

Εισαγωγή στο LTspice

Α. Δροσόπουλος

Περιεχόμενα

1	Εισαγωγή στο LTspice	1
1.1	Εισαγωγικά	1
1.2	LTspice	1
1.3	Netlists	4
1.3.1	Τίτλος και εντολές σχολίων	4
1.3.2	Εντολές data	4
1.3.3	Εντολή κλάδου για παθητικά στοιχεία	5
1.3.4	Εντολή κλάδου για ανεξάρτητη πηγή τάσης ή ρεύματος	6
1.3.5	Εντολές ελέγχου (control statements)	6
1.3.6	Εντολή τερματισμού end	6
1.3.7	Εντολές width και npage	6
1.3.8	Ανάλυση netlist με LTspice	7
1.4	Δουλεύοντας με σχηματικά	7
1.5	Κυκλώματα με εξαρτημένες πηγές	7
1.5.1	Πηγή τάσης που εξαρτάται από τάση	7
1.5.2	Πηγή ρεύματος που εξαρτάται από τάση	9
1.5.3	Πηγή τάσης που εξαρτάται από ρεύμα	9
1.5.4	Πηγή ρεύματος που εξαρτάται από ρεύμα	9
1.6	Ισοδύναμα Thevenin, Norton	10
2	Εργαστηριακές ασκήσεις συνεχούς ρεύματος	14
2.1	Μέτρηση αντίστασης, τάσης και ρεύματος με πολύμετρο	14
2.1.1	Ψηφιακό πολύμετρο	14
2.2	Συνδεσμολογία αντιστάσεων	17
2.2.1	Συνδεσμολογία εν σειρά	17
2.2.2	Συνδεσμολογία παράλληλη	17
2.2.3	Συνδεσμολογία μεικτή	18
2.3	Κανόνες Kirchhoff	19
2.3.1	Κανόνας ρευμάτων	20
2.3.2	Κανόνας τάσεων	20
2.3.3	Συνδυασμός 1	20
2.3.4	Συνδυασμός 2	22
2.4	Θεώρημα Υπέρθωσης/Επαλληλίας	23

2.4.1	Εξομοίωση με LTspice	24
2.5	Θεωρήματα Thevenin και Norton	25
3	Εργαστηριακές ασκήσεις εναλλασσόμενου ρεύματος	29
3.1	Παλμογράφος - Εισαγωγικά	29
3.2	Μέτρηση τάσης, συχνότητας και διαφοράς φάσης	30
3.3	LTspice και εναλλασσόμενο - Ημιτονικό σήμα	31
3.3.1	LTspice - εσωτερικό σήμα και ανάλυση	31
3.3.2	LTspice - εξωτερικό σήμα και ανάλυση	32
3.3.3	LTspice - έξοδος σήματος	35
3.4	Μέτρηση συχνότητας (συγκριτική)	35
3.4.1	Σχήματα Lissajous	35
3.4.2	Διαφορά φάσης	36
3.5	LTspice και εναλλασσόμενο - AC ανάλυση στη σταθερή κατάσταση	41
3.6	Συντονισμός σε κύκλωμα σειράς-παράλληλο	44

ΑΣΚΗΣΗ 1

Εισαγωγή στο LTspice

Εισαγωγή στην εφαρμογή LTspice για ανάλυση απλών κυκλωμάτων στον H/Y.

1.1 Εισαγωγικά

Το SPICE (Simulation Program with Integrated Circuit Emphasis) είναι ένα πρόγραμμα ανάλυσης ηλεκτρικών κυκλωμάτων για διεγερση συνεχούς ρεύματος, Σ.Ρ. (DC), εναλλασσόμενου ρεύματος, Ε.Ρ. (AC), καθώς επίσης και για μεταβατικές (transient) καταστάσεις. Δημιουργήθηκε στο Πανεπιστήμιο Berkeley την δεκαετία του 70 και χρησιμοποιείται σήμερα με διάφορες προσθήκες σε πολλά εμπορικά προγράμματα ανάλυσης/σχεδιασμού ηλεκτρικών κυκλωμάτων. Το ίδιο το SPICE είναι ελεύθερο λογισμικό και μπορεί να βρει κανείς διάφορες εκδόσεις του στο Διαδίκτυο.

Το SPICE είναι χρήσιμο γιατί μπορεί να επιβεβαιώνει τις λύσεις που καταλήγουμε όταν αναλύουμε κάποιο ηλεκτρικό κύκλωμα με μία από τις κλασσικές αναλυτικές μεθόδους (π.χ. κανόνες Kirchhoff). Με τον τρόπο αυτό ξεκαθαρίζονται γρήγορα οι έννοιες που δεν έχουν αφομοιωθεί σωστά και αυξάνεται η ικανότητα επίλυσης ηλεκτρικών κυκλωμάτων. Το SPICE χρειάζεται ένα netlist σαν είσοδο/input, δηλ. ένα αρχείο όπου περιγράφεται το κύκλωμα που έχουμε προς ανάλυση, από τους κόμβους και τα ηλεκτρικά του στοιχεία. Η έξοδος/output του προγράμματος, για διεγερση Σ.Ρ., είναι οι τάσεις σε όλους τους κόμβους σε σχέση με τον κόμβο αναφοράς καθώς επίσης και τα ρεύματα που διέρχονται μέσα από κάθε πηγή τάσης.

Το SPICE από μόνο του είναι ένα command line program, δηλ., πρέπει πρώτα να περιγράψει κανείς το κύκλωμα με ένα αρχείο netlist, χρησιμοποιώντας έναν απλό ASCII editor, π.χ. Notepad (λειτουργικό Windows), να το δώσει σαν input στο SPICE, και να πάρει τα αποτελέσματα της ανάλυσης τα οποία μπορεί να είναι σε μορφή κάποιου αρχείου ή γραφικών παραστάσεων.

Οι σύγχρονες εκδόσεις από διάφορες εταιρίες προσθέτουν γραφικό frontend και επιπλέον βιβλιοθήκες για πολλά στοιχεία που δίνει τη δυνατότητα να σχεδιαστεί ένα κύκλωμα με γραφικό τρόπο, τοποθετώντας εικονίδια των διαφόρων στοιχείων στην κατάλληλη θέση.

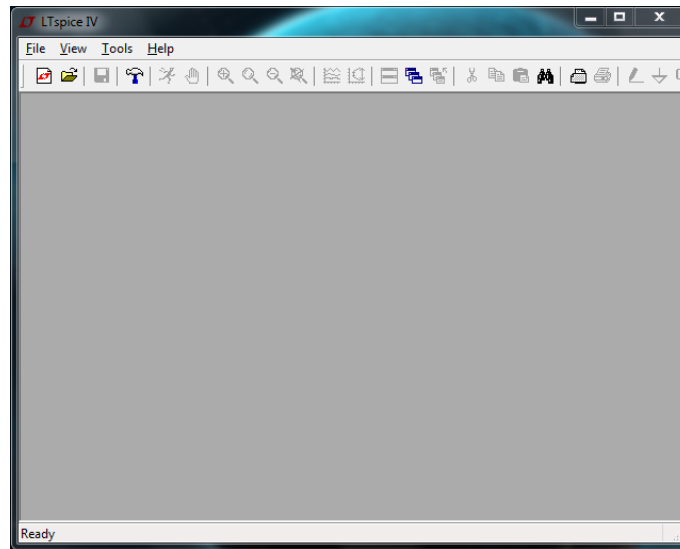
Για απλά κυκλώματα με λίγα στοιχεία δεν έχει ιδιαίτερη σημασία αν φτιάξει κανείς το δικό του netlist ή χρησιμοποιήσει κάποιο σχηματικό πρόγραμμα. Η σημασία έρχεται αργότερα όταν μεγαλώσει το κύκλωμα και ο αριθμός στοιχείων. Φαίνεται τότε ότι το σχηματικό είναι πιο εύχρηστο γιατί είναι πιο κατανοητό και εντοπίζονται πιο εύκολα οτιδήποτε προβλήματα. Χρειάζεται όμως και γνώση netlist γιατί από εδώ φαίνονται οι πραγματικές συνδέσεις των στοιχείων, οι παράμετροι που ελέγχουν την λειτουργία τους καθώς και η δυνατότητα τροποποίησης και δημιουργίας νέων στοιχείων.

1.2 LTspice

Ένα απλό ψάξιμο στο internet γρήγορα θα οδηγήσει στο πρόγραμμα LTspice, της εταιρίας Linear Technology, σαν ίσως την πιο δημοφιλή δωρεάν έκδοση του SPICE, με πολύ καλά σχόλια από πλήθος σχεδιαστών κυκλωμάτων από όλο τον κόσμο. Η εταιρία πουλά ένα μεγάλο πλήθος από ολοκληρωμένα ηλεκτρονικά στοιχεία και διαθέτει το LTspice δωρεάν με ενσωματωμένες βιβλιοθήκες των προϊόντων της. Με τον τρόπο αυτό κάνει τη διαφήμισή της. Ταυτόχρονα όμως δίνει μεγάλη προσοχή στο LTspice, συχνές αναβαθμίσεις και μεγάλο πλήθος διαθέσιμων σχεδιασμών. Αυτό καθιστά την εφαρμογή αυτή σαν ίσως την πιο εύχρηστη από αυτές που είναι διαθέσιμες.

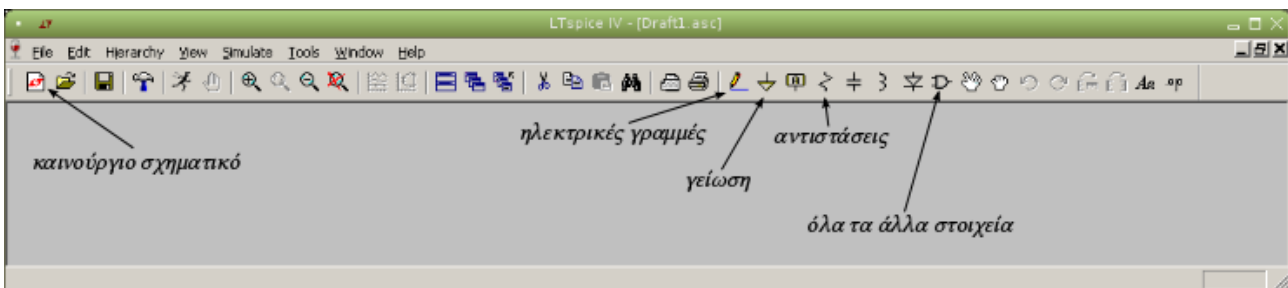
Κατεβάζουμε το LTspice από την ιστοσελίδα της εταιρίας <http://www.linear.com>. Θα παρατηρήσετε ότι το link σας μεταφέρει σε άλλη εταιρία, την analog. Προφανώς η linear έχει εξαγοραστεί από την analog η οποία συνεχίζει την παράδοση και προσθέτει επιπλέον βιβλιοθήκες και για τα δικά της στοιχεία.

