχής του παιχνιδιού SUDOKU διαστάσεων 6x6.

1		6			5
	4		2		
	5				6
			4		
3				1	

Ειδικότερα, οι κανόνες είναι οι εξής: Συμπληρώστε τα κενά τετράγωνα με αριθμούς από το 1 έως το 6 έτσι ώστε:

α) Να μην εμφανίζεται δύο ή περισσότερες φορές ο ίδιος αριθμός στην ίδια σειρά του μεγάλου τετραγώνου.

β) Να μην εμφανίζεται δύο ή περισσότερες φορές ο ίδιος αριθμός στην ίδια στήλη του μεγάλου τετραγώνου.

γ) Να μην εμφανίζεται δύο ή περισσότερες φορές ο ίδιος αριθμός σε κάθε ένα από τα έξι ορθογώνια διαστάσεων 2x3.

Μοντελοποιήστε το πρόβλημα ως πρόβλημα ικανοποίησης περιορισμών και βρείτε τη λύση του (έχει μία μόνο λύση) χρησιμοποιώντας έλεγχο συνέπειας και (αν χρειαστεί) αναζήτηση.

<u>Υπόδειξη</u>: Για να ορίσετε ότι τρεις (αντίστοιχα και για περισσότερες) μεταβλητές X,Y,Z είναι όλες διαφορετικές ανά δύο μεταξύ τους, αντί για X≠Y, X≠Z, Y≠Z, γράψτε πιο σύντομα all_different(X,Y,Z).

Απάντηση:

Ορίζουμε τόσες μεταβλητές περιορισμών, όσα είναι τα τετράγωνα. Το πεδίο κάθε μίας εξ' αυτών είναι το σύνολο {1,2,3,4,5,6}. Ονομάζουμε τις μεταβλητές ως εξής:

A	B	C	D	E	F
G	H	I	J	K	L
M	N	O	P	Q	R
S	T	U	V	W	X
Y	Z	Γ	Δ	Θ	Λ
Ξ	Π	Σ	Φ	Ψ	Ω

Οι περιορισμοί είναι οι εξής:

all_different(A, B, C, D, E, F). (C1)
all_different(G, H, I, J, K, L). (C2)
all_different(M, N, O, P, Q, R). (C3)
all_different(S, T, U, V, W, X). (C4)
all_different(Y, Z, Γ, Δ, Θ, Λ). (C5)
all_different(Ξ, Π, Σ, Φ, Ψ, Ω). (C6)

all_different(A, G, M, S, Y, Ξ). (C7)
all_different(B, H, N, T, Z, Π). (C8)
all_different(C, I, O, U, Γ, Σ). (C9)
all_different(D, J, P, V, Δ, Φ). (C10)
all_different(E, K, Q, W, Θ, Ψ). (C11)
all_different(F, L, R, X, Λ, Ω). (C12)

all_different(A, B, C, G, H, I). (C13)
all_different(D, E, F, J, K, L). (C14)
all_different(M, N, O, S, T, U). (C15)
all_different(P, Q, R, V, W, X). (C16)
all_different(Y, Z, Γ, Ξ, Π, Σ). (C17)
all_different(Δ, Θ, Λ, Φ, Ψ, Ω). (C18)

Ήδη γνωρίζουμε τις τιμές δέκα θέσεων, και ειδικότερα ότι A=1, C=6, F=5, H=4, J=2, N=5, R=6, V=4, Ξ=3, Ψ=1. Άρα μπορούμε να πούμε ότι αρχικά τα πεδία των μεταβλητών είναι τα εξής:

1	1,2,3, 4,5,6,	6	1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,	5
1,2,3, 4,5,6,	4	1,2,3, 4,5,6,	2	1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,
1,2,3, 4,5,6,	5	1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,	6
1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,	4	1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,
1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,
3	1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,	1,2,3, 4,5,6,	1	1,2,3, 4,5,6,

Στη συνέχεια, εφαρμόζοντας τους περιορισμούς αρχίζουμε και διαγράφουμε τιμές από τα πεδία των μεταβλητών, έτσι ώστε να μην υπάρχει δύο φορές ο ίδιος αριθμός στην ίδια γραμμή, στήλη ή ορθογώνιο. Έτσι ο πίνακας γίνεται:

1	2,3	6	3	3, 4	5
5	4	3, 5	2	3, 6	1,3
2, 4	5	1,2,3, 4	1,3	2,3	6
2, 6	1,2,3, 6	1,2,3	4	2,3, 5	1,2,3
2, 4,5,6	1,2, 6	1,2, 4,5	3, 5,6	2,3, 4,5,6	2,3, 4
3	2, 6	2, 4,5	5,6	1	2, 4

Στον παραπάνω πίνακα με κίτρινη επισήμανση φαίνονται οι τιμές που μας δόθηκαν αρχικά. Ωστόσο όμως πλέον και άλλες μεταβλητές έχουν πάρει τιμή (λόγω των διαγραφών τιμών από τα πεδία τους), έτσι μπορούμε να συνεχίσουμε τις διαγραφές, καταλήγοντας στον παρακάτω πίνακα:

1	2	6	3	4	5
5	4	3	2	6	1
2	5	4	1	3	6

6	3	1	4	5	2
4	1	5	6	2	3
3	6	2	5	1	4

χωρίς να χρειαστεί σε κανένα σημείο να κάνουμε ανάθεση τιμής. Άρα πρόκειται για μοναδική λύση του προβλήματος.