

ΕΝΟΤΗΤΑ 7^η

Η συνάρτηση παραγωγής

Περιεχόμενα Ενότητας

- Γραμμική συνάρτηση Παραγωγής
- Συνάρτηση Παραγωγής των Cobb-Douglas
- Συνάρτηση Παραγωγής Leontief
- Παραγωγικότητα των Συντελεστών Παραγωγής
- Σχέσεις συνολικού, μέσου και οριακού προϊόντος.
- Καμπύλες Ισοπαραγωγής-Ισοδάπανη καμπύλη
- Γραμμή Ανάπτυξης –Γραμμή Επέκτασης Επιχείρησης
- Οριακός λόγος τεχνικής υποκατάστασης

Η Συνάρτηση παραγωγής

- Συνάρτηση παραγωγής (production function) είναι η σχέση ανάμεσα στην ποσότητα των εισροών που μια επιχείρηση χρησιμοποιεί και στην ποσότητα του προϊόντος που παράγει.
- Με άλλα λόγια η συνάρτηση παραγωγής εκφράζει την υπάρχουσα μαθηματική-οικονομική και τεχνολογική σχέση που υπάρχει ανάμεσα στους συντελεστές παραγωγής (εργασία, έδαφος, κεφάλαιο, τεχνολογική πρόοδο, οργάνωση) που θα τις ονομάζουμε εισροές (inputs) και την ποσότητα του προϊόντος που η επιχείρηση παράγει και που θα την ονομάζουμε εκροή(output)
- $Q=F(L,R,K,T,M)$
- Όπου Q είναι η εξαρτημένη μεταβλητή της συνάρτησης παραγωγής, ενώ οι συντελεστές παραγωγής L,R,K,T,M είναι οι ανεξάρτητες μεταβλητές της συνάρτησης παραγωγής.

Γραμμική συνάρτηση παραγωγής

- Η γραμμική συνάρτηση παραγωγής προϋποθέτει τέλεια γραμμική σχέση ανάμεσα σε όλους τους συντελεστές παραγωγής και η συνολική παραγωγή δίνεται από τη σχέση:
- $Q = aK + bL$
- **Παράδειγμα :** Έστω $Q = 3K + 4L$
Εάν χρησιμοποιηθούν 9 μονάδες κεφαλαίου και 4 μονάδες εργασίας η συνολική παραγωγή θα είναι 43 μονάδες: $Q = 3(9) + 4(4) = 43$

Συνάρτηση παραγωγής του Leontief

- Γνωστή και σαν συνάρτηση των σταθερών αναλογιών δίνεται από τον τύπο:
- $Q = \min \{aK, bL\}$
- Η συνάρτηση παραγωγής του Leontief προϋποθέτει ότι οι συντελεστές παραγωγής χρησιμοποιούνται σε σταθερές αναλογίες.
- **Παράδειγμα:** Έστω $Q = \min \{3K, 4L\}$. Εάν χρησιμοποιούνται 5 μονάδες κεφαλαίου και 4 μονάδες εργασίας, η συνολική παραγωγή θα είναι 15 μονάδες:
 $Q = \min \{3(5), 4(4)\} = \min \{15, 16\} = 15$

Συνάρτηση παραγωγής των Cobb-Douglas

- Η συνάρτηση παραγωγής των Cobb-Douglas βρίσκεται ανάμεσα στα «άκρα» που εκπροσωπούν η γραμμική συνάρτηση παραγωγής και η συνάρτηση παραγωγής του Leontief. Αντίθετα με τη γραμμική συνάρτηση, η σχέση ανάμεσα στην παραγωγή και τους συντελεστές παραγωγής δεν θεωρείται γραμμική. Αντίθετα με τη συνάρτηση του Leontief, οι συντελεστές παραγωγής δεν είναι απαραίτητο να χρησιμοποιούνται σε σταθερές αναλογίες. Ο τύπος είναι $Q=K^a L^b$

Παράδειγμα: Έστω $Q=K^{1/2}L^{1/2}$

Εάν χρησιμοποιούνται 4 μονάδες κεφαλαίου και 9 μονάδες εργασίας, η συνολική παραγωγή θα είναι 15 μονάδες.

Συνάρτηση Παραγωγής και Χρονική Περίοδος

Η συνάρτηση παραγωγής προσδιορίζει τις δυνατότητες παραγωγής ενός αγαθού ή υπηρεσίας (εκροής) ως συνάρτησης των παραγωγικών συντελεστών (εισροών) δεδομένης της τεχνολογίας.

- Καθώς ο χρόνος είναι μια σημαντική παράμετρος που προσδιορίζει την ικανότητα μιας επιχείρησης να αντιδράσει σε αλλαγές στην ζήτηση εξετάζουμε την συνάρτηση παραγωγής σε δυο διαφορετικούς χρονικούς ορίζοντες.
- 1.Βραχυχρόνιο διάστημα (short run) είναι το διάστημα κατά το οποίο οι ποσότητες κάποιων εισροών (συνήθως κεφάλαιο) είναι σταθερές ενώ κάποιων άλλων εισροών (συνήθως εργασία) είναι μεταβλητές.
- 2.Μακροχρόνιο διάστημα (long run) είναι το διάστημα κατά το οποίο οι ποσότητες όλων των εισροών είναι μεταβλητές.

Παραγωγικότητα των συντελεστών

Κριτήρια παραγωγικότητας

- Τα κριτήρια παραγωγικότητας είναι χρήσιμα για την αξιολόγηση της αποδοτικότητας μιας παραγωγικής διαδικασίας και για την λήψη αποφάσεων σχετικά με τους συντελεστές παραγωγής που αποφέρουν τα μέγιστα κέρδη. Τα τρία σημαντικότερα κριτήρια παραγωγικότητας είναι το συνολικό προϊόν, το μέσο προϊόν και το οριακό προϊόν.
- **Συνολικό προϊόν:** Συνολικό προϊόν (total product, TP) είναι το μέγιστο επίπεδο παραγωγής που μπορεί να επιτευχθεί με τους δεδομένους συντελεστές παραγωγής.
- **Μέσο προϊόν:** Μέσο προϊόν (average product, AP) είναι το πηλίκο της συνολικής παραγωγής δια της ποσότητας των συντελεστών παραγωγής που χρησιμοποιήθηκαν. Το μέσον προϊόν της εργασίας (AP_L) ισούται με το συνολικό προϊόν (TP) δια της ποσότητας της εργασίας (L) που χρησιμοποιήθηκε στην παραγωγή Q μονάδων προϊόντος : $AP_L = Q/L$. Παρομοίως το μέσο προϊόν του κεφαλαίου $AP_K = Q/K$
- **Οριακό προϊόν:** Οριακό προϊόν (marginal product, MP) μιας πρώτης ύλης είναι η μεταβολή της παραγωγής που προκύπτει από την μεταβολή κατά μία μονάδα της ποσότητας του συντελεστή παραγωγής που χρησιμοποιήθηκε. Επομένως το οριακό προϊόν της εργασίας MP_L είναι $\frac{\Delta Q}{\Delta L} = \frac{dQ}{dL}$
και το οριακό προϊόν του κεφαλαίου MP_K είναι $\frac{\Delta Q}{\Delta K} = \frac{dQ}{dK}$

Παράδειγμα

- **Παράδειγμα:** Μία εταιρεία που κατασκευάζει γκαραζόπορτες έχει την ακόλουθη συνάρτηση παραγωγής: $Q=0,2K^2 + 0,3KL + 0,4L^2$.
- Υποθέτοντας εβδομαδιαίο ρυθμό χρήσης $L=100$ ώρες εργασίας και $K= 30$ ώρες λειτουργίας μηχανής υπολογίστε α) το συνολικό προϊόν β) το μέσο προϊόν για κάθε μονάδα εργασίας και για κάθε μονάδα λειτουργίας της μηχανής και γ) το οριακό προϊόν της εργασίας L και της μηχανής K .

Απάντηση

α) Συνολικό προϊόν: $L=100$ και $K=30$. Αντικαθιστώντας στην συνάρτηση παραγωγής

$$\text{έχουμε: } Q=0,2K^2+0,3KL+0,4L^2 =$$

$$0,2(30)^2+0,3(30)(100)+0,4(100)^2 =180+900+4000 = 5.080$$

β) Μέσο προϊόν:

$$AP_L = \frac{Q}{L} = \frac{0,2K^2}{L} + 0,3K + 0,4L = \frac{0,2(30)^2}{100} + 0,3(30) + 0,4(100) = 50,8 \text{ μονάδες.}$$

$$AP_K = \frac{Q}{K} = 0,2K + 0,3L + \frac{0,4L^2}{K} = +0,2(30) + 0,3(100) + \frac{0,4(100)^2}{30} = 169,33 \text{ μονάδες.}$$

γ) οριακό προϊόν:

$$MP_L = \frac{\partial Q}{\partial L} = 0,3K + 0,8L = 0,3(30) + 0,8(100) = 89$$

$$MP_K = \frac{\partial Q}{\partial K} = 0,4K + 0,3L = 0,4(30) + 0,3(100) = 42$$

Συνάρτηση παραγωγής με έναν μεταβλητό συντελεστή-Βραχυχρόνια συνάρτηση παραγωγής.

