

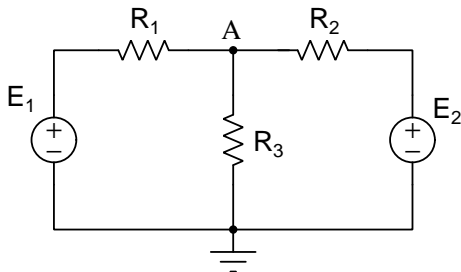
Ηλεκτρικά Κυκλώματα Ι

Κυκλώματα συνεχούς και εναλλασσομένου σταθερής κατάστασης

Α. Δροσόπουλος

Τμήμα Ηλεκτρολόγων Μηχανικών και Μηχανικό Η/Υ
Σχολή Μηχανικών
Πανεπιστήμιο Πελοποννήσου

Παράδειγμα 2 - Kirchhoff - τάσεις κόμβων 1



$$\frac{V_A - E_1}{R_1} + \frac{V_A - E_2}{R_2} + \frac{V_A}{R_3} = 0 \Rightarrow V_A = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}}$$

Παράδειγμα 2 - Kirchhoff - τάσεις κόμβων 2

Νούμερα: $E_1 = 12\text{V}$, $E_2 = 9\text{V}$, $R_1 = 2\text{k}\Omega$, $R_2 = 4\text{k}\Omega$, $R_3 = 3\text{k}\Omega$

$$V_A = 7.6154 \text{ V}$$

$$I_1 = 2.19231 \text{ mA}$$

$$I_2 = 0.34615 \text{ mA}$$

$$I_3 = 2.53846 \text{ mA}$$

Kirchhoff ανάλυση με τάσεις κόμβων

- Εντοπίζετε κόμβους και κλάδους.
- Κάνετε όποιες απλοποιήσεις μπορείτε χωρίς να σκεπάσετε τα στοιχεία που χρειάζεστε για τη λύση.
- Επιλέξτε ένα κόμβο σαν κόμβο αναφοράς (γείωση).
- Για όλους τους άλλους κόμβους εφαρμόσετε κανόνα ρευμάτων Kirchhoff θεωρώντας ότι ρεύματα που εξέρχονται έχουν θετικό πρόσημο και ρεύματα που εισέρχονται αρνητικό.
- Δεν σχεδιάζετε ρεύματα. Τα εκφράζετε συναρτήσει της τάσης του κάθε κόμβου.
- Καταλήγετε σε σύστημα μικρότερης τάξης από τη μέθοδο κλαδικών ρευμάτων το οποίο λύνετε με όποιον τρόπο θέλετε για τις κομβικές τάσεις.
- Από τις τάσεις μπορείτε να υπολογίσετε όλα τα κλαδικά ρεύματα καθώς και την ισχύ που καταναλώνει ή παράγει το κάθε στοιχείο.

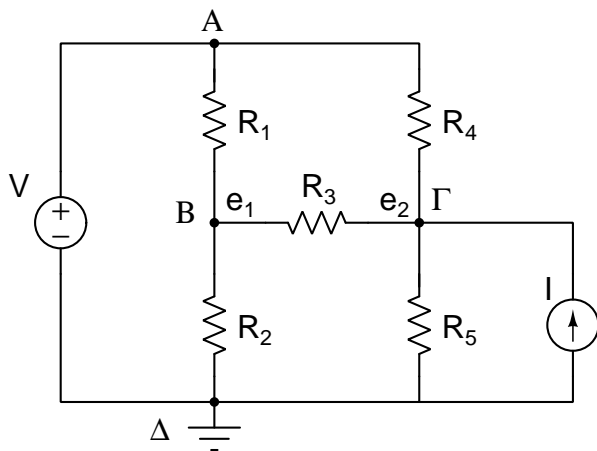
Παρένθεση

Θεμελιώδες θεώρημα τοπολογίας δικτύων.

$$b = l + n - 1$$

όπου b (branch) κλάδος, l (loop) ανεξάρτητος βρόχος και n (node) κόμβος.