Το αρχικό παράθυρο φαίνεται στο σχ. 1.1.

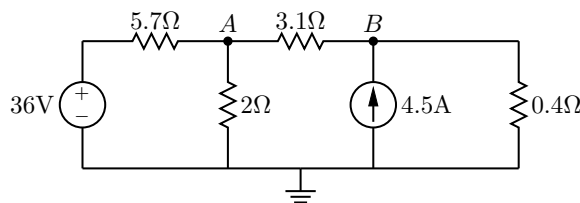


Σχήμα 1.1: Ο καμβάς του σχηματικού του LTspice.

Στο σχ. 1.2 βλέπουμε τα βασικά εικονίδια όταν δουλεύουμε με σχηματικά. Κάνοντας κλικ στη δημιουργία νέου σχηματικού, δημιουργείται ένα καινούργιο κενό σχηματικό και ενεργοποιούνται όλα τα εικονίδια. Μπορούμε τότε να τοποθετήσουμε αντιστάσεις από το εικονίδιο αντιστάσεων και πηγές τάσης (voltage) και ρεύματος (current) από το εικονίδιο όλων των στοιχείων (ψάχνοντας και κάνοντας κλικ στα αγγλικά τους ονόματα). Κλικ στο δεξί κουμπί του ποντικιού σταματά την επιλογή του συγκεκριμένου στοιχείου.



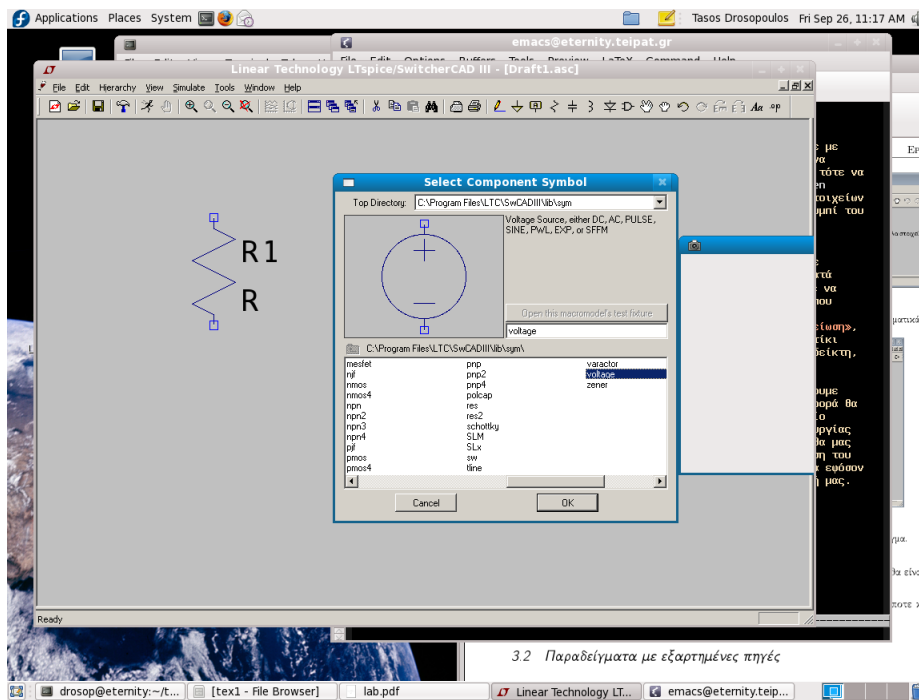
Σχήμα 1.2: Τα βασικά εικονίδια όταν δουλεύουμε με σχηματικά.



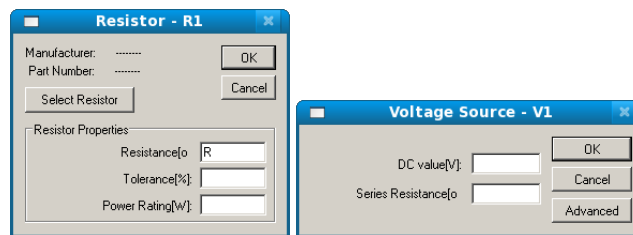
Σχήμα 1.3: Παράδειγμα απλού κυκλώματος.

Μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε το εικονίδιο του «ανοικτού χεριού» για να «γραπώσουμε» κάθε στοιχείο και να το μετακινήσουμε όπου θέλουμε. Μπορούμε ταυτόχρονα, όταν είναι «γραπωμένο» κάποιο στοιχείο να το περιστρέψουμε κατά 90° με το Ctrl-R. Με το ροδάκι του ποντικιού μπορούμε να μεγεθύνουμε ή να σμικρύνουμε το σχηματικό. Όταν έχουμε όλα τα στοιχεία που θέλουμε με τον προσανατολισμό που θέλουμε μπορούμε να τα ενώσουμε με τις ηλεκτρικές γραμμές της εφαρμογής. Μην ξεχάσετε να τοποθετήσετε και τη «γείωση», το σημείο αναφοράς για τις τάσεις σε όλο το κύκλωμα. Μετακινώντας το ποντίκι πάνω από κάθε στοιχείο μέχρις ότου εμφανιστεί ένα χεράκι με προτεταμένο δείκτη, κάνοντας κλικ στο δεξί κουμπί του ποντικιού μπορούμε να εισάγουμε την αριθμητική τιμή του στοιχείου. Όταν έχουμε δώσει τιμές σε όλα τα στοιχεία μπορούμε να κάνουμε κλικ στο «ανθρωπάκι που τρέχει» και να τρέξουμε το πρόγραμμα. Την πρώτη φορά θα ανοίξει μια εικόνα που θα μας ρωτά τι είδους ανάλυση θέλουμε. Το τελευταίο εικονίδιο δεξιά είναι για το DC operating point, το σημείο λειτουργίας του κυκλώματος υπό συνθήκες συνεχούς ρεύματος, που όταν το κάνουμε κλικ θα μας κάνει την ανάλυση.

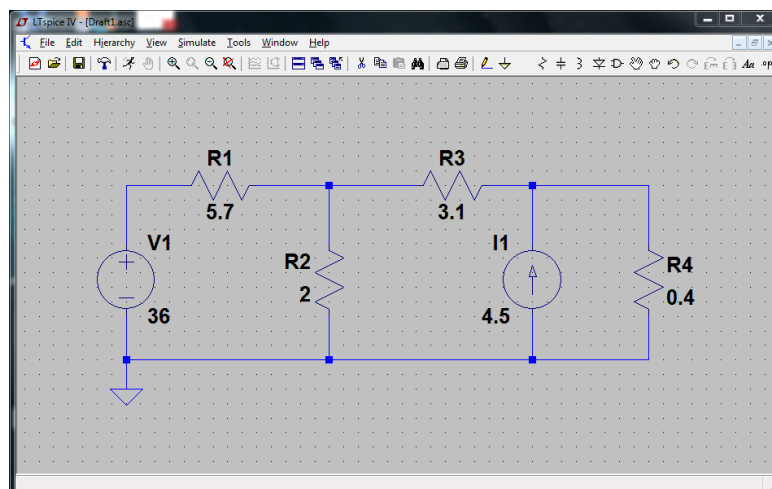
Στο σχ. 1.3 βλέπουμε ένα παράδειγμα απλού κυκλώματος. Δημιουργούμε εύκολα το σχηματικό κύκλωμα στο LTspice και κάνουμε την ανάλυσή του.



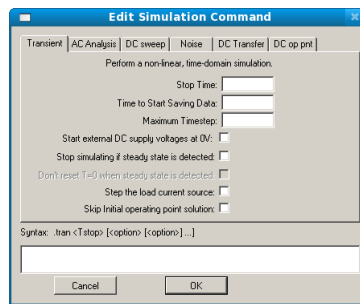
Σχήμα 1.4: Επιλογή μιας πηγής τάσης ή ρεύματος.



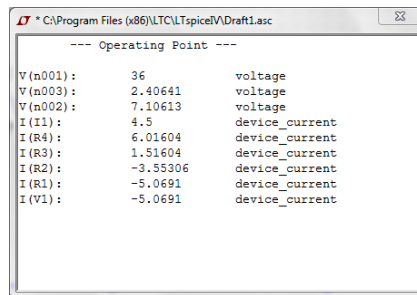
Σχήμα 1.5: Εισαγωγή τιμών για τα στοιχεία αντίστασης και τάσης.



Σχήμα 1.6: Το έτοιμο σχηματικό.



Σχήμα 1.7: Επιλογή τύπου ανάλυσης. Για συνεχές ρεύμα η μόνη επιλογή είναι το DC op pnt (DC operating point) στο τέλος δεξιά.



Σχήμα 1.8: Όλα τα αποτελέσματα της ανάλυσης.

1.3 Netlists

Σε πρώτη ανάγνωση μπορείτε να παρακάμψετε την εισαγωγή στα netlist και να επανέλθετε όταν τα χρειασθείτε.

Ένα αρχείο netlist είναι ένα απλό text αρχείο που περιέχει τα ακόλουθα:

1. Τίτλος και εντολές σχολίων
2. Εντολές data
3. Εντολές ελέγχου (control statements)
4. Εντολές εξόδου (output statements), και
5. την εντολή τερματισμού end

1.3.1 Τίτλος και εντολές σχολίων

Ο τίτλος (title statement) είναι η πρώτη γραμμή του αρχείου και τυπικά περιγράφει συνοπτικά το κύκλωμα που ακολουθεί. Οι εντολές σχολίων (comment statements) διακρίνονται από τον αστερίσκο στην πρώτη στήλη και δίνουν επεξηγηματικές πληροφορίες/σχόλια για το τμήμα που ακολουθεί. Το SPICE τις αγνοεί.