- Αν οι συντελεστές παραγωγής κεφάλαιο K , έδαφος R , τεχνολογική πρόοδος T , και οργάνωση M , παραμείνουν αμετάβλητοι σε βραχυχρόνια περίοδο, τότε η συνάρτηση παραγωγής μετατρέπεται σε μια συνάρτηση με μια εξαρτημένη μεταβλητή και μια ανεξάρτητη, τον συντελεστή εργασία. Η συνάρτηση αυτή ονομάζεται **συνάρτηση παραγωγής «ένα προϊόν-ένας μεταβλητός συντελεστής»**. Επειδή η ανάλυση αυτή διαπιστώθηκε από τον Marshall, για τον λόγο αυτό ονομάζεται και κατά Marshall ανάλυση των εισροών. Έτσι έχουμε ότι
- $Q = \Phi(L)$
- Δηλαδή η παραγωγή Q μεταβάλλεται όταν μεταβληθεί ο αριθμός των εργατών ή μεταβληθούν οι εργατοώρες, ενώ σε βραχυχρόνια περίοδο δεν μπορούν να μεταβληθούν οι πάγιες εγκαταστάσεις της επιχείρησης, ο τεχνολογικός εξοπλισμός κλπ.

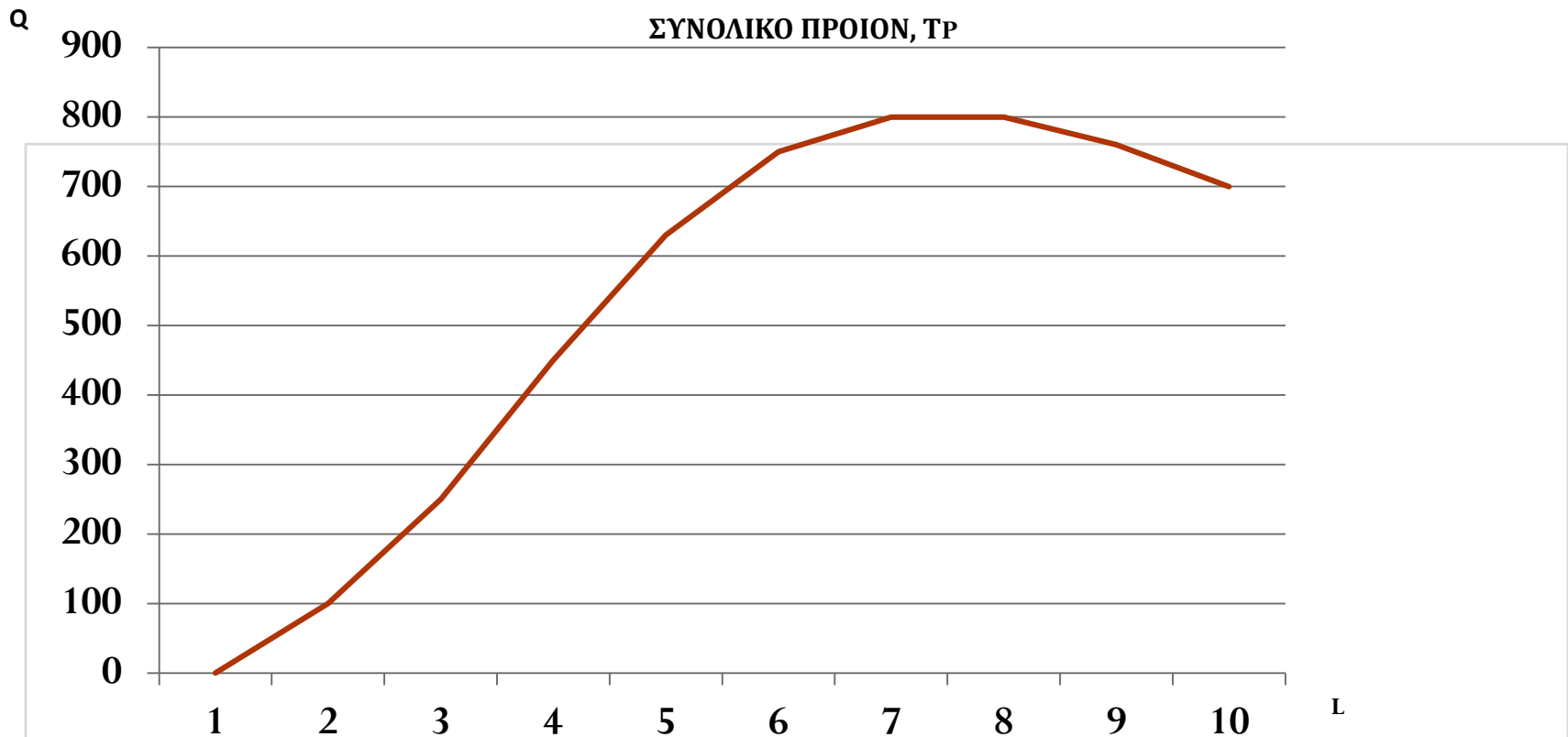
Παράδειγμα 1: Έστω μια γεωργική εκμετάλλευση που έχει τα εξής δεδομένα:

ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΕΔΑΦΟΥΣ ΣΕ ΣΤΡΕΜΜΑΤΑ	ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΡΓΑΤΩΝ	ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΡΟΙΟΝ ΣΕ ΜΟΝΑΔΕΣ
100	0	0
100	1	100
100	2	250
100	3	450
100	4	630
100	5	750
100	6	800
100	7	800
100	8	760
100	9	700

Ο πίνακας δείχνει την συνάρτηση παραγωγής, την σχέση ανάμεσα στην ποσότητα της μεταβλητής εισροής(εργασία, μετρούμενη σε αριθμό εργατών) και την ποσότητα του παραγόμενου αγροτικού προϊόντος για δεδομένη την ποσότητα της σταθερής εισροής.

ΠΟΣΟΤΗΤΑ ΕΔΑΦΟΥΣ ΣΕ ΣΤΡΕΜΜΑΤΑ	ΜΕΤΑΒΟΛ Η ΔR	ΑΡΙΘΜΟΣ ΕΡΓΑΤΩΝ	ΜΕΤΑΒΟ ΛΗ ΔL	ΣΥΝΟΛΙΚΟ ΠΡΟΙΟΝ ΣΕ ΜΟΝΑΔΕΣ	ΜΕΤΑΒΟΛ Η ΔQ
100	-	0	-	0	-
100	0	1	1	100	100
100	0	2	1	250	150
100	0	3	1	450	200
100	0	4	1	630	180
100	0	5	1	750	120
100	0	6	1	800	50
100	0	7	1	800	0
100	0	8	1	760	-40
100	0	9	1	700	-60