Παράδειγμα 1 - Kirchhoff - τάσεις κόμβων 1



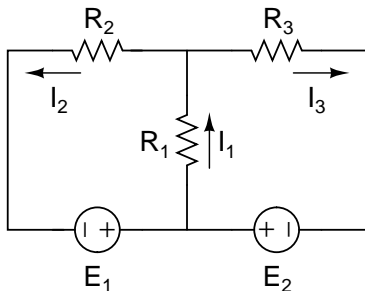
Παράδειγμα 1 - Kirchhoff - τάσεις κόμβων 2

$$\left. \begin{aligned} \frac{e_1 - V}{R_1} + \frac{e_1 - e_2}{R_3} + \frac{e_1}{R_2} &= 0 \\ \frac{e_2 - e_1}{R_3} + \frac{e_2 - V}{R_4} + \frac{e_2}{R_5} - I &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} e_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - e_2 \frac{1}{R_3} &= \frac{V}{R_1} \\ -e_1 \frac{1}{R_3} + e_2 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) &= I + \frac{V}{R_4} \end{aligned} \right\}$$

Παράδειγμα 2.28

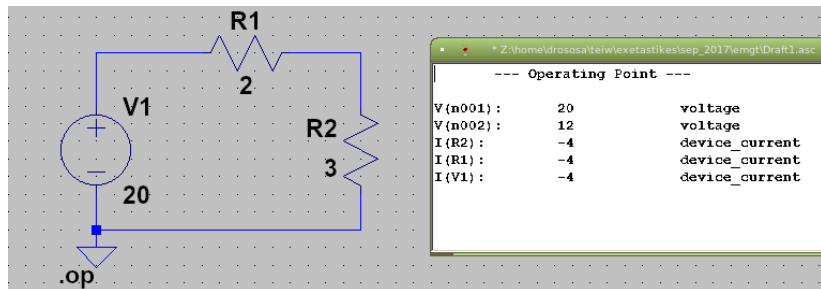
Να γίνει πλήρη ανάλυση στο παρακάτω κύκλωμα όταν $E_1 = 9\text{ V}$, $E_2 = 18\text{ V}$, $R_1 = 500\ \Omega$, $R_2 = 300\ \Omega$, $R_3 = 1.2\text{ k}\Omega$.



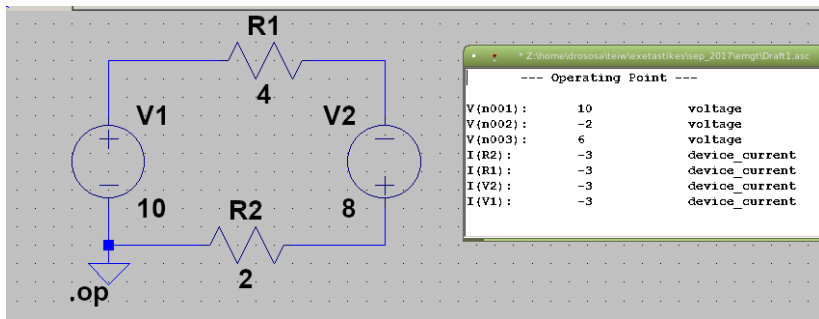
set2

Λύστε όλα τα κυκλώματα του set2 και επιβεβαιώστε με spice.