1.3.2 Εντολές data

Το κύκλωμα περιγράφεται από τους κόμβους του και τα στοιχεία που υπάρχουν μεταξύ των κόμβων. Διακρίνεται ο κόμβος αναφοράς 0 και η αρίθμηση των υπολοίπων (αυθαίρετη) δείχνει πως συνδυάζονται οι διάφοροι κλάδοι του κυκλώματος. Τα διάφορα πεδία μιας εντολής data ξεχωρίζουν από ένα ή περισσότερα κενά, μία ισότητα, ή από το άνοιγμα ή κλείσιμο μιας παρένθεσης. Μία εντολή μπορεί να συνεχιστεί στην επόμενη γραμμή αν η πρώτη στήλη της επόμενης γραμμής περιέχει το +. Το πρόγραμμα συνεχίζει τότε την προηγούμενη εντολή από την στήλη 2.

Η θεμελιώδης μονάδα μιας εντολής data είναι ο κλάδος, το τμήμα του κυκλώματος μεταξύ δύο συνεχών κόμβων. Πρέπει οπωσδήποτε να υπάρχει ένα στοιχείο σε κάθε κλάδο. Αν δεν υπάρχει, σημαίνει ότι οι δύο κόμβοι είναι στην πραγματικότητα ένας. Αν υπάρχουν παραπάνω από ένα στοιχεία, τότε έχουμε παραπάνω από έναν κλάδους. Και στις δύο περιπτώσεις το πρόγραμμα θα μας βγάλει error και δεν θα τρέξει.

Οι δύο κόμβοι στα άκρα του κλάδου χρησιμοποιούνται να περιγράψουν την τάση στα άκρα του στοιχείου που περιέχει ο κλάδος. Τα στοιχεία μπορεί να είναι αντιστάσεις, πηγές τάσεως, πηγές ρεύματος, πηνία, πυκνωτές, δίοδοι, τρανζίστορ,

κλπ. Εμείς εδώ συγκεντρώνουμε την προσοχή μας κυρίως στα τρία πρώτα είδη στοιχείων. Οι πηγές τάσεως ή ρεύματος μπορεί να έχουν μηδενική τάση ή ρεύμα, η αντίσταση όμως πρέπει να είναι μη μηδενική.

Το πρώτο γράμμα στο όνομα του στοιχείου δηλώνει τον τύπο του στοιχείου. Έχουμε:

R	Ωμική αντίσταση	E	Πηγή τάσης που εξαρτάται από τάση
V	Ανεξάρτητη πηγή τάσης	F	Πηγή ρεύματος που εξαρτάται από ρεύμα
I	Ανεξάρτητη πηγή ρεύματος	G	Πηγή ρεύματος που εξαρτάται από τάση
L	Επαγωγή πηνίου	H	Πηγή τάσης που εξαρτάται από ρεύμα
C	Χωρητικότητα πυκνωτή		

Ακολουθούν μέχρι 7 αλφαριθμητικοί χαρακτήρες.

Πίνακας 1.1: Προθέματα αριθμητικών τιμών στο SPICE. Προσοχή στο F. Μην το μπερδέψετε με τη μονάδα Farad για πυκνωτές.

όνομα	σύμβολο	αριθμητική τιμή
tera	t, ή T	10^{12}
giga	g, ή G	10^9
mega	meg, ή MEG	10^6
kilo	k, ή K	10^3
milli	m, ή M	10^{-3}
micro	u, ή U	10^{-6}
nano	n, ή N	10^{-9}
pico	p, ή P	10^{-12}
femto	f, ή F	10^{-15}

Η αριθμητική τιμή του στοιχείου μπορεί να είναι ακέραιος, π.χ. 12, -44, floating point, π.χ. 3.142, 1.4146, ακέραιος ή floating point που ακολουθείται από εκθέτη, π.χ. 1E-14, 2.65e3, ή ακέραιος ή floating point που ακολουθείται από κάποιο από τα σύμβολα του Πίν. 1.1.

Τα γράμματα όπως βλέπουμε μπορεί να είναι κεφαλαία ή μικρά. Γράμματα που ακολουθούν μία αριθμητική τιμή διαφορετική από τα παραπάνω σύμβολα αγνοούνται. Έτσι οι τιμές 10, 10V, 10VOLTS, 10HZ, 10hz αντιπροσωπεύουν την ίδια αριθμητική τιμή. Ομοίως 1000, 1000.0, 1000HZ, 1E3, 1K, 1KHZ. Προσοχή εδώ στο F όταν εννοείτε τη μονάδα Farad για πυκνωτές. Το spice καταλαβαίνει το F σαν το πρόθεμα femto, 10^{-15} .

Για τα στοιχεία έχουμε πιο αναλυτικά:

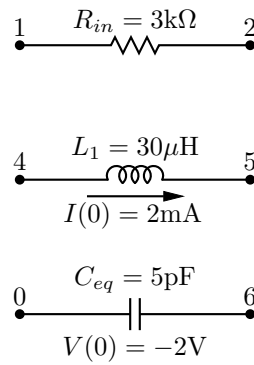
1.3.3 Εντολή κλάδου για παθητικά στοιχεία

«όνομα» «κόμβοι» «αριθμητική τιμή» («αρχικές συνθήκες»)

Οι αρχικές συνθήκες είναι προαιρετικές και συνήθως έχουν νόημα για πηνία και πυκνωτές. Οι κόμβοι είναι δύο. Για τις ηλεκτρικές αντιστάσεις δεν παίζει ρόλο πια θα βάλουμε πρώτη και πια δεύτερη. Για τα πηνία και τους πυκνωτές ο πρώτος κόμβος είναι πάντα ο κόμβος υψηλότερου δυναμικού και ο δεύτερος ο κόμβος χαμηλότερου δυναμικού. Για αντιστάσεις, η αριθμητική τιμή (αν δεν υπάρχει πρόθεμα) είναι σε Ω . Για πηνία και πυκνωτές, σε H και F. Για πηγές τάσης σε V και για πηγές ρεύματος σε A.

Παράδειγμα 1.1 Να γραφούν οι εντολές data για τα παθητικά στοιχεία του σχήματος 1.9.

```
Rin 1 2 3k
Rin 2 1 3k
L1 4 5 30uH IC = 2mA
Ceq 6 0 5pF IC = -2V
```

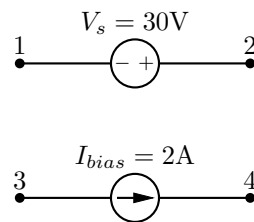


Σχήμα 1.9: Παθητικά στοιχεία: ωμικές αντιστάσεις, πηνία, πυκνωτές.

1.3.4 Εντολή κλάδου για ανεξάρτητη πηγή τάσης ή ρεύματος

«όνομα» «κόμβοι» «είδος πηγής» «αριθμητική τιμή»

Το είδος πηγής αναφέρεται σε πηγή Σ.Ρ. (dc) ή πηγή Ε.Ρ. (ac). Οι πηγές τάσης αρχίζουν από το γράμμα V και οι πηγές ρεύματος από το γράμμα I. Για τις πηγές τάσης ο πρώτος κόμβος είναι ο κόμβος με το θετικό ακροδέκτη. Στον υπολογισμό ρεύματος κλάδου σε κλάδο όπου υπάρχει πηγή τάσης η φορά του ρεύματος που υπολογίζεται είναι από τον θετικό ακροδέκτη της πηγής τάσης στον αρνητικό. Για τις πηγές ρεύματος, το ρεύμα κυκλοφορεί από τον πρώτο κόμβο στο δεύτερο. Δηλ. η φορά του ρεύματος ακολουθεί τη φορά του βέλους που φαίνεται στο σύμβολο της πηγής ρεύματος.



Σχήμα 1.10: Ανεξάρτητες πηγές τάσης, ρεύματος.

Παράδειγμα 1.2 Να γραφούν οι εντολές data για τις πηγές του σχήματος 1.10.

```
Vs 2 1 dc 30V
Ibias 3 4 dc 2A
```

1.3.5 Εντολές ελέγχου (control statements)

Όλες οι εντολές ελέγχου έχουν μπροστά τους μια τελεία. Αναφέρεται η εντολή .op η οποία έχει σαν αποτέλεσμα τον υπολογισμό όλων των τάσεων στους κόμβους του κυκλώματος καθώς επίσης και των ρευμάτων που διέρχονται από τις πηγές τάσεως σε κατάσταση Σ.Ρ.

1.3.6 Εντολή τερματισμού end

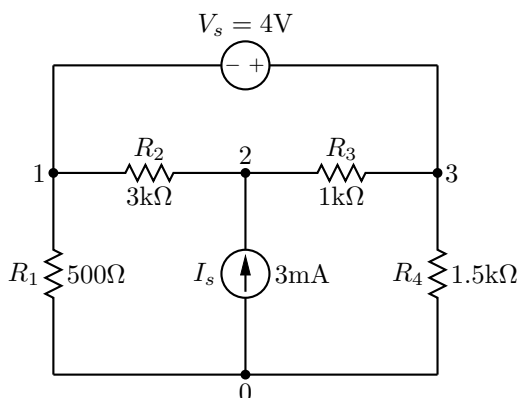
Η εντολή .end είναι η τελευταία εντολή του αρχείου (υποχρεωτική) και ειδοποιεί το πρόγραμμα ότι τελείωσε η περιγραφή του κυκλώματος προς ανάλυση.

1.3.7 Εντολές width και nopage

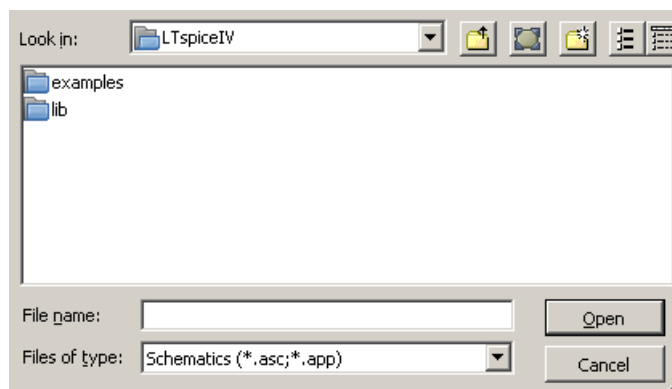
Για όσους δουλεύουν με ngspice θα φανούν χρήσιμες οι εντολές .width out=100 που μεγαλώνει το πλάτος της σελίδας των αποτελεσμάτων και η .opt nopage που απενεργοποιεί το «σπάσιμο» της ίδιας σελίδας αποτελεσμάτων όταν εκτυπώνεται.