Καμπύλη συνολικού Προϊόντος



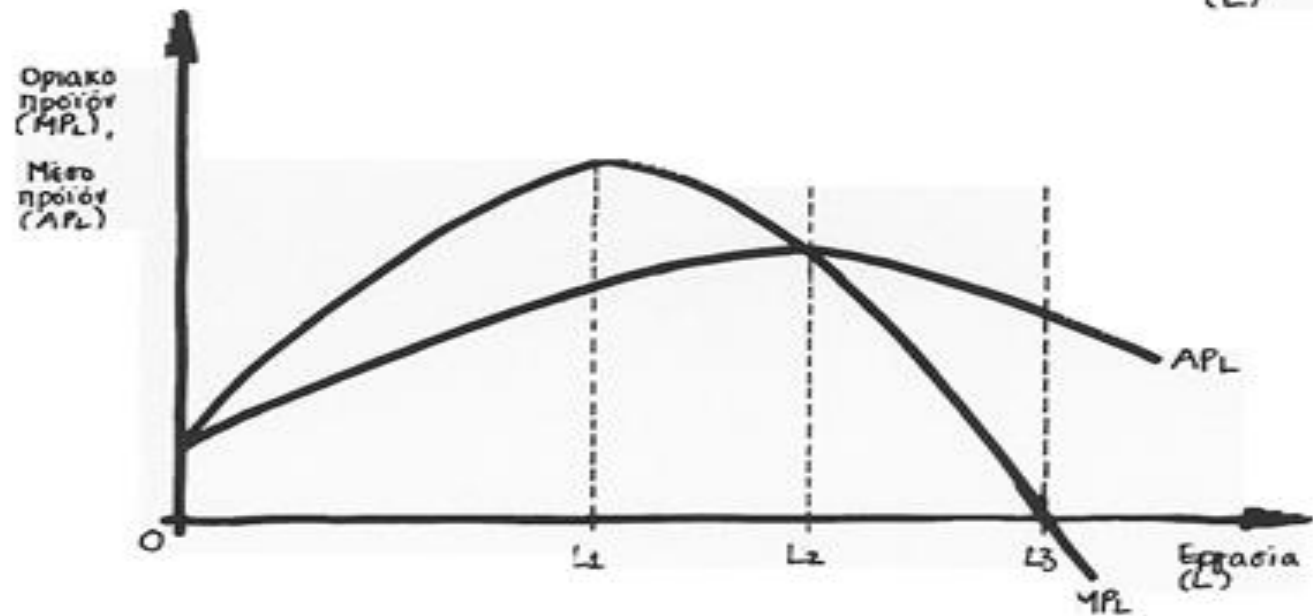
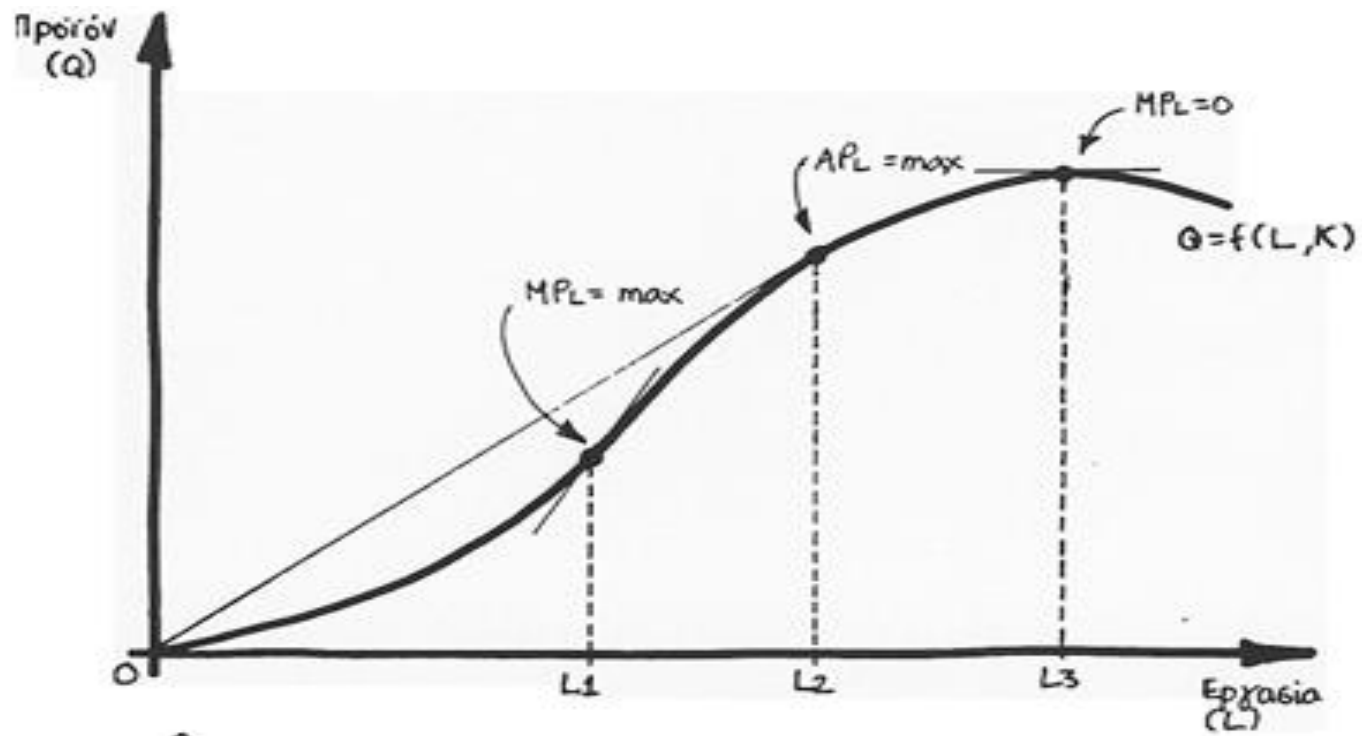
Η καμπύλη του συνολικού προϊόντος αναπαριστά γραφικά την συνάρτηση παραγωγής. Η καμπύλη αυτή είναι ανερχόμενη επειδή παράγεται περισσότερο προϊόν καθώς απασχολούνται περισσότεροι εργάτες. Επίσης, η καμπύλη γίνεται περισσότερο οριζόντια επειδή το οριακό προϊόν της εργασίας μειώνεται καθώς απασχολούνται όλο και περισσότεροι εργάτες.

Ερμηνεία Καμπύλης

- Από τα στοιχεία του πίνακα φαίνεται ότι η γεωργική επιχείρηση έχει στην διάθεσή της 100 στρέμματα. Η επιχείρηση αδυνατεί να αυξήσει τον αριθμό των στρεμμάτων σε βραχυχρόνια περίοδο.
- Επίσης φαίνεται ότι όταν μια επιχείρηση δεν χρησιμοποιεί εργάτες το παραγόμενο προϊόν είναι μηδέν
- Όταν η επιχείρηση προσλάβει εργάτες για την καλλιέργεια του εδάφους της, η παραγωγή μεταβάλλεται με την αύξηση του αριθμού των εργατών.
- Η αύξηση της παραγωγής επιτυγχάνεται μέχρι και τους 6 εργάτες. Για 7 εργάτες, η παραγωγή είναι η ίδια, δηλαδή 800 μονάδες. Όταν η επιχείρηση χρησιμοποιεί 8 εργάτες, η παραγωγή μειώνεται από 800 μονάδες σε 700 μονάδες. Με την χρησιμοποίηση και άλλου εργάτη, δηλαδή συνολικά 9 εργατών η επιχείρηση μειώνει ακόμα περισσότερο την παραγωγή της, η οποία φτάνει σε 700 μονάδες.
- Στο παράδειγμά αυτό, το οριακό προϊόν της εργασίας μειώνεται καθώς αυξάνεται ο αριθμός των εργαζομένων. Υπάρχουν δηλαδή φθίνουσες αποδόσεις της εργασίας(**φθίνουσες αποδόσεις της εισροής**)

Καμπύλες μέσου και οριακού προϊόντος

- Όσο αυξάνεται η χρήση ενός συντελεστή παραγωγής, το οριακό προϊόν (MP) αρχικά αυξάνεται (αύξουσα οριακή απόδοση), στη συνέχεια αρχίζει να μειώνεται (φθίνουσα οριακή απόδοση) και τελικά γίνεται αρνητικό (αρνητική οριακή απόδοση). Το μέσο προϊόν (AP) αυξάνεται όταν $MP > AP$. **Μέγιστο συνολικό προϊόν για έναν συντελεστή παραγωγής επιτυγχάνεται για την τιμή του εν λόγω συντελεστή που το οριακό προϊόν του είναι μηδέν.**
- Στην παραδοσιακή οικονομική ανάλυση, όταν απεικονίζουμε την καμπύλη συνολικού προϊόντος, παραλείπουμε την περιοχή από το L3 και μετά. Στην περιοχή αυτή το οριακό προϊόν του υπό εξέταση συντελεστή είναι αρνητικό. Συνεπώς κανένας ορθολογικός επιχειρηματίας δεν θα προσλάμβανε εργασία πέρα από το L3, αφού μία αύξηση της εργασίας θα μείωνε το συνολικό προϊόν.
- Επίσης, όταν απεικονίζουμε την καμπύλη συνολικού προϊόντος, συχνά παραλείπουμε και την περιοχή από 0 έως L1. Στην περιοχή αυτή, το οριακό προϊόν του υπό εξέταση συντελεστή είναι θετικό και αύξον. Δηλαδή ο σταθερός συντελεστής ουσιαστικά υποαπασχολείται, και εάν ένας ορθολογικός επιχειρηματίας ήθελε να παράγει προϊόν που αντιστοιχεί στο διάστημα μεταξύ 0 έως L1, θα επέλεγε να την παράγει σε διαφορετική καμπύλη συνολικού κόστους, η οποία αντιστοιχεί σε μικρότερη ποσότητα της σταθερής εισροής. Γι' αυτούς τους λόγους, λοιπόν, συνήθως απεικονίζουμε το τμήμα εκείνο της συνάρτησης παραγωγής, στο οποίο τα οριακά προϊόντα των εισροών είναι θετικά και φθίνοντα.