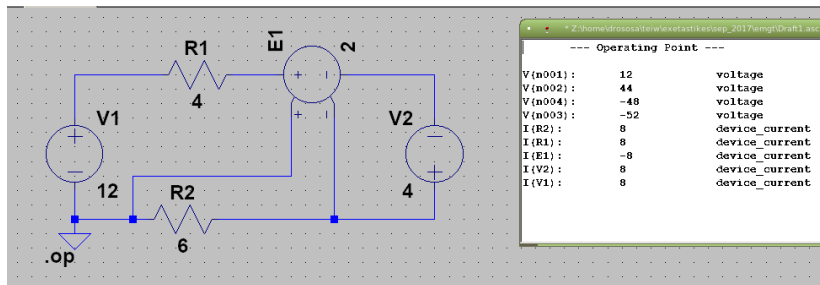
set2



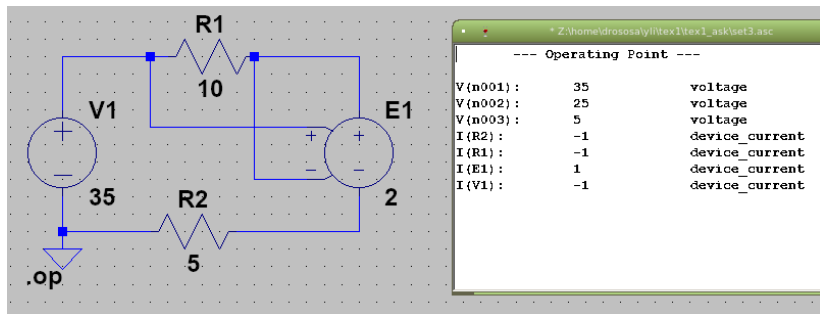
set2



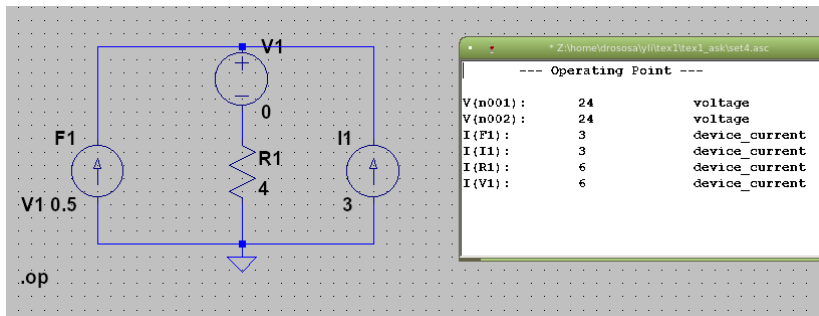
set2



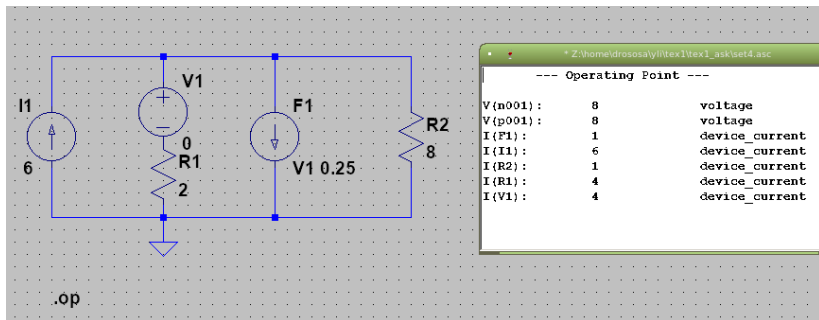
set2



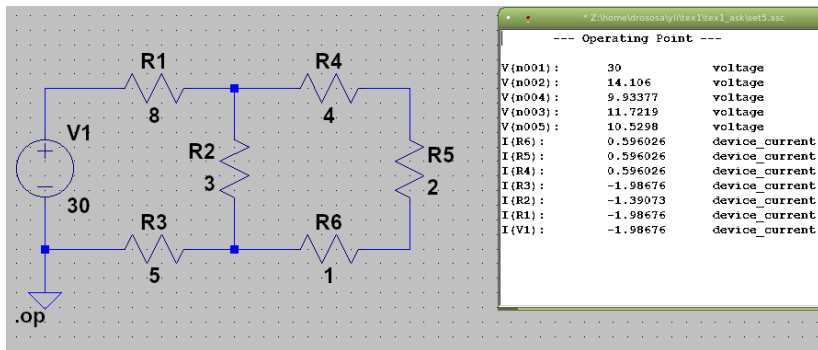
set2



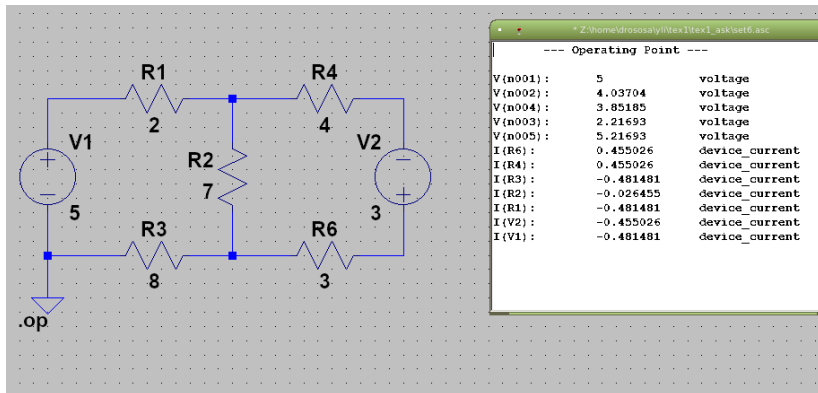
set2



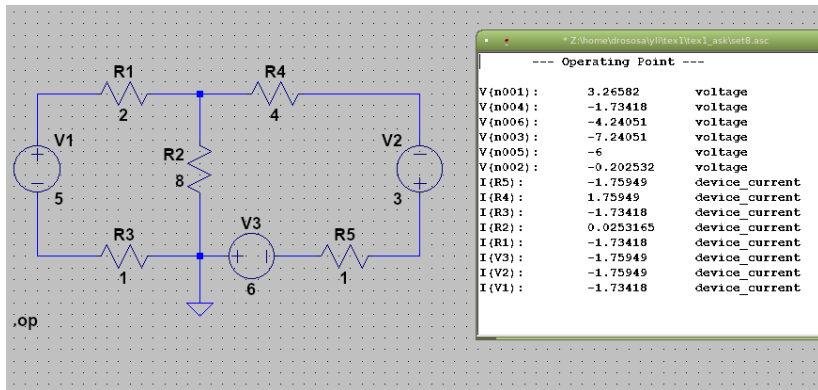
set2



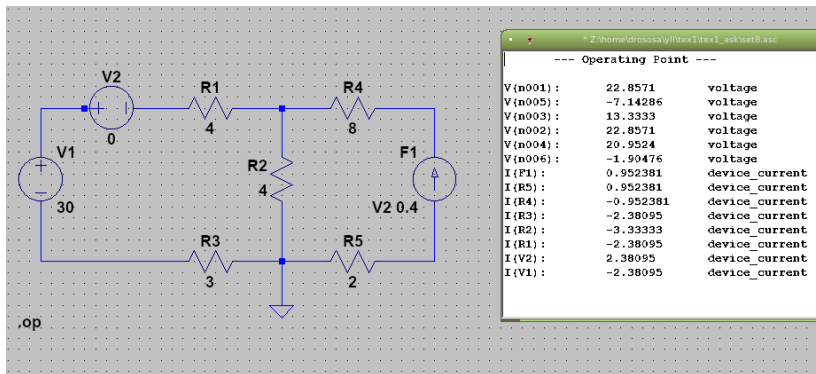
set2



set2

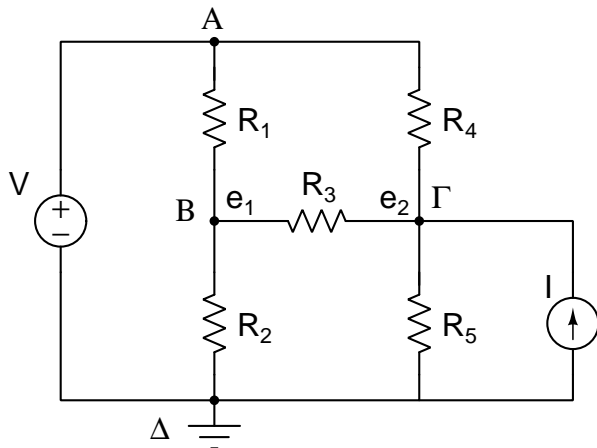


set2



Παράδειγμα 1 - Kirchhoff - τάσεις κόμβων 1

Από διάλεξη 6

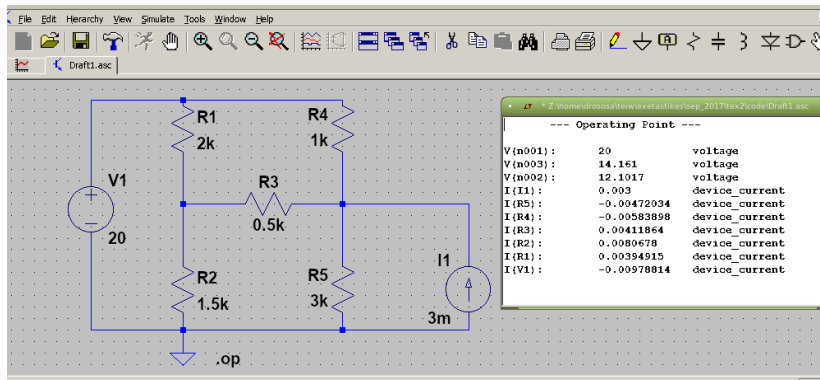


Παράδειγμα 1 - Kirchhoff - τάσεις κόμβων 2