1.3.8 Ανάλυση netlist με LTspice

Με την εντολή File → Open ή με κλικ στο αντίστοιχο εικονίδιο μπορείτε να ανοίξετε ένα ήδη υπάρχων netlist ή να αρχίσετε να πληκτρολογείτε το δικό σας. Τα σχ. 1.12 - 1.16 δείχνουν τη διαδικασία για την περίπτωση αυτή για το κύκλωμα που φαίνεται στο σχ. 1.11. Το LTspice δίνει επιπλέον και τα ρεύματα που διέρχονται μέσα από τα στοιχεία.



Σχήμα 1.11: Το ηλεκτρικό κύκλωμα του παραδείγματος που έγινε η ανάλυση με εμφανείς τους κόμβους και τα ονόματα των στοιχείων.



Σχήμα 1.12: Η εντολή File → Open ή το κλικ στο αντίστοιχο εικονίδιο στη γραμμή εντολών ανοίγει αυτό το παράθυρο. Δίνοντας όνομα αρχείου της αρεσκείας μας, π.χ. example1.cir, τύπο αρχείου *.cir και τον φάκελλο εργασίας που επιθυμούμε, έχουμε το επόμενο παράθυρο στο σχ. 1.13.

Στο σχ. 1.12 ανοίγουμε το αρχείο netlist που θέλουμε, εκεί που το θέλουμε, με το όνομα που θέλουμε. Αν δεν υπάρχει, σχ. 1.13, μας ζητείται η δημιουργία του. Το αρχείο δημιουργείται, σχ. 1.14, με την πρώτη και τελευταία γραμμή έτοιμη. Απομένει να συμπληρώσουμε το περιεχόμενο, το οποίο και κάνουμε, σχ. 1.15. Η ανάλυση γίνεται κάνοντας κλικ στο run και τα αποτελέσματα φαίνονται στο σχ. 1.16.

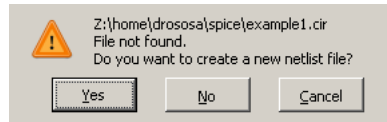
1.4 Δουλεύοντας με σχηματικά

Για σχηματικό, κάνουμε κλικ στο εικονίδιο για δημιουργία νέου σχηματικού και φτιάχνουμε εύκολα ένα κύκλωμα για ανάλυση. Το πρόγραμμα θα δημιουργήσει αυτόματα netlist (με αρίθμηση κόμβων εν γένει διαφορετική από τη δική μας) και θα το τρέξει με ίδια αποτελέσματα όπως προηγουμένως στην περίπτωση του netlist.

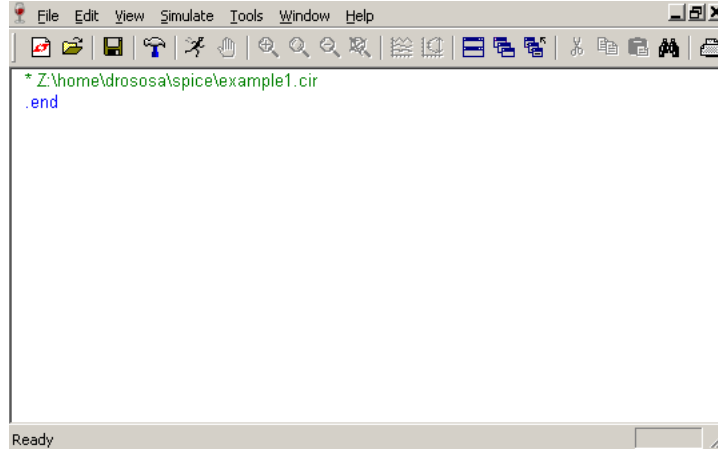
1.5 Κυκλώματα με εξαρτημένες πηγές

1.5.1 Πηγή τάσης που εξαρτάται από τάση

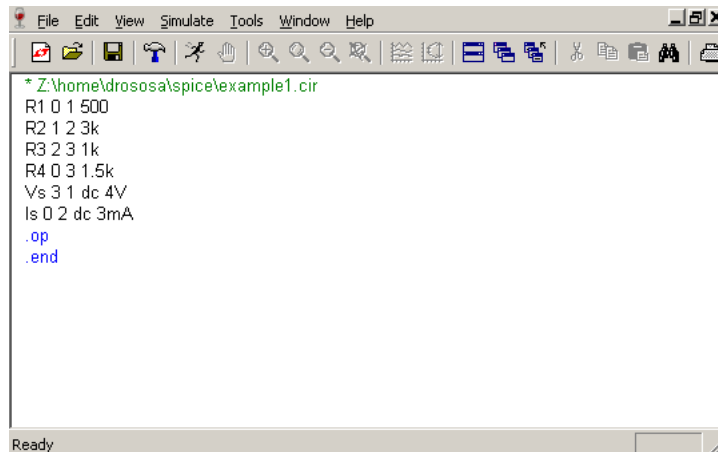
Η πηγή τάσης που εξαρτάται από τάση φαίνεται στο σχ. 1.17. Το όνομά της ξεκινά από το σύμβολο E. Στην περιγραφή κατά netlist χρειάζονται οι δυο κόμβοι στα άκρα της (με πρώτον αυτόν που βρίσκεται στο θετικό ακροδέκτη), οι δυο



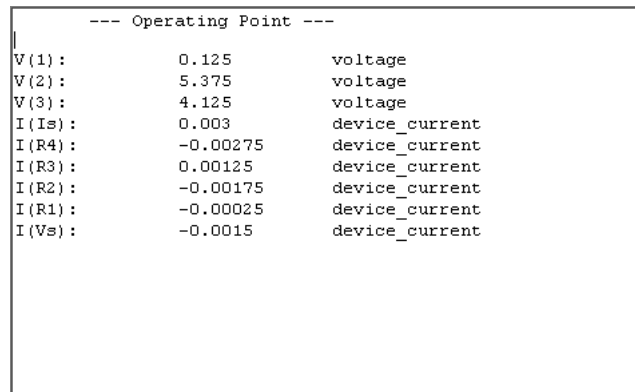
Σχήμα 1.13: Αν δεν υπάρχει το αρχείο μας ζητείται η δημιουργία του.



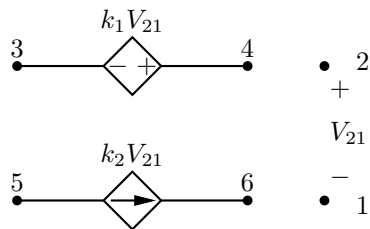
Σχήμα 1.14: Το αρχείο netlist έχει δημιουργηθεί με την πρώτη και τελευταία γραμμή έτοιμη. Απομένει να συμπληρώσουμε το περιεχόμενο



Σχήμα 1.15: το οποίο και κάνουμε. Το κύκλωμα αναλύεται κάνοντας κλικ στο run



Σχήμα 1.16: και να το αποτέλεσμα της ανάλυσης.



Σχήμα 1.17: Εξαρτημένες πηγές από τάση. Η πηγή τάσης (επάνω) και η πηγή ρεύματος (κάτω).

κόμβοι ελέγχου (με πρώτον αυτόν που βρίσκεται στο θετικό κόμβο) και ο πολλαπλασιαστής (στην περίπτωση αυτή είναι καθαρός αριθμός), που δείχνει τι πολλαπλάσιο της τάσης ελέγχου εμφανίζεται στην πηγή. Π.χ.

```
E1 4 3 2 1 k1
```

Στο σχ. 1.18 βλέπουμε πως περιγράφεται αυτό το στοιχείο με σχηματικό διάγραμμα.

1.5.2 Πηγή ρεύματος που εξαρτάται από τάση

Η πηγή ρεύματος που εξαρτάται από τάση φαίνεται και αυτή στο σχ. 1.17. Το όνομά της ξεκινά από το σύμβολο G. Στην περιγραφή κατά netlist χρειάζονται οι δυο κόμβοι στα άκρα της (με πρώτον αυτόν από τον οποίο ξεκινά το ρεύμα), οι δυο κόμβοι ελέγχου (με πρώτον αυτόν που βρίσκεται στο θετικό κόμβο) και ο πολλαπλασιαστής (στην περίπτωση αυτή έχει διαστάσεις αγωγιμότητας), που δείχνει τι πολλαπλάσιο της τάσης ελέγχου εμφανίζεται στην πηγή. Π.χ.

```
G1 5 6 2 1 k2
```

Στο σχ. 1.19 βλέπουμε πως περιγράφεται αυτό το στοιχείο με σχηματικό διάγραμμα.

1.5.3 Πηγή τάσης που εξαρτάται από ρεύμα

Η πηγή τάσης που εξαρτάται από ρεύμα φαίνεται στο σχ. 1.20. Το όνομά της ξεκινά από το σύμβολο H. Στην περιγραφή κατά netlist χρειάζεται πρώτα να προσδιοριστεί το ρεύμα ελέγχου. Ρεύμα που διαρρέει κάποιο κλάδο στο spice προσδιορίζεται από μια πηγή τάσης (φορά ρεύματος αυτή μου μπαίνει στον θετικό ακροδέκτη της πηγής τάσης). Αν υπάρχει μια πηγή τάσης στον κλάδο που διαρρέεται από το ρεύμα ελέγχου μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή. Αλλιώς έστω ότι υπάρχει μια αντίσταση μεταξύ των κόμβων 1 και 2. Εισάγουμε έναν νέο κόμβο τον 7 και μια πηγή V_{dmy} μηδενικής τάσης. Ο θετικός ακροδέκτης της πηγής είναι στον κόμβο 1 και ο αρνητικός στον κόμβο 7 γιατί το ρεύμα ελέγχου έχει φορά από τον κόμβο 1 στον 2. Επομένως

```
Vdmy 1 7 dc 0
H1 4 3 Vdmy k3
```

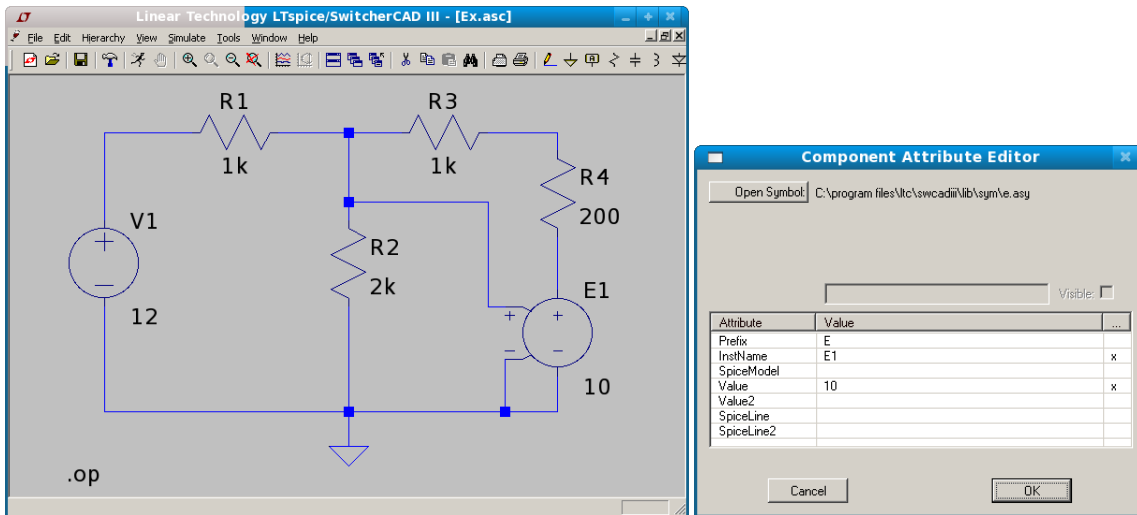
Ο πολλαπλασιαστής $k3$ έχει διαστάσεις αντίστασης αυτή τη φορά. Στο σχ. 1.21 βλέπουμε πως περιγράφεται αυτό το στοιχείο με σχηματικό διάγραμμα.