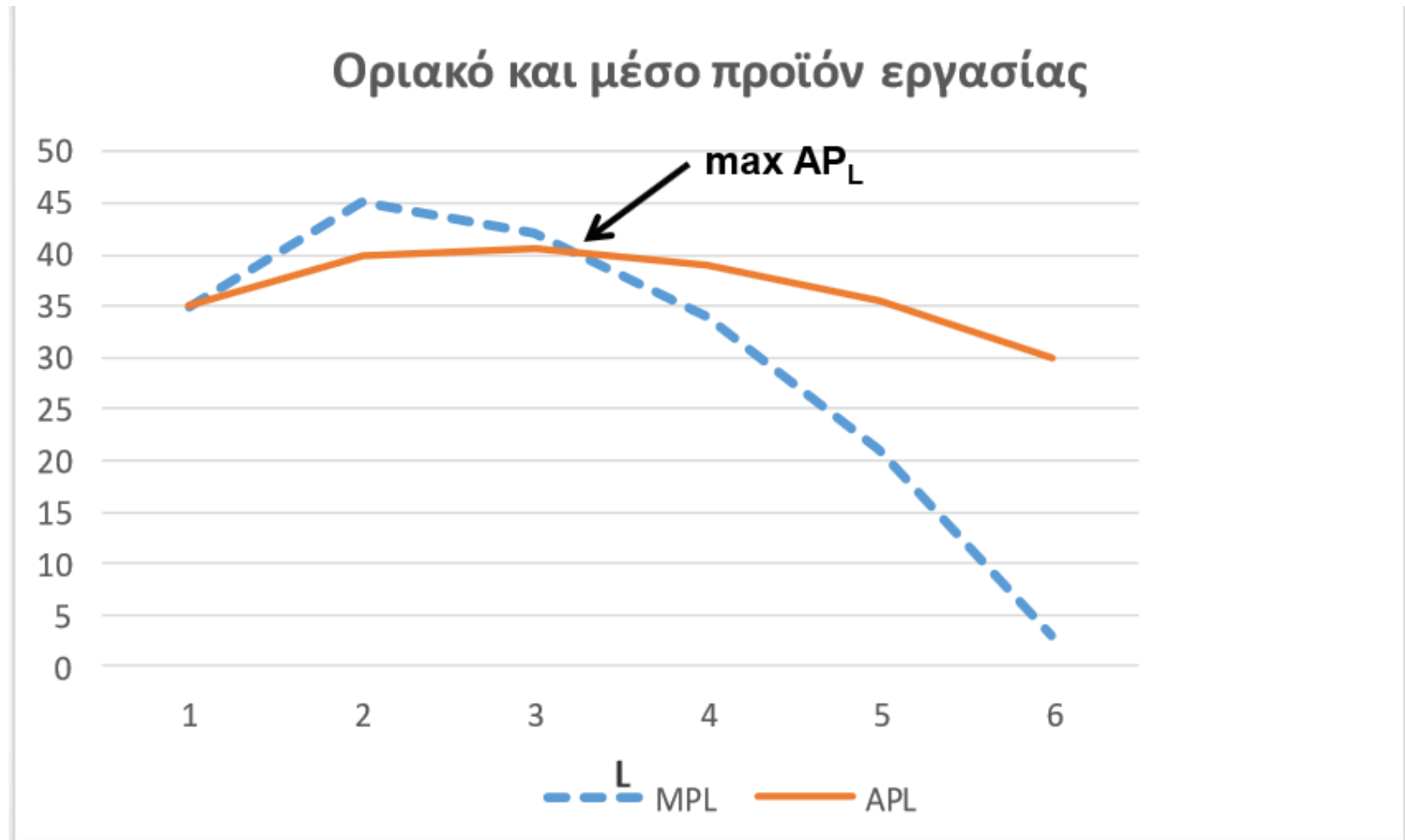


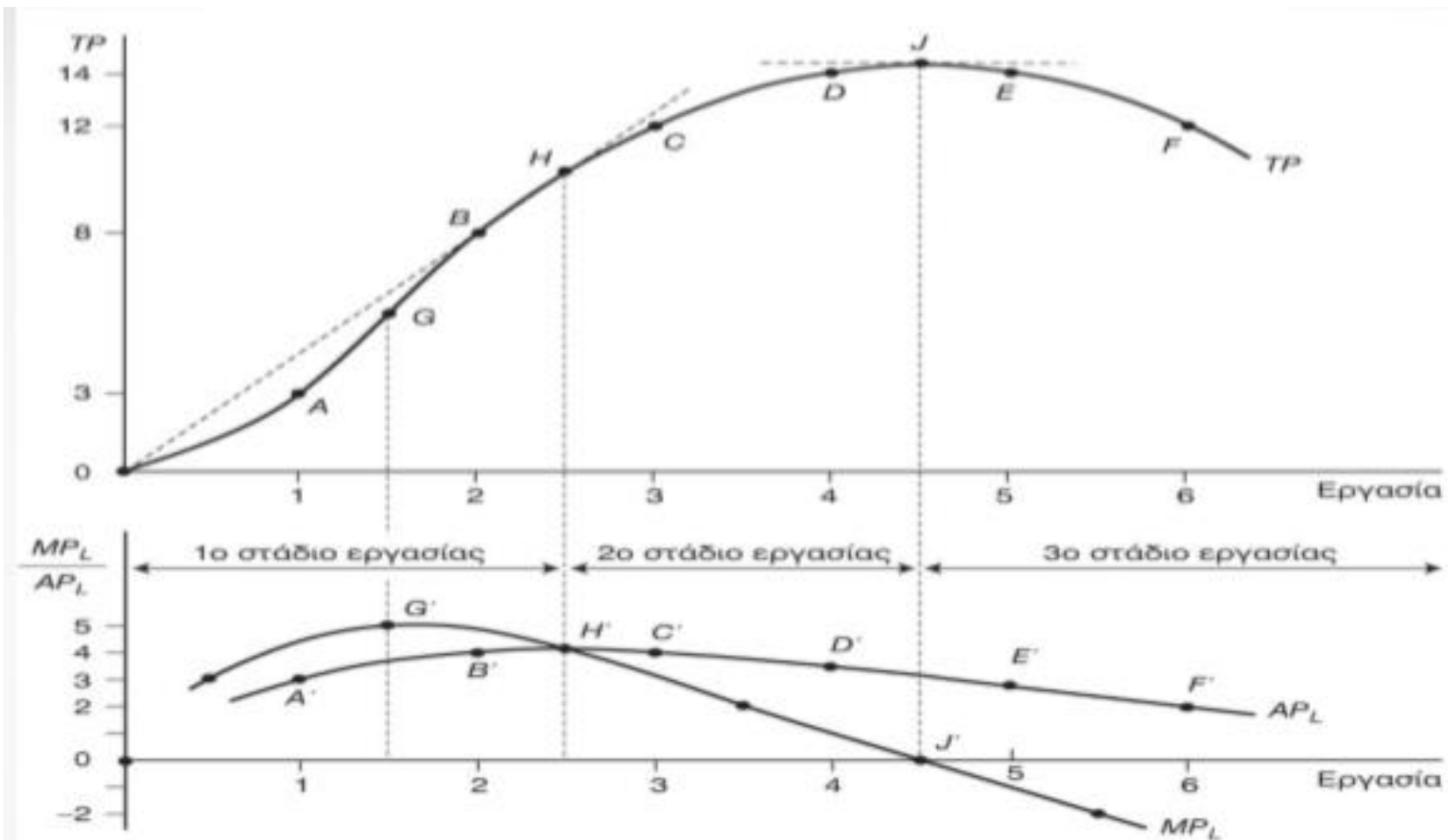
Παράδειγμα: Μέσο και Οριακό Προϊόν

- Βραχυχρόνια μια επιχείρηση μπορεί να μεταβάλει με ευελιξία την εργασία, αλλά δεν είναι σε θέση να μεταβάλει το κεφάλαιο. Ο παρακάτω πίνακας δείχνει πώς μεταβάλλεται το παραγόμενο προϊόν καθώς μεταβάλλεται μόνον η εργασία.

Παραγόμενο προϊόν και εργασία			
Εργασία (L) (εργάτες/εβδομάδα)	Προϊόν (Q) (μονάδες/εβδομάδα)	Οριακό προϊόν εργασίας	Μέσο προϊόν εργασίας
0	0		
1	35	35	35
2	80	45	40
3	122	42	40,67
4	156	34	39
5	177	21	35,4
6	180	3	30