$$\left. \begin{aligned} \frac{e_1 - V}{R_1} + \frac{e_1 - e_2}{R_3} + \frac{e_1}{R_2} &= 0 \\ \frac{e_2 - e_1}{R_3} + \frac{e_2 - V}{R_4} + \frac{e_2}{R_5} - I &= 0 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} e_1 \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) - e_2 \frac{1}{R_3} &= \frac{V}{R_1} \\ -e_1 \frac{1}{R_3} + e_2 \left(\frac{1}{R_3} + \frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} \right) &= I + \frac{V}{R_4} \end{aligned} \right\}$$

Παράδειγμα 1 - Kirchhoff - τάσεις κόμβων 3



Παράδειγμα 1 - Kirchhoff - τάσεις κόμβων 4

Για νούμερα

$$V_1 = 20 \text{ V}, I_1 = 3 \text{ mA}, R_1 = 2 \text{ k}\Omega, R_2 = 1.5 \text{ k}\Omega$$

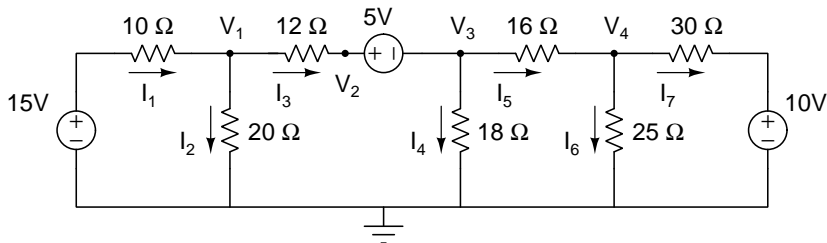
$$R_3 = 0.5 \text{ k}\Omega, R_4 = 1 \text{ k}\Omega, R_5 = 3 \text{ k}\Omega$$

$$\left. \begin{aligned} e_1 \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{1.5} + \frac{1}{0.5} \right) - e_2 \frac{1}{0.5} &= \frac{20}{2} \\ -e_1 \frac{1}{0.5} + e_2 \left(\frac{1}{0.5} + \frac{1}{1} + \frac{1}{3} \right) &= 3 + \frac{20}{1} \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$e_1 = 12.10 \text{ V} \quad e_2 = 14.16 \text{ V}$$

Άσκηση

Να βρεθούν τα κλαδικά ρεύματα στο παρακάτω κύκλωμα καθώς και οι τάσεις V_1 , V_2 , V_3 , V_4 .