1.5.4 Πηγή ρεύματος που εξαρτάται από ρεύμα

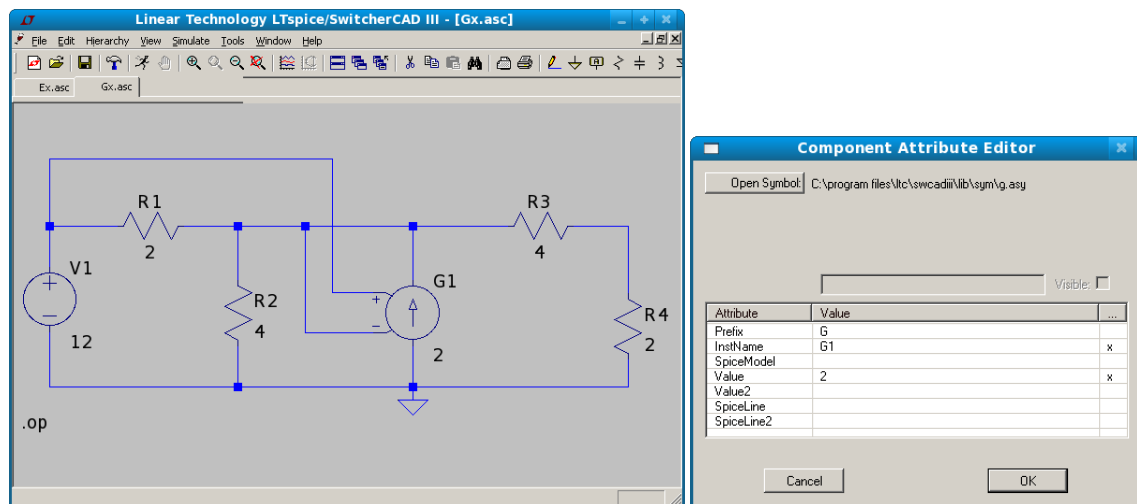
Η πηγή ρεύματος που εξαρτάται από ρεύμα φαίνεται και αυτή στο σχ. 1.20. Το όνομά της ξεκινά από το σύμβολο F. Στην περιγραφή κατά netlist χρειάζεται πρώτα να προσδιοριστεί το ρεύμα ελέγχου. Ρεύμα που διαρρέει κάποιο κλάδο στο spice προσδιορίζεται από μια πηγή τάσης (φορά ρεύματος αυτή μου μπαίνει στον θετικό ακροδέκτη της πηγής τάσης). Αν υπάρχει μια πηγή τάσης στον κλάδο που διαρρέεται από το ρεύμα ελέγχου μπορούμε να χρησιμοποιήσουμε αυτή. Αλλιώς εισάγουμε μια κενή πηγή τάσης με τιμή τάσης μηδέν. Επομένως

```
Vdmy 1 7 dc 0
F1 5 6 Vdmy k4
```

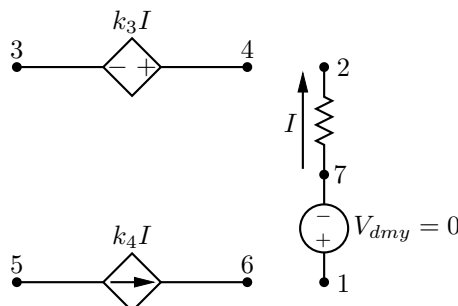
Ο πολλαπλασιαστής $k4$ είναι καθαρός αριθμός σε αυτή την περίπτωση. Στο σχ. 1.22 βλέπουμε πως περιγράφεται αυτό το στοιχείο με σχηματικό διάγραμμα.



Σχήμα 1.18: Παράδειγμα κυκλώματος πηγής τάσης που εξαρτάται από τάση. Βλέπουμε πως ενώνουμε τους ακροδέκτες ελέγχου με την τάση στα σημεία ελέγχου. Βλέπουμε επίσης πως δίνουμε την τιμή του πολλαπλασιαστή για την πηγή E1 (στην περίπτωση αυτή η τιμή είναι 10.)



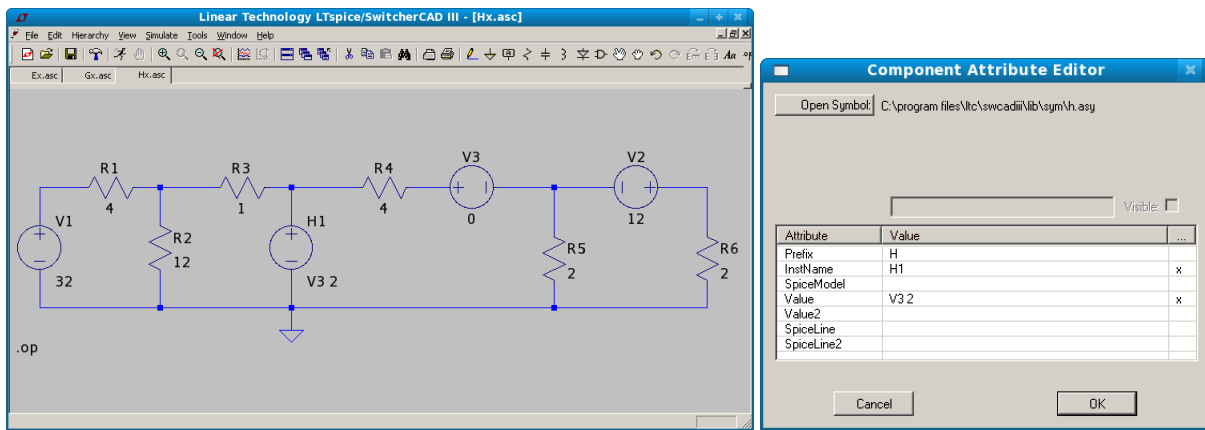
Σχήμα 1.19: Παράδειγμα κυκλώματος πηγής ρεύματος που εξαρτάται από τάση. Βλέπουμε πως ενώνουμε τους ακροδέκτες ελέγχου με την τάση στα σημεία ελέγχου. Μπορούμε να διασταυρώσουμε ηλεκτρικές γραμμές και αν δεν υπάρχει εμφανές σημείο κόμβου αυτές δεν ευρίσκονται σε επαφή. Βλέπουμε επίσης πως δίνουμε την τιμή του πολλαπλασιαστή για την πηγή G1 (στην περίπτωση αυτή η τιμή είναι 2.)



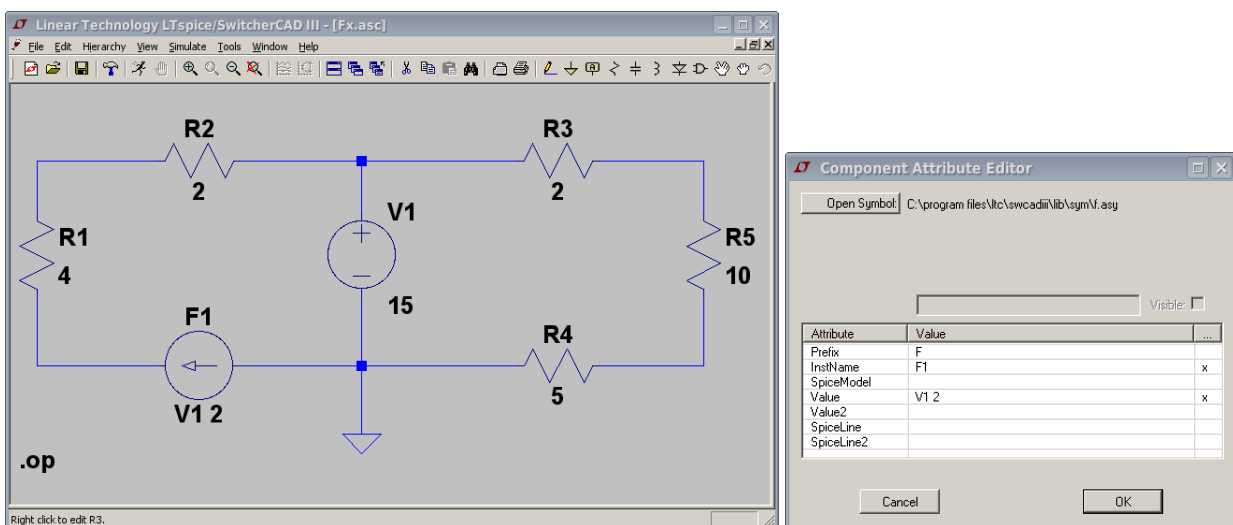
Σχήμα 1.20: Εξαρτημένες πηγές από ρεύμα. Η πηγή τάσης (επάνω) και η πηγή ρεύματος (κάτω).