Οριακό και Μέσο Προϊόν





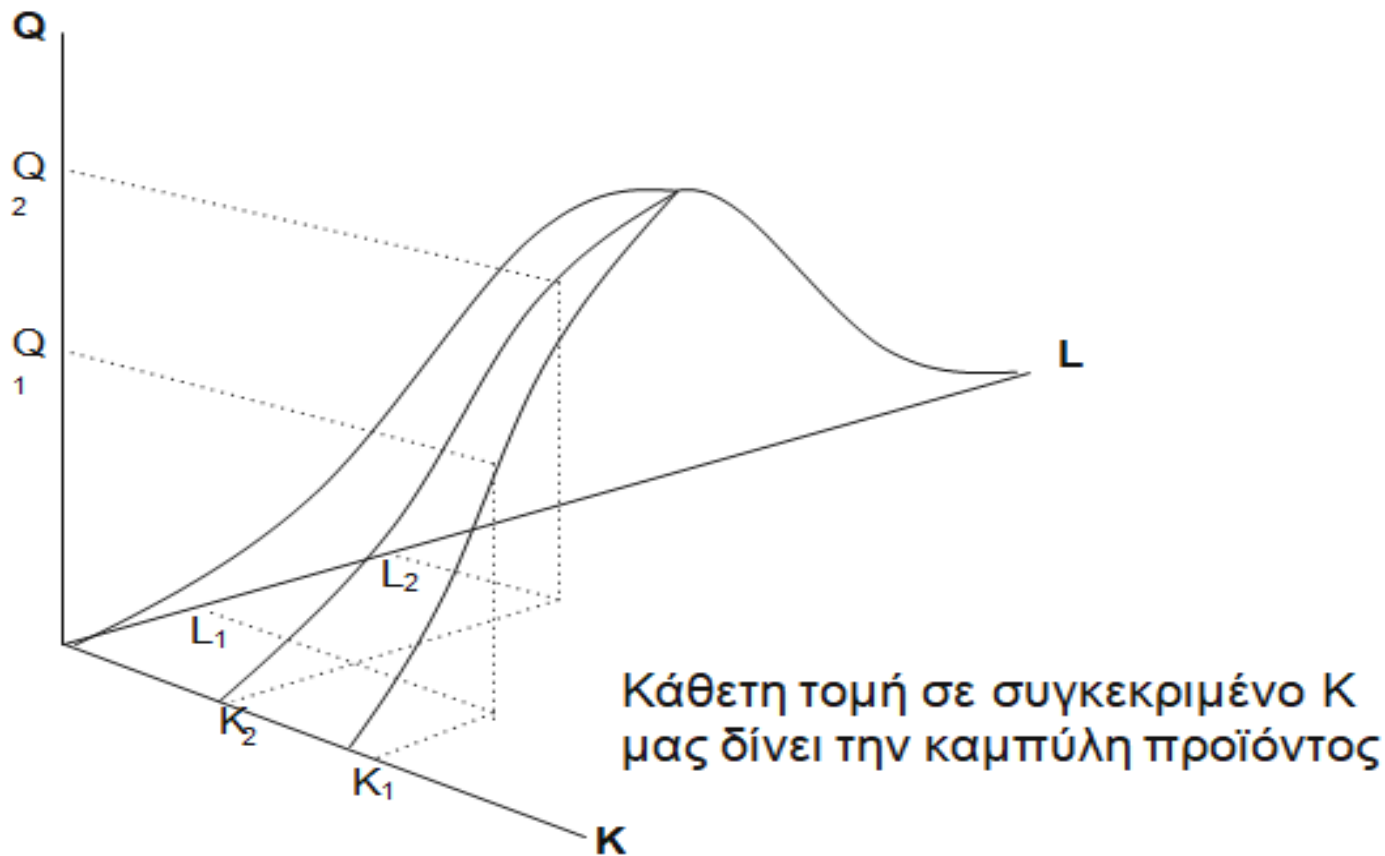
ΔΙΑΓΡΑΜΜΑ 6.4 Καμπύλες συνολικού, οριακού και μέσου προϊόντος και στάδια παραγωγής Όταν ο χρόνος εργασίας είναι συνεχώς διαιρετός, οι καμπύλες TP , MP και AP είναι ομαλές. Το MP_L (που δίνεται από την κλίση της εφαπτόμενης προς την καμπύλη TP) αυξάνεται μέχρι το σημείο G' , γίνεται μηδέν στο σημείο J' και είναι αρνητικό στη συνέχεια. Το AP_L (που δίνεται από την κλίση της γραμμής που ξεκινάει από την αρχή των αξόνων και καταλήγει σε κάποιο σημείο πάνω στην καμπύλη TP) αυξάνεται μέχρι το σημείο H' και μειώνεται στη συνέχεια (αλλά παραμένει θετικό εφόσον το TP είναι θετικό). Το 1ο στάδιο παραγωγής για την εργασία αντιστοιχεί στο ανερχόμενο τμήμα του AP_L . Το 2ο στάδιο παραγωγής καλύπτει το εύρος από το μέγιστο AP_L μέχρι εκεί που το MP_L είναι μηδέν. Το 3ο στάδιο παραγωγής είναι εκεί που το MP_L είναι αρνητικό.

Συνάρτηση παραγωγής με δυο μεταβλητούς συντελεστές

- Αν οι συντελεστές παραγωγής εργασία L και το κεφάλαιο K μεταβάλλονται ενώ οι άλλοι συντελεστές παραγωγής παραμένουν αμετάβλητοι, τότε ορίζεται μια συνάρτηση παραγωγής που ονομάζεται «ένα προϊόν-δυο μεταβλητοί συντελεστές». Επειδή η ανάλυση αυτή διατυπώθηκε από το HICKS για το λόγο αυτό ονομάζεται και κατά HICKS ανάλυση των εισροών. Έτσι θα έχουμε ότι:
- $Q=F(L,K)$
- Όπου Q είναι το προϊόν που παράγεται από την επιχείρηση, ενώ L και K είναι οι μεταβλητοί συντελεστές εργασία και κεφάλαιο αντίστοιχα.
- Η συνάρτηση αυτή, έχει μια εξαρτημένη και δυο ανεξάρτητες μεταβλητές και η διαγραμματική της παρουσίαση γίνεται στον τρισδιάστατο χώρο, όπως δείχνει το σχήμα που ακολουθεί.

Γραφική απεικόνιση συνάρτησης παραγωγής με δυο μεταβλητούς συντελεστές

Υπόθεση: Δύο μόνο συντελεστές παραγωγής, Εργασία (L) και Κεφάλαιο (K)



Τεχνικές παραγωγής (συνδυασμοί εισροών)

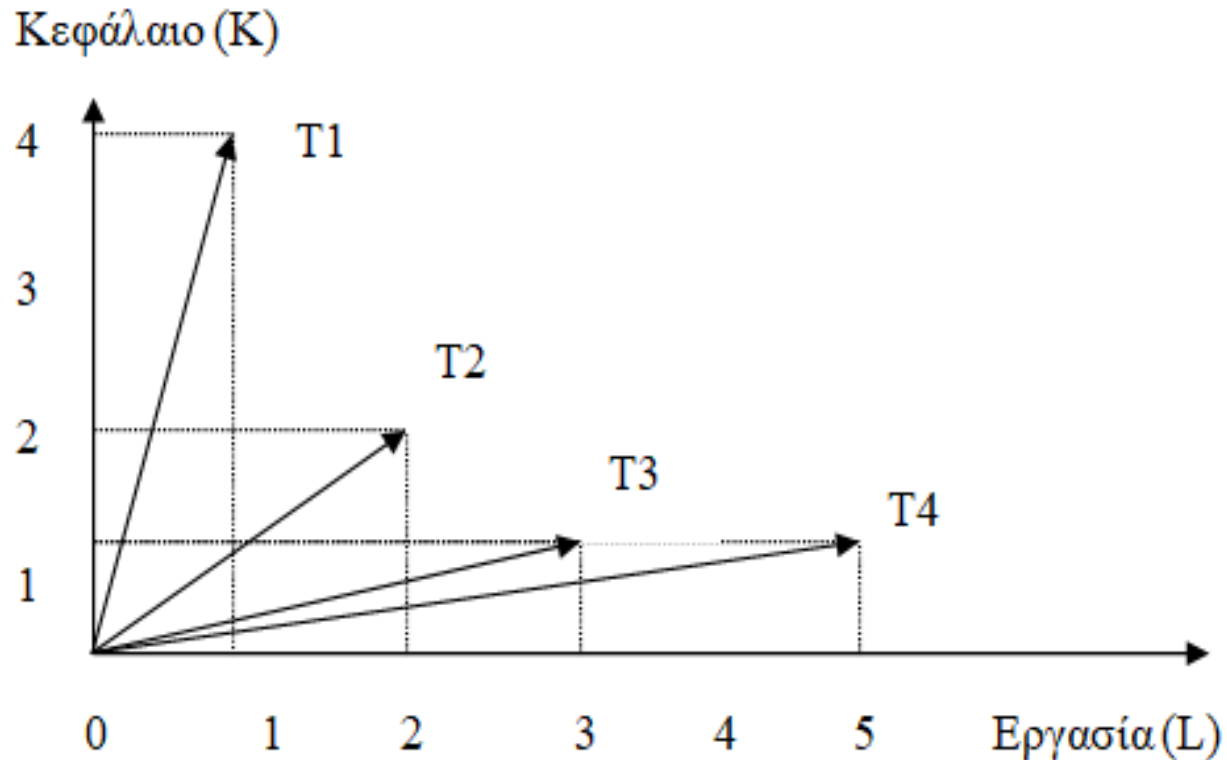
- Μια **τεχνική** (ή μέθοδος) παραγωγής είναι ένας συνδυασμός εισροών που απαιτούνται για την παραγωγή μιας μονάδας εκροής. Μία μονάδα προϊόντος μπορεί συνήθως να παραχθεί με πολλούς διαφορετικούς τρόπους, δηλαδή με πολλές διαφορετικές τεχνικές παραγωγής. Για παράδειγμα, ένα κιλό ψωμί μπορεί να παραχθεί με 800 γραμμάρια αλεύρι, 20 γραμμάρια μαγιά και 1 ώρα εργασίας (για το ζύμωμα) ή με 900 γραμμάρια αλεύρι, 10 γραμμάρια μαγιά και 2 ώρες εργασίας.
- Στον παρακάτω Πίνακα εμφανίζονται τέσσερις διαφορετικοί συνδυασμοί εισροών κεφαλαίου και εργασίας (τεχνικές) για την παραγωγή μιας μονάδας ενός προϊόντος Χ.
- Παρατηρήστε ότι η τεχνική T4 απαιτεί περισσότερη εργασία από ότι η T3 και την ίδια ποσότητα κεφαλαίου.
- Η T4 λέμε ότι είναι *τεχνικά μη αποτελεσματική* σε σχέση με την T3. Αυτή η τεχνική παραγωγής δεν θα χρησιμοποιηθεί από έναν ορθολογικό επιχειρηματία, την στιγμή που αυτός μπορεί να παράγει την ίδια ποσότητα του προϊόντος Χ χρησιμοποιώντας την τεχνική T3, η οποία απαιτεί μικρότερη ποσότητα από τουλάχιστον μία εισροή.