Λύση1

$$\frac{V_1 - 15}{10} + \frac{V_1}{20} + \frac{V_1 - V_2}{12} = 0$$

$$\frac{V_2 - V_1}{12} + \frac{V_3}{18} + \frac{V_3 - V_4}{16} = 0$$

$$\frac{V_4 - V_3}{16} + \frac{V_4}{25} + \frac{V_4 - 10}{30} = 0$$

$$V_2 - V_3 = 5$$

Λύση2

$$V_1 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{20} + \frac{1}{12} \right) - \frac{V_2}{12} = \frac{15}{10}$$

$$-\frac{V_1}{12} + \frac{V_2}{12} + V_3 \left(\frac{1}{18} + \frac{1}{16} \right) - \frac{V_4}{16} = 0$$

$$-\frac{V_3}{16} + V_4 \left(\frac{1}{16} + \frac{1}{25} + \frac{1}{30} \right) = \frac{10}{30}$$

$$V_2 - V_3 = 5$$

Λύση3

$$V_1 = 9.267 \text{ V}$$

$$V_2 = 7.948 \text{ V}$$

$$V_3 = 2.948 \text{ V}$$

$$V_4 = 3.811 \text{ V}$$

Λύση4

$$I_1 = \frac{15 - V_1}{10} = 0.573\text{A}$$

$$I_2 = \frac{V_1}{20} = 0.463\text{A}$$

$$I_3 = \frac{V_1 - V_2}{12} = 0.110\text{A}$$

$$I_4 = \frac{V_3}{18} = 0.164\text{A}$$

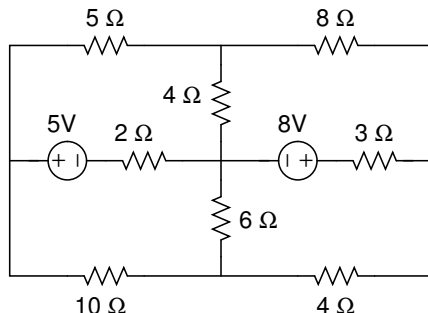
$$I_5 = \frac{V_3 - V_4}{16} = -0.0539\text{A}$$

$$I_6 = \frac{V_4}{25} = 0.152\text{A}$$

$$I_7 = \frac{V_4 - 10}{30} = -0.206\text{A}$$

Άσκηση

Να γίνει πλήρη ανάλυση στο παρακάτω κύκλωμα.

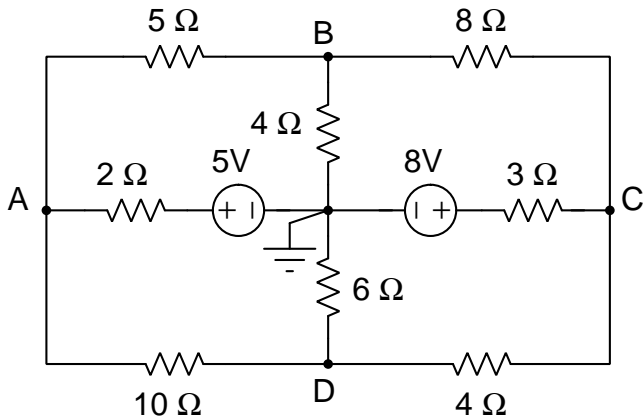


Κατάστρωση εξισώσεων Kirchhoff με κλαδικά ρεύματα και τάσεις κόμβων.

Δοκιμάστε να λύσετε τα συστήματα που προκύπτουν.

Επιβεβαίωση με octave και LTspice.

Άσκηση



Άσκηση

$$\frac{V_A - 5}{2} + \frac{V_A - V_B}{5} + \frac{V_A - V_D}{10} = 0$$

$$\frac{V_B - V_A}{5} + \frac{V_B}{4} + \frac{V_B - V_C}{8} = 0$$

$$\frac{V_C - V_B}{8} + \frac{V_C - 8}{3} + \frac{V_C - V_D}{4} = 0$$

$$\frac{V_D}{6} + \frac{V_D - V_A}{10} + \frac{V_D - V_C}{4} = 0$$

Άσκηση

$$V_A \left(\frac{1}{2} + \frac{1}{5} + \frac{1}{10} \right) - V_B \frac{1}{5} - V_D \frac{1}{10} = \frac{5}{2}$$

$$-V_A \frac{1}{5} + V_B \left(\frac{1}{5} + \frac{1}{4} + \frac{1}{8} \right) - V_C \frac{1}{8} = 0$$

$$-V_B \frac{1}{8} + V_C \left(\frac{1}{8} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} \right) - V_D \frac{1}{4} = \frac{8}{3}$$

$$-V_A \frac{1}{10} - V_C \frac{1}{4} + V_D \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{10} + \frac{1}{4} \right) = 0$$