1.6 Ισοδύναμα Thevenin, Norton

Με τα παραπάνω μπορεί να περιγραφεί οποιοδήποτε κύκλωμα συνεχούς ρεύματος με ανεξάρτητες ή εξαρτημένες πηγές. Στο εδάφιο αυτό υπενθυμίζεται απλώς η διαδικασία εύρεσης ισοδυναμίου Thevenin, Norton. Χρειαζόμαστε κάποια τάση



Σχήμα 1.21: Παράδειγμα κυκλώματος πηγής τάσης που εξαρτάται από το ρεύμα που διέρχεται από την R4 από αριστερά στα δεξιά. Βλέπουμε πως έχουμε τοποθετήσει μια πηγή τάσης με μηδενική τιμή έτσι ώστε να δηλώσουμε το ρεύμα. Βλέπουμε επίσης πως δίνουμε την τιμή του πολλαπλασιαστή για την πηγή H1 (στην περίπτωση αυτή η τιμή είναι 2.)



Σχήμα 1.22: Παράδειγμα κυκλώματος πηγής ρεύματος που εξαρτάται από το ρεύμα που διέρχεται από την πηγή τάσης V1 από πάνω προς τα κάτω. Εδώ ήδη υπάρχει πηγή τάσης έτσι ώστε να δηλωθεί το ρεύμα και δεν χρειάζεται να εισάγουμε καινούργια με μηδενική τιμή. Βλέπουμε επίσης πως δίνουμε την τιμή του πολλαπλασιαστή για την πηγή F1 (στην περίπτωση αυτή η τιμή είναι 2.)

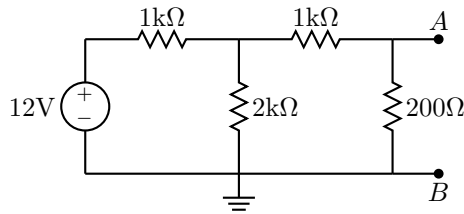
με ανοικτούς ακροδέκτες που όταν επιλύσουμε το κύκλωμα, την έχουμε σαν μέρος της ανάλυσης. Χρειαζόμαστε επίσης κάποιο ρεύμα βραχυκυκλώσεως. Στην περίπτωση αυτή, τοποθετούμε μια αντίσταση εκεί που θέλουμε το βραχυκύκλωμα με πολύ μικρή τιμή, π.χ. 1f. Η τιμή αυτή είναι πρακτικά μηδέν, άρα βραχυκύκλωμα και παρακάμπτεται ο περιορισμός του spice να μην δέχεται μηδενικές αντιστάσεις. Εναλλακτικά, μπορούμε να τοποθετήσουμε μια πηγή μηδενικής τάσης με κατάλληλη πολικότητα και το ρεύμα που θα περνά από την πηγή θα είναι το ρεύμα βραχυκυκλώσεως.

Γνωρίζοντας την τάση με ανοικτούς ακροδέκτες, V_{TH} , και το ρεύμα βραχυκυκλώσεως, I_N , μπορούμε να υπολογίσουμε την R_{TH} ή R_N από το πηλίκό τους. Η παραπάνω διαδικασία ισχύει και για εξαρτημένες πηγές.

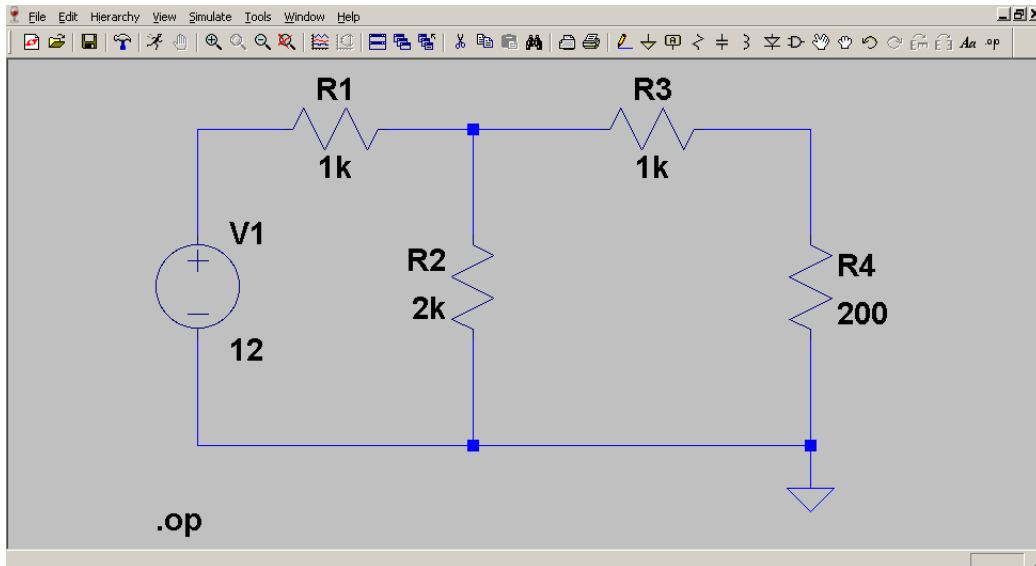
Παράδειγμα 1.3 Να ευρεθεί το ισοδύναμο Thevenin που φαίνεται από τους ακροδέκτες A, B του παρακάτω κυκλώματος στο σχ. 1.23.

Το απλό σχηματικό του κυκλώματος στο σχ. 1.23 φαίνεται στο σχ. 1.24. Η τάση V_{TH} είναι η τάση στα άκρα της 200 Ω και μια ανάλυση DC μας δίνει αμέσως ότι η τάση στα A,B είναι $V_{TH} = V_{AB} = 0.857$ V. Τοποθετώντας μια μικρή αντίσταση 1f παράλληλα στα A,B (δεν φαίνεται στο σχήμα) και ξανατρέχοντας το κύκλωμα έχουμε $I_N = I_{AB} = 0.0048$ A. Επομένως, $R_{TH} = V_{TH}/I_N = 178.5$ Ω.

Εναλλακτικά, χωρίς προσεγγίσεις, μπορούμε να βάλουμε μια πηγή μηδενικής τάσης (σχ. 1.25). Το ρεύμα που θα περάσει από τα άκρα της θα είναι το ρεύμα Norton, αλλά και χωρίς προσέγγιση. $I_N = I_{AB} = 0.0048$ A και $R_{TH} = V_{TH}/I_N = 178.5$ Ω όπως και πριν.



Σχήμα 1.23: Απλό κύκλωμα προς εύρεση ισοδύναμου Thevenin.



Σχήμα 1.24: Το σχηματικό του κυκλώματος στο σχ. 1.23. Η τάση V_{TH} είναι η τάση στα άκρα της 200 Ω και μια ανάλυση DC μας τη δίνει αμέσως.

Και τέλος, υπάρχει και ένας τρίτος τρόπος. Μπορούμε να τοποθετήσουμε μια πηγή ρεύματος 1 A στους ακροδέκτες A,B έτσι ώστε το ρεύμα να εισέρχεται στον κόμβο A (σχ. 1.26). Εάν το κύκλωμα αριστερά το δούμε σαν ισοδύναμο Thevenin, τότε θα έχουμε $V_{AB} = IR_{TH} + V_{TH}$. Οπότε, $R_{TH} = V_{AB} - V_{TH}$ για $I = 1$ A. Την V_{TH} την υπολογίσαμε προηγουμένως ενώ την V_{AB} την βλέπουμε τώρα. Άρα, μπορούμε να υπολογίσουμε την R_{TH} . Για το παράδειγμά μας, $V_{AB} = 179.429$ V, $V_{TH} = 0.857$ V και, χωρίς προσεγγίσεις, $R_{TH} = 179.429 - 0.857 = 178.572$ Ω .

Επιλέγουμε τον τρόπο που μας βολεύει.

Το ίδιο πρόβλημα με octave:

```
% thevi.m
V=12; R1=1e3; R2=2e3; R3=1e3; R4=200;
Vo=(12/R1)/(1/R1+1/R2+1/(R3+R4))
Vth=R4*Vo/(R3+R4)
Ro=(R1*R2/(R1+R2))+R3;
Rth=Ro*R4/(Ro+R4)
Pmax=Vth^2/(4*Rth)

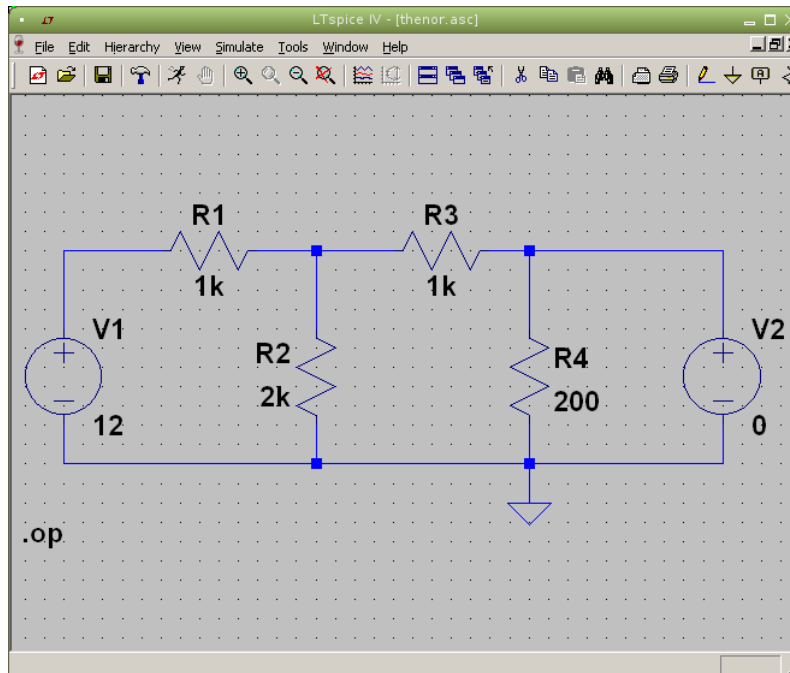
Vo = 5.1429
Vth = 0.85714
Rth = 178.57
Pmax = 0.0010286
```

Στην πρώτη γραμμή δίνουμε τα στοιχεία. Με κομβική ανάλυση το κύκλωμα έχει έναν μόνον κόμβο, τον V_o , μεταξύ των τριών αντιστάσεων R_1, R_2, R_3 . Από την εξίσωση