Τέσσερις διαφορετικές τεχνικές παραγωγής				
	Τεχνική T1	Τεχνική T2	Τεχνική T3	Τεχνική T4
Μονάδες κεφαλαίου	4	2	1	1
Μονάδες εργασίας	1	2	3	5

✓ Από την άλλη, οι τεχνικές T1, T2 και T3 δεν είναι εύκολα συγκρίσιμες. Και οι τρεις θεωρούνται **τεχνικά αποτελεσματικές** και περιλαμβάνονται στη συνάρτηση παραγωγής. Αυτό που πρέπει να θυμόμαστε είναι **ότι η θεωρία της παραγωγής περιγράφει τους τεχνικούς νόμους που διέπουν την παραγωγή**. Η επιλογή κάποιας συγκεκριμένης τεχνικής είναι μία οικονομική επιλογή, η οποία στηρίζεται στις τιμές των συντελεστών. Υπάρχει, έτσι, διαφορά μεταξύ τεχνικής και οικονομικής αποτελεσματικότητας: *μία τεχνικά αποτελεσματική τεχνική παραγωγή δεν είναι απαραίτητα και οικονομικά αποτελεσματική*. Για παράδειγμα, εάν η τιμή μιας εισροής μειώνεται όσο αυξάνεται η ποσότητα που αγοράζουμε, τότε υπάρχει μία τεχνικά μη αποτελεσματική τεχνική να είναι οικονομικά αποτελεσματική σε σχέση με άλλες, τεχνικά αποτελεσματικές τεχνικές.

✓ Τα σημεία T1, T2, T3 και T4 δείχνουν συνδυασμούς κεφαλαίου K και εργασίας L που απαιτούνται για την παραγωγή μιας μονάδας προϊόντος X. Από αυτά τα σημεία, μόνο τα τρία πρώτα απεικονίζουν τεχνικά αποτελεσματικές τεχνικές παραγωγής. Ας σημειωθεί ότι τα σημεία T2, T3, και T4 δείχνουν τεχνικές μεγαλύτερης έντασης εργασίας από το σημείο T1. Από την άλλη, το T1 αναπαριστά την τεχνική εκείνη που είναι μεγαλύτερης έντασης κεφαλαίου από ότι οι υπόλοιπες.

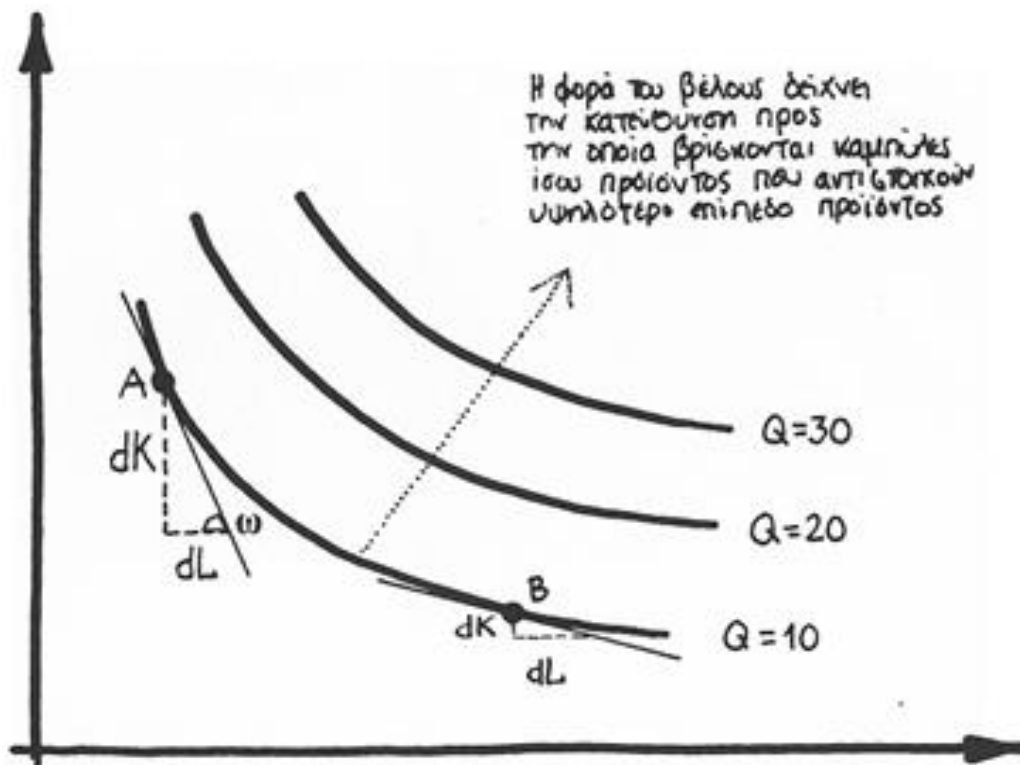
Γραφική απεικόνιση τεσσάρων τεχνικών παραγωγής



Απεικονίζουμε όλες τις τεχνικά αποτελεσματικές μεθόδους παραγωγής για την παραγωγή μιας μονάδας X, και σχηματίζουμε μία καμπύλη ίσου προϊόντος. Κάθε σημείο της καμπύλης αυτής δείχνει έναν *συνδυασμό συντελεστών παραγωγής* (π.χ. κεφαλαίου και εργασίας) που *δίνει το ίδιο επίπεδο προϊόντος*.

Δυνατότητα υποκατάστασης των συντελεστών παραγωγής

Ένας χάρτης καμπυλών ίσου προϊόντος



Οριακός Λόγος Υποκατάστασης

- Το Σχήμα των καμπυλών ίσου προϊόντος δείχνει αφενός ότι υπάρχει ένας βαθμός υποκατάστασης μεταξύ του κεφαλαίου και της εργασίας και αφετέρου ότι η υποκατάσταση κεφαλαίου με εργασία γίνεται όλο και πιο δύσκολη, όσο χρησιμοποιούμε τεχνικές μεγαλύτερης έντασης εργασίας (όσο, δηλαδή, κινούμαστε πάνω σε μία καμπύλη ίσου προϊόντος προς τα δεξιά). Ο οριακός λόγος τεχνικής υποκατάστασης $MRTS_{L,K}$ (από τα αρχικά του όρου Marginal Rate of Technical Substitution) μειώνεται, καθώς προσπαθούμε να υποκαταστήσουμε το όλο και μειούμενο κεφάλαιο με όλο και περισσότερη εργασία.
- **Η κλίση της καμπύλης ίσου προϊόντος στο σημείο A** του σχήματος δίνεται από την κλίση της εφαπτομένης στο σημείο αυτό, δηλαδή από το λόγο dK/dL . Έτσι, έχουμε
- Κλίση της καμπύλης ίσου προϊόντος = $-\frac{dK}{dL} = MRTS_{L,K} = \frac{MP_L}{MP_K}$
- Ο οριακός λόγος τεχνικής υποκατάστασης μας δίνει τον αριθμό των μονάδων του κεφαλαίου που πρέπει να ανταλλάξουμε με μία μονάδα εργασίας, ώστε να διατηρήσουμε το ίδιο επίπεδο παραγομένου προϊόντος. Όσο κινούμαστε προς τα δεξιά, κινούμαστε προς σημεία που αντιπροσωπεύουν τεχνικές μεγαλύτερης έντασης εργασίας (παραμένοντας πάντοτε στο ίδιο επίπεδο παραγομένου προϊόντος!). Έτσι, γίνεται όλο και πιο δύσκολο να αντικαταστήσουμε κεφάλαιο με εργασία. Αυτή τη μειούμενη δυνατότητα αντικατάστασης του κεφαλαίου με εργασία δείχνει και ο φθίνων οριακός λόγος τεχνικής υποκατάστασης του K από L.