Άσκηση

$$\left. \begin{aligned}
 0.8V_A - 0.2V_B + 0V_C - 0.1V_D &= 2.5 \\
 -0.2V_A + 0.575V_B - 0.125V_C + 0V_D &= 0 \\
 0V_A - 0.125V_B + 0.708V_C - 0.25V_D &= 2.67 \\
 -0.1V_A + 0V_B - 0.25V_C + 0.517V_D &= 0
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

Μέθοδο απαλοιφής Gauss

$$\left. \begin{aligned}
 0.8V_A - 0.2V_B + 0V_C - 0.1V_D &= 2.5 \\
 0V_A + 0.525V_B - 0.125V_C - 0.025V_D &= 0.625 \\
 0V_A - 0.125V_B + 0.708V_C - 0.25V_D &= 2.67 \\
 0V_A - 0.025V_B - 0.25V_C + 0.504V_D &= 0.312
 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

Άσκηση

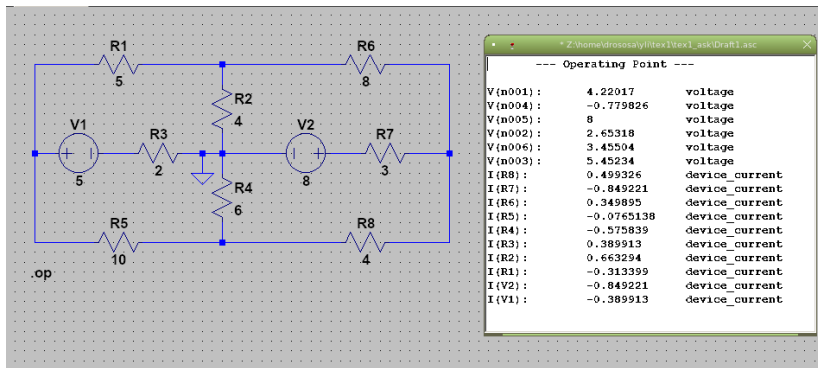
$$\left. \begin{aligned} 0.8V_A - 0.2V_B + 0V_C - 0.1V_D &= 2.5 \\ 0V_A + 0.525V_B - 0.125V_C - 0.025V_D &= 0.625 \\ 0V_A - 0V_B + 0.638V_C - 0.256V_D &= 2.81 \\ 0V_A - 0V_B - 0.256V_C + 0.503V_D &= 0.342 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\left. \begin{aligned} 0.8V_A - 0.2V_B + 0V_C - 0.1V_D &= 2.5 \\ 0V_A + 0.525V_B - 0.125V_C - 0.025V_D &= 0.625 \\ 0V_A - 0V_B + 0.638V_C - 0.256V_D &= 2.81 \\ 0V_A - 0V_B - 0V_C + 0.406V_D &= 1.40 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

Άσκηση

	με 3 σημ [Volt]	ακρίβεια [Volt]
V_D	3.45	3.45504
V_C	5.79	5.45234
V_B	2.73	2.65318
V_A	4.24	4.22017

Άσκηση



Άσκηση

$$A = \begin{bmatrix} 1/2+1/5+1/10 & -1/5 & 0 & -1/10; & -1/5 & 1/5+1/4+1/8 & -1/8 & 0; \\ 0 & -1/8 & 1/8+1/3+1/4 & -1/4; & -1/10 & 0 & -1/4 & 1/6+1/10+1/4 \end{bmatrix}$$

$$b = [5/2; 0; 8/3; 0]$$

$$V = \text{inv}(A)*b$$

$$A =$$

```
0.800000    -0.200000    0.000000    -0.100000
-0.200000    0.575000    -0.125000    0.000000
0.000000    -0.125000    0.708333    -0.250000
-0.100000    0.000000    -0.250000    0.516667
```

$$b =$$

```
2.500000
0.000000
2.666667
0.000000
```

$$V =$$

```
4.22017
2.65318
5.45234
3.45504
```