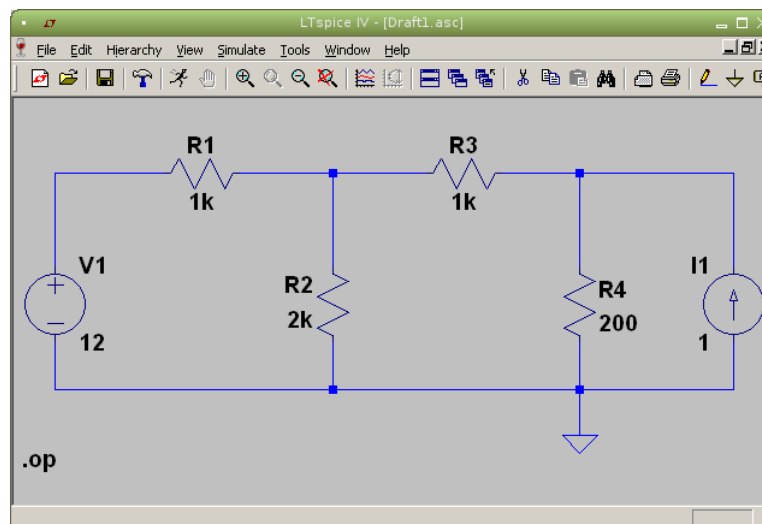
$$\frac{V_o - 12}{R_1} + \frac{V_o}{R_2} + \frac{V_o}{R_3 + R_4} = 0$$

υπολογίζουμε την τιμή V_o από όπου με έναν διαιρέτη τάσης έχουμε την $V_{TH} = 0.85714$ V. Για την R_{TH} , «σβήνουμε» την πηγή τάσης με ένα βραχυκύκλωμα και η αντίσταση που «φαίνεται» από τα A,B είναι

$$R_{TH} = \left((R_1 \parallel R_2) + R_3 \right) \parallel R_4 = 178.57 \Omega$$



Σχήμα 1.25: Το σχηματικό του κυκλώματος στο σχ. 1.23 με προσθήκη μιας πηγής μηδενικής τάσης στα A,B.



Σχήμα 1.26: Το σχηματικό του κυκλώματος στο σχ. 1.23 με προσθήκη μιας πηγής ρεύματος στα A,B.

Τελικά, αν θέλαμε και τη μέγιστη μεταφορά ισχύος, αυτή θα ήταν

$$P_{\max} = \frac{V_{TH}^2}{4R_{TH}} = 1.0286 \text{ mW}$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Εργαστηριακές ασκήσεις συνεχούς ρεύματος

Επισκόπηση σειράς εργαστηριακών ασκήσεων συνεχούς ρεύματος.

2.1 Μέτρηση αντίστασης, τάσης και ρεύματος με πολύμετρο

2.1.1 Ψηφιακό πολύμετρο

Το πολύμετρο είναι το πρώτο «εργαλείο» που χρησιμοποιούμε για να κάνουμε ανάλυση σε ένα κύκλωμα.

Στο σχ. 2.1 διακρίνουμε τα τρία βασικά του μέρη.



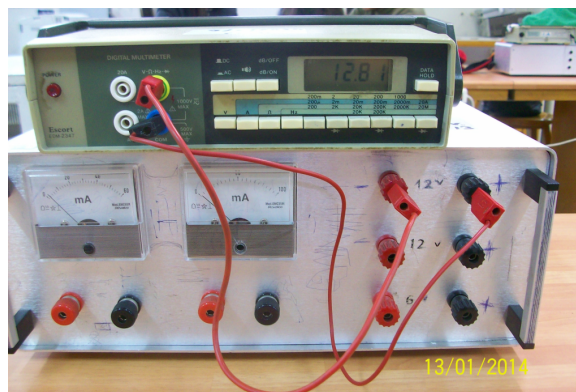
Σχήμα 2.1: Τυπικό ψηφιακό πολύμετρο.

Μέτρηση τάσης

Μπορούμε να μετρήσουμε την τάση π.χ. μιας κοινής AA μπαταρίας (σχ. 2.2). Το μαύρο probe στο COM και το κόκκινο στο HzVΩ. Πιέζουμε τους ακροδέκτες στα δυο άκρα της μπαταρίας και βλέπουμε την τάση της. Κόκκινος ακροδέκτης στο (+) της μπαταρίας και μαύρος στο (-) θα δείξει θετική τιμή στην οθόνη. Το (-) του οργάνου είναι πάντα το COM και το (+) ο άλλος ακροδέκτης. Εάν το (+) του οργάνου είναι συνδεδεμένο σε σημείο στο κύκλωμα που βρίσκεται σε υψηλότερο δυναμικό από το (-) η ένδειξη του οργάνου θα είναι θετική. Στην αντίθετη περίπτωση θα είναι αρνητική.

Εναλλαγή των ακροδεκτών στους πόλους της μπαταρίας θα αλλάξει το πρόσημο στην οθόνη. Εάν η τάση του στοιχείου που μετράμε είναι εκτός κλίμακος η οθόνη θα δείξει την τιμή «1» στην πιο αριστερή θέση, επομένως χρειάζεται να επιλέξουμε την σωστή κλίμακα. Τα rixel στη πιο αριστερή θέση σε πολλά πολύμετρα έχουν την ικανότητα να δείξουν μόνο το «1» που σημαίνει ότι εάν π.χ. η κλίμακα του οργάνου δείχνει μέχρι 20V το εύρος τιμών είναι από 0 έως 19.99.

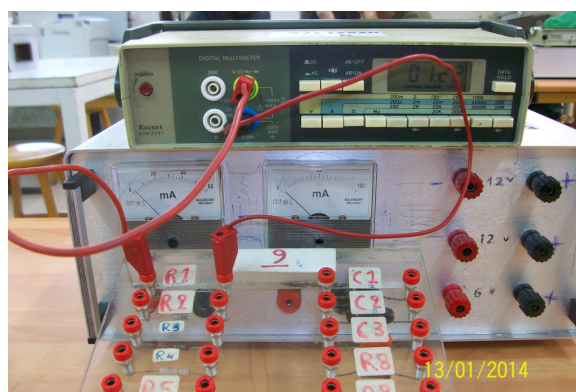
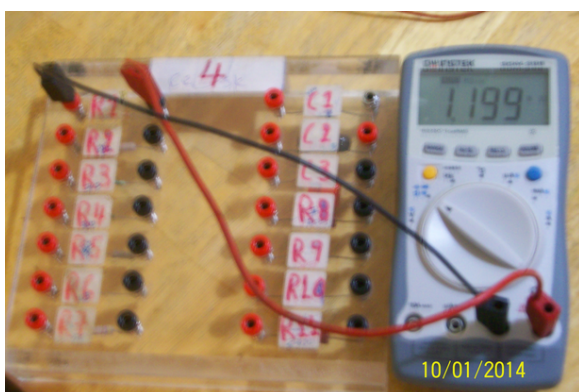
Υπάρχει και η δυνατότητα μέτρησης εναλλασσομένου π.χ. από μια γεννήτρια συχνοτήτων με χαμηλή τάση. Πάντα όμως χρησιμοποιείτε μεγάλη προσοχή και προφύλαξη για μετρήσεις από το δίκτυο.



Σχήμα 2.2: Μέτρηση τάσης μιας κοινής AA μπαταρίας, επάνω και μέτρηση τάσης πηγής συνεχούς (εσωτερική μπαταρία σε αλουμινένιο κουτί) κάτω, με το πολύμετρο του εργαστηρίου Ηλεκτροτεχνίας. Στη δεύτερη περίπτωση μετρούμε τάση 12.81 V και παρατηρούμε από την πολικότητα των probes του οργάνου ότι κάποιος ασκούμενος σπουδαστής έχει λανθασμένα σημειώσει με στυλό την πολικότητα της πηγής στο κουτί.

Μέτρηση αντίστασης

Μπορούμε να μετρήσουμε μεμονωμένη αντίσταση σε πλακέτα αντιστάσεων που έχουμε στο εργαστήριο αν φέρουμε σε επαφή τα probes στα άκρα της (σχ. 2.3).



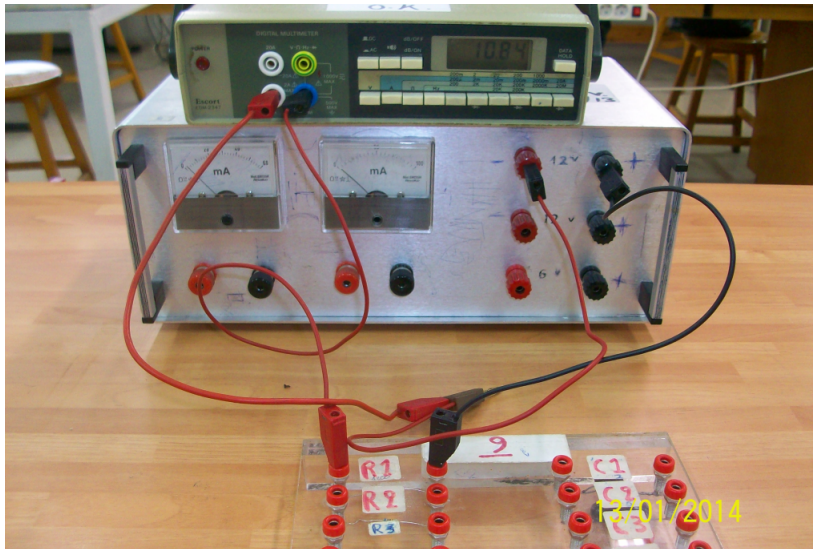
Σχήμα 2.3: Μέτρηση μεμονωμένης αντίστασης με το φορητό πολύμετρο καθώς και με το πολύμετρο του εργαστηρίου. Το φορητό πολύμετρο μας δείχνει άμεσα αν πρόκειται για Ω ή $k\Omega$ ενώ στο επιτραπέζιο πρέπει να επιλέξουμε την κατάλληλη κλίμακα.

Η λέξη κλειδί εδώ είναι «μεμονωμένη». Αν η αντίσταση είναι μέρος κάποιου κυκλώματος θα μετρήσουμε την ισοδύναμη αντίσταση που φαίνεται από τα άκρα της. Φυσικά, δεν πρέπει η αντίσταση που μετράμε να διαρρέεται από κάποιο ρεύμα δηλ. δεν πρέπει να έχουμε πηγές ενεργές στο κύκλωμα.