Ισορροπία της Επιχείρησης. Άριστος Συνδυασμός συντελεστών

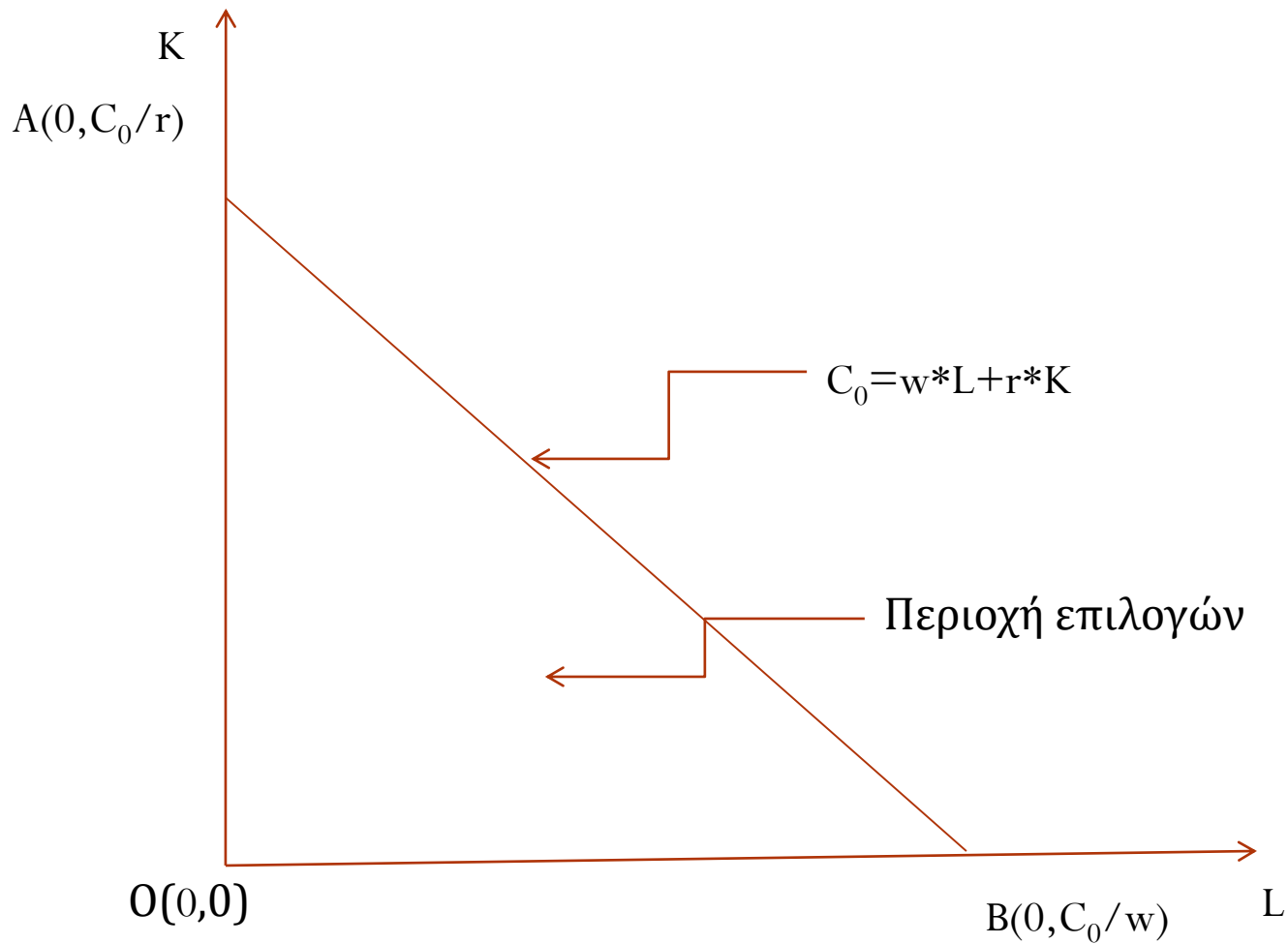
- **Ισοδάπανη καμπύλη**

- Η ισοδάπανη καμπύλη είναι μια καμπύλη ή γραμμή που παρουσιάζει τους συνδυασμούς συντελεστών παραγωγής (π.χ. εργασίας και κεφαλαίου) που αγοράζονται με συγκεκριμένο ποσό χρημάτων. Είναι κάτι ανάλογο με τη γραμμή προϋπολογισμού του καταναλωτή, αλλά σχετίζεται με την αγορά συντελεστών παραγωγής της εταιρείας. Το συνολικό κόστος των συντελεστών παραγωγής είναι: $wL + rK = C$

- όπου w = η αμοιβή (η τιμή της εργασίας) και r = το επιτόκιο (η τιμή του κεφαλαίου). Η εξίσωση αυτή μπορεί να μετατραπεί στον τύπο της ισοδάπανης γραμμής ως εξής:

- Επομένως, σε μια ισοδάπανη γραμμή, το K είναι γραμμική συνάρτηση του L . Η γραμμή τέμνει τον κατακόρυφο άξονα στο σημείο C/r και έχει κλίση $-w/r$. Οι διάφορες τιμές του C δημιουργούν ισοδάπανες γραμμές που είναι παράλληλες μεταξύ τους.

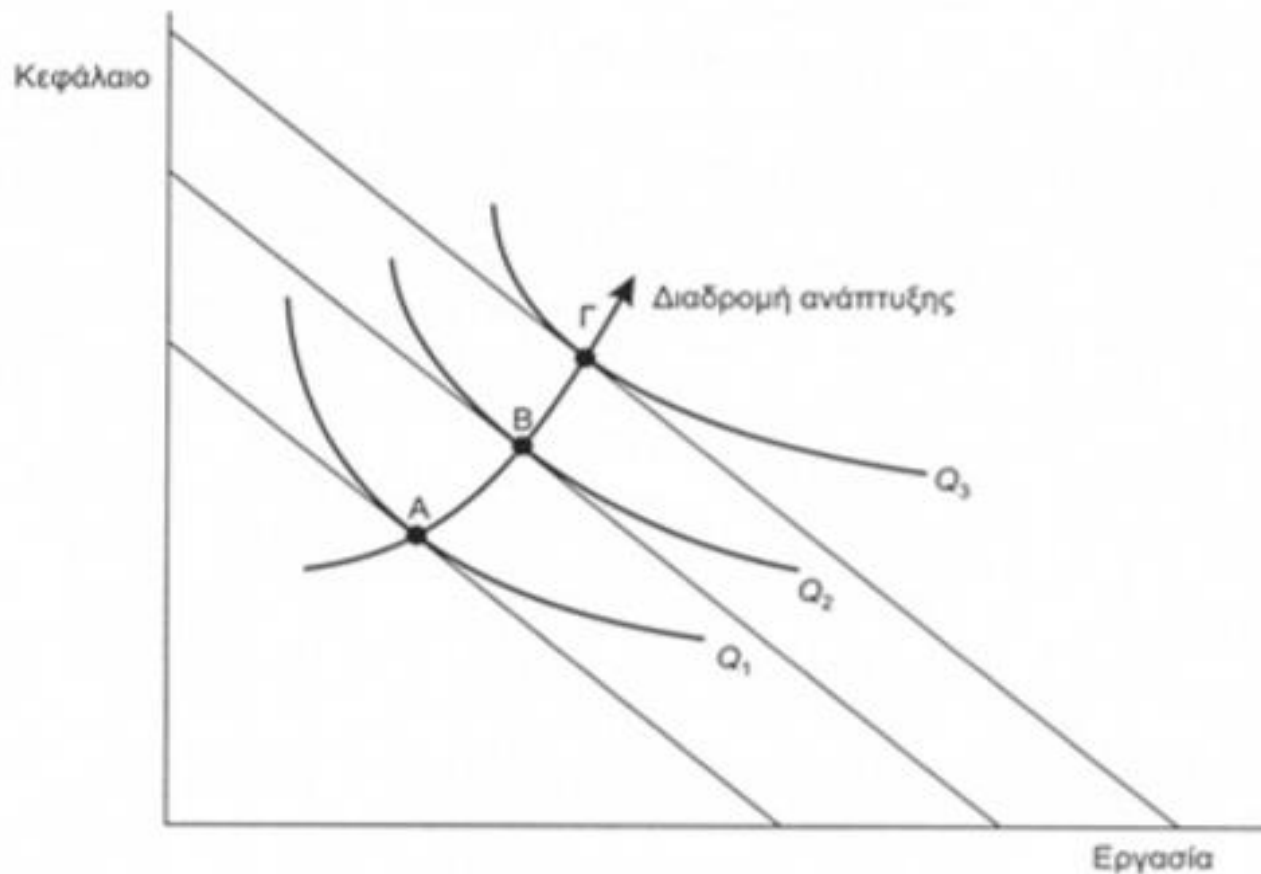
Ευθεία ίσου κόστους



Γραμμή Ανάπτυξης – Γραμμή Επέκτασης

- Η γραμμή (ή διαδρομή) ανάπτυξης είναι η γραφική μέθοδος που απεικονίζει την ποσότητα του κεφαλαίου και της εργασίας την οποία θα χρησιμοποιεί μια εταιρεία όσο επεκτείνει τις δραστηριότητές της. Ο ιδανικός συνδυασμός είναι στο σημείο επαφής ανάμεσα στη γραμμή ισοπαραγωγής και στην ισοδάπανη γραμμή. Η γραμμή ανάπτυξης προσδιορίζεται επομένως από τα σημεία επαφής ανάμεσα στις καμπύλες ισοπαραγωγής και τις ισοδάπανες γραμμές. Σε σχέση με την εταιρεία, πρόκειται για την καμπύλη που χαράσσουμε ενώνοντας τις επιλογές των συντελεστών παραγωγής σε κάθε επίπεδο παραγωγής. Για δεδομένες τιμές των συντελεστών παραγωγής, η καμπύλη δείχνει ποια θα είναι η επιλεγμένη γραμμή ανάπτυξης της εταιρείας (σημεία Α, Β, Γ στο παρακάτω σχήμα) όσον αφορά τους συνδυασμούς των συντελεστών παραγωγής. Σε μια εταιρεία που αποβλέπει στην ελαχιστοποίηση του κόστους, οποιοδήποτε σημείο της καμπύλης αυτής πληροί τη συνθήκη ότι ο λόγος του οριακού φυσικού προϊόντος δύο οποιωνδήποτε συντελεστών παραγωγής είναι ίσος με την αναλογία των τιμών τους.

Σχηματική Απεικόνιση της Γραμμής Επέκτασης της Επιχείρησης



Συνδυασμοί συντελεστών Παραγωγής για την ελαχιστοποίηση του κόστους

- Το σημείο επαφής της ισοδάπανης καμπύλης με την καμπύλη ίσου προϊόντος ορίζει το συνδυασμό ελάχιστου κόστους (βέλτιστο) των συντελεστών παραγωγής για την επίτευξη ενός δεδομένου επιπέδου παραγωγής. Για να συνδυαστούν οι συντελεστές παραγωγής ώστε να επιτυγχάνεται ελάχιστο κόστος πρέπει να πληρούται η εξής συνθήκη:

$$\frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r}$$

η οποία δηλώνει ότι, για την ελαχιστοποίηση του κόστους ενός δεδομένου επιπέδου παραγωγής, **το οριακό προϊόν ανά ευρώ που δαπανάται πρέπει να είναι ίσο για όλους τους συντελεστές της παραγωγής. Εναλλακτικά, η εταιρεία πρέπει να χρησιμοποιεί τέτοιους συντελεστές παραγωγής ώστε το οριακό ποσοστό υποκατάστασης να ισούται με το λόγο των τιμών των συντελεστών παραγωγής.**

Παράδειγμα

- Ένας παραγωγός φράουλας εκτιμά ότι η παραγωγή του θα αυξηθεί κατά 2.500 το μήνα με 1.000 επιπλέον γαλόνια νερού το μήνα από ένα αρδευτικό σύστημα. Εναλλακτικά, η παραγωγή φράουλας θα μπορούσε να αυξηθεί κατά 1.000 με 2 επιπλέον τόνους λιπάσματος το μήνα. Εάν υποθέσουμε ότι το κόστος του νερού είναι \$0,5 ανά γαλόνι και το κόστος του λιπάσματος είναι \$20 ο τόνος, χρησιμοποιεί η φάρμα το βέλτιστο συνδυασμό νερού και λιπάσματος;

Για το συνδυασμό των συντελεστών παραγωγής που επιτυγχάνει ελάχιστο κόστος, πρέπει να πληρούται η εξής συνθήκη:

$$\frac{MP_L}{w} = \frac{MP_K}{r}$$

- $MP_L = 2.500$ και $MP_K = 1.000$ $w = 1.000$ γαλόνια το μήνα επί 0.050 το γαλόνι = \$50 το μήνα, $r = 2$ τόνοι το μήνα επί \$20 ο τόνος = \$40 το μήνα
- Επομένως, $2.500/50 = 50 > 1000/40 = 25$
- Η σχέση $50 > 25$ δείχνει ότι δεν έχει επιλεγεί ο συνδυασμός των συντελεστών παραγωγής για ελάχιστο κόστος, αφού η παραγωγή ανά επιπλέον δολάριο που δαπανάται είναι μεγαλύτερη για το νερό παρά για το λίπασμα.

Αποδόσεις Κλίμακας

- Η απόδοση κλίμακας ενός συστήματος παραγωγής εκφράζει την αύξηση της παραγωγής που προκύπτει από ανάλογη αύξηση όλων των συντελεστών της παραγωγής. Αναφέρεται στον τρόπο με τον οποίο μεταβάλλεται η παραγωγή όταν όλοι οι συντελεστές της παραγωγής αυξάνονται κατά το ίδιο πολλαπλάσιο. Υπάρχουν τρεις πιθανότητες: αύξουσα, σταθερή, και φθίνουσα απόδοση κλίμακας. Εάν η παραγωγή αυξάνεται κατά μεγαλύτερο πολλαπλάσιο από αυτό κατά το οποίο αυξάνονται οι συντελεστές της παραγωγής, υπάρχει αύξουσα απόδοση κλίμακας. Εάν η παραγωγή αυξάνεται κατά το ίδιο πολλαπλάσιο, υπάρχει σταθερή απόδοση κλίμακας. Τέλος, εάν η παραγωγή αυξηθεί κατά μικρότερο πολλαπλάσιο, υπάρχει φθίνουσα απόδοση κλίμακας. Οι αποδόσεις κλίμακας παίζουν σημαντικό ρόλο στις οικονομικές αποφάσεις. Επηρεάζουν τη βέλτιστη κλίμακα ή το μέγεθος των εργοστασιακών εγκαταστάσεων μιας εταιρείας και των παραγωγικών εγκαταστάσεων της. Επίσης, επηρεάζουν το χαρακτήρα του ανταγωνισμού στον τομέα οικονομικής δραστηριότητας και επομένως παίζουν σημαντικό ρόλο στον προσδιορισμό της αποδοτικότητας σε έναν συγκεκριμένο τομέα της οικονομίας.

Απόδοση κλίμακας	Προϋπόθεση
Αύξουσα απόδοση κλίμακας	$\% \text{ αύξηση της παραγωγής} > \% \text{ αύξηση των συντελεστών παραγωγής}$
Σταθερή απόδοση κλίμακας	$\% \text{ αύξηση της παραγωγής} = \% \text{ αύξηση των συντελεστών παραγωγής}$
Φθίνουσα απόδοση κλίμακας	$\% \text{ αύξηση της παραγωγής} < \% \text{ αύξηση των συντελεστών παραγωγής}$

- Οι αποδόσεις κλίμακας αξιολογούνται με διάφορους τρόπους, συμπεριλαμβανομένων και των εξής:

1. Σύγκριση της ποσοστιαίας αύξησης της παραγωγής με οποιαδήποτε δεδομένη ποσοστιαία αύξηση των συντελεστών παραγωγής

2. Χρήση μιας γενικότερης αλγεβρικής μεθόδου

Παράδειγμα: Έστω η συνάρτηση $Q=10L+15K+20KL$

A) Εάν $L=K=100$ τότε

$$Q_1=10(100)+15(100)+20(100)(100)=202.500$$

Εάν αυξηθεί κάθε μονάδα κατά ένα τοις εκατό προκύπτει:

$Q_2=10(101)+15(101)+20(101)(101)=206.545$, το οποίο υποδηλώνει 2 τοις εκατό αύξηση της παραγωγής ($Q_2/Q_1=1,02$) και επομένως η συνάρτηση παρουσιάζει αυξημένη απόδοση κλίμακας.

- B) Διαφορετικά, εάν εφαρμοστεί ένα k τοις εκατό σε όλους τους συντελεστές παραγωγής (όπου $k > 1$) παρατηρούμε: $Q_1=10L+15K+20KL$
 $Q_2=10L+15K+20KL = 10(kL)+15(kK)+20(kL)(kK)=k(10L+15K+20kKL)$
- Αφού $k > 1$, $Q_2 > Q_1$ Επομένως η συνάρτηση παρουσιάζει αύξουσα απόδοση κλίμακας.

Βιβλιογραφία

- Λιαργκόβας, Π. , Κορρές, Γ. (2009). Οικονομική των επιχειρήσεων. Αθήνα: Εκδόσεις Σταμούλης
- Οικονομικής της Διοίκησης Πέτρος Α. Κιόχος Εκδοτικός Οίκος "Interbooks"
- Arnold, R. A. (2013). Μικροοικονομική. Εκδόσεις Broken Hill Publishers Ltd., Αθήνα.
- Krugman, P. & Wells, R. (2009). Μικροοικονομική. Εκδόσεις Επίκεντρο, Θεσσαλονίκη.
- Leibenstein, H. (1966). Allocative efficiency vs. "X- Efficiency". The American Economic Review, 56 (3), 392- 415
- Mankiw, N. G. & Taylor, P. M. (2011). Αρχές οικονομικής θεωρίας. Εκδόσεις Gutenberg, Αθήνα.
- Διοικητική Οικονομική SHIM K.JAE PH.D , Εκδότης Κλειδάριθμος 2001

ΤΕΛΟΣ ΕΝΟΤΗΤΑΣ