Μέτρηση ρεύματος

Στη μέτρηση τάσης τα probes του οργάνου τα φέρνουμε σε επαφή με τα άκρα του στοιχείου που θέλουμε να μετρήσουμε την τάση στα άκρα του. Σύνδεση παράλληλη. Στη μέτρηση ρεύματος θέλουμε να μετρήσουμε το ρεύμα που διαρρέει κάποιο στοιχείο. Άρα «κόβουμε» το κύκλωμα π.χ. στο ένα άκρο του και παρεμβάλλουμε «εν σειρά» το αμπερόμετρο το οποίο τώρα διαρρέεται από το ίδιο ρεύμα που διαρρέει και το στοιχείο που μας ενδιαφέρει. Αν το ρεύμα έχει πολικότητα τέτοια έτσι ώστε να εισέρχεται στο θετικό probe του οργάνου τότε η ένδειξη στην οθόνη θα είναι θετική. Αλλιώς, η ένδειξη θα είναι αρνητική. Με τον τρόπο αυτό προσδιορίζουμε την πολικότητα του ρεύματος που μετράμε.

Η χρήση του πολύμετρου σαν αμπερόμετρο θέλει ιδιαίτερη προσοχή. Αν τοποθετηθεί παράλληλα, λόγω της μικρής εσωτερικής αντίστασης που διαθέτει, σημαίνει ότι βραχυκυκλώνουμε τα δυο σημεία που έρχονται σε επαφή με τους ακροδέκτες. Αποτέλεσμα είναι να διέλθει μεγάλο ρεύμα μέσα από το αμπερόμετρο, να κάψει την εσωτερική του ασφάλεια και να το αχρηστεύσει.



Σχήμα 2.4: Μέτρηση ρεύματος. Διακόπτουμε το κύκλωμα σε ένα από τα άκρα του στοιχείου που θέλουμε να μετρήσουμε το ρεύμα που το διαρρέει και παρεμβάλλουμε σε σειρά το αμπερόμετρο.

Μέτρηση συνέχειας

Συχνά χρειάζεται να ελέγξουμε αν υπάρχει αντίσταση μεταξύ δυο σημείων σε κάποιον αγωγό ή στοιχείο. Χρησιμοποιούμε τότε το πολύμετρο στη επιλογή «συνέχειας». Αν υπάρχει κάποια αντίσταση (συνέχεια) θα ακουστεί ένας ήχος από το όργανο. Αν δεν υπάρχει συνέχεια σημαίνει ότι το κύκλωμα είναι ανοικτό (αγωγός «κομμένος») και δεν ακούγεται ήχος.

Παρατηρήσεις

Σε όλες τις μετρήσεις που κάνουμε με οποιοδήποτε όργανο θα υπάρχει πάντα κάποιο σφάλμα που οφείλεται στο ίδιο το όργανο (μην ξεχνάμε ότι κανένα όργανο δεν έχει άπειρη ακρίβεια) αλλά και στο ίδιο το στοιχείο που μετράμε, συμπεριλαμβανομένου και του άμεσου περιβάλλοντος.

Οι αντιστάσεις π.χ. σύμφωνα με τον χρωματικό κώδικα έχουν κάποια ονομαστική τιμή καθώς και μια % ανοχή. Αυτό σημαίνει ότι αν η ονομαστική τιμή είναι π.χ. 300Ω με ανοχή 5% η πραγματική τιμή R θα βρίσκεται στο διάστημα $300 - 300 \cdot 0.05 \leq R \leq 300 + 300 \cdot 0.05 = 285\Omega \leq R \leq 315 \Omega$. Η αντίσταση επίσης θερμαίνεται όταν διαρρέεται από ρεύμα και η τιμή της μεταβάλλεται με τη θερμοκρασία. Μην περιμένουμε λοιπόν μια αντίσταση να διατηρεί σταθερή την τιμή της καθόλη τη διάρκεια ενός πειράματος ειδικά όταν διαρρέεται από μεγάλο ρεύμα. Παίρνουμε πάντα μέτρηση πριν αρχίσουμε κάποιο πείραμα και επαναλαμβάνουμε αν χρειάζεται στα ενδιάμεσα.

Τα όργανα επίσης έχουν και αυτά τη δική τους ανοχή που συνήθως παρέχεται από τον κατασκευαστή στα έγγραφα που το συνοδεύουν. Με τη χρήση βέβαια, ειδικά σε περιβάλλον όπου υπάρχουν πολλοί χρήστες και πολύχρονη χρήση, επέρχονται αλλοιώσεις που μεγαλώνουν την ανοχή. Γιαυτό χρειάζεται προσοχή στη χρήση καθώς και τακτικός έλεγχος και συντήρηση από εξειδικευμένο προσωπικό.

Επαναλαμβάνεται ότι οι τιμές όλων των στοιχείων, πηγών και αντιστάσεων μετρούνται πάντα πριν αρχίσουμε κάποιο πείραμα και επαναλαμβάνεται η μέτρηση, αν χρειάζεται, στα ενδιάμεσα. Αναγράφεται επίσης στο τετράδιο εργαστηρίου που σημειώνουμε τις μετρήσεις μας, η ημέρα και ώρα που εκτελέστηκε η άσκηση, καθώς και ο αύξων αριθμός κάθε οργάνου και πλακέτας που χρησιμοποιούμε. Οι πληροφορίες αυτές αναγράφονται στην αναφορά κάθε εργαστηριακής άσκησης μαζί με τις μετρήσεις έτσι ώστε να υπάρχει πλήρης, διάφανη και επαναλήψιμη περιγραφή όλης της διαδικασίας. Τονίζεται ότι η παραπάνω διαδικασία ακολουθείται παγκοσμίως σε όλα τα έγκυρα εργαστήρια στη βιομηχανία και ερευνητικά κέντρα και είναι αυτό που ξεχωρίζει την ποιότητα της δουλειάς που κάνετε.

Συνιστάται επίσης ο θεωρητικός υπολογισμός των διαφόρων τάσεων και ρευμάτων σε ένα κύκλωμα παράλληλα με τις μετρήσεις έτσι ώστε να εντοπίζονται σφάλματα στα όργανα και να φαίνεται ότι καταλαβαίνουμε τι μετράμε. Έτσι κι αλλιώς όλες οι μετρήσεις γίνονται για να επιβεβαιώσουμε θεωρητικούς υπολογισμούς που βασίζονται σε κάποιους φυσικούς νόμους. Ο θεωρητικός υπολογισμός βασίζεται συνήθως στους κανόνες Kirchhoff και μπορεί να γίνει με κομπιουτεράκι, ή και με τις εφαρμογές octave ή LTspice.

2.2 Συνδεσμολογία αντιστάσεων

Σε δικτύωματα αντιστάσεων που υπάρχουν σε κυκλώματα διακρίνουμε τις εξής συνδεσμολογίες αντιστάσεων: σειρά, παράλληλη, αστέρα-τρίγωνο και μεικτή. Εάν οι αντιστάσεις είναι σε σειρά, η ισοδύναμη είναι το άθροισμά τους. Εάν οι αντιστάσεις είναι παράλληλες, η ισοδύναμη $R_{ολ}$ υπολογίζεται από τη σχέση

$$\frac{1}{R_{ολ}} = \frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \dots + \frac{1}{R_n}$$

Για μεικτή συνδεσμολογία μπορούμε, ίσως, να εφαρμόσουμε μετασχηματισμό αστέρα-τρίγωνο καθώς και συνδυασμό των παραπάνω.

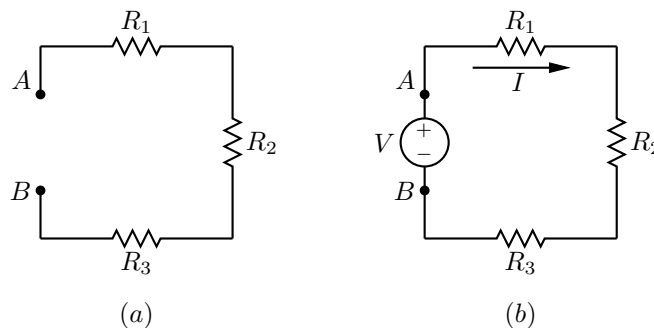
Στο εργαστήριο απλώς συνδέουμε τα probes του πολυμέτρου, στην κατάλληλη κλίμακα για μέτρηση αντίστασης και διαβάζουμε το αποτέλεσμα αφού πρώτα βεβαιωθούμε ότι το κύκλωμα είναι ανενεργό (πηγές σβηστές).

Με το LTspice φτιάχνουμε το σχηματικό του δικτύωματος αντιστάσεων και ξεχωρίζουμε τους ακροδέκτες που θέλουμε να μετρήσουμε την αντίσταση. Η εφαρμογή δεν υπολογίζει αντιστάσεις, μόνο τάσεις και ρεύματα. Τοποθετούμε επομένως στο σχηματικό, μεταξύ των δυο ακροδεκτών που ξεχωρίσαμε, μια πηγή τάσης γνωστής τιμής, π.χ. 1 Volt, εξομοιώνουμε το κύκλωμα και διαβάζουμε το μέτρο του ρεύματος I που διέρχεται από την πηγή. Σύμφωνα με τον νόμο του Ohm η ισοδύναμη αντίσταση θα είναι τότε $R = 1/I$.

2.2.1 Συνδεσμολογία εν σειρά

Έστω το εν σειρά δικτύωμα τριών αντιστάσεων στο παρακάτω κύκλωμα (a) με μετρούμενες τιμές $R_1 = 1.193 \text{ k}\Omega$, $R_2 = 677 \Omega$ και $R_3 = 549 \Omega$. Προφανώς: $R_{ολ} = R_1 + R_2 + R_3 = 2419 \Omega$. Εάν τοποθετήσουμε μια πηγή τάσης 12.17 V το ρεύμα που θα διαρρέει το βρόγχο θα είναι:

$$I = \frac{12.17}{2419} = 0.005031 \text{ A} = 5.031 \text{ mA}$$



Σχήμα 2.5: Συνδεσμολογία σειράς

Μια επιβεβαίωση με το LTspice είναι απλή. Στο σχ. 2.6, σχηματικό (a), βλέπουμε ότι το ρεύμα στο βρόγχο είναι $I = 4.13394 \times 10^{-4} \text{ A}$ οπότε $R_{ολ} = 1/I = 2419 \Omega$. Στο σχηματικό (b) απλώς αλλάζουμε την τιμή της πηγής τάσης σε 12.17 V και βλέπουμε ότι το ρεύμα που διαρρέει το βρόγχο είναι 0.005031 A. Τιμές ίδιες με αυτές που υπολογίσαμε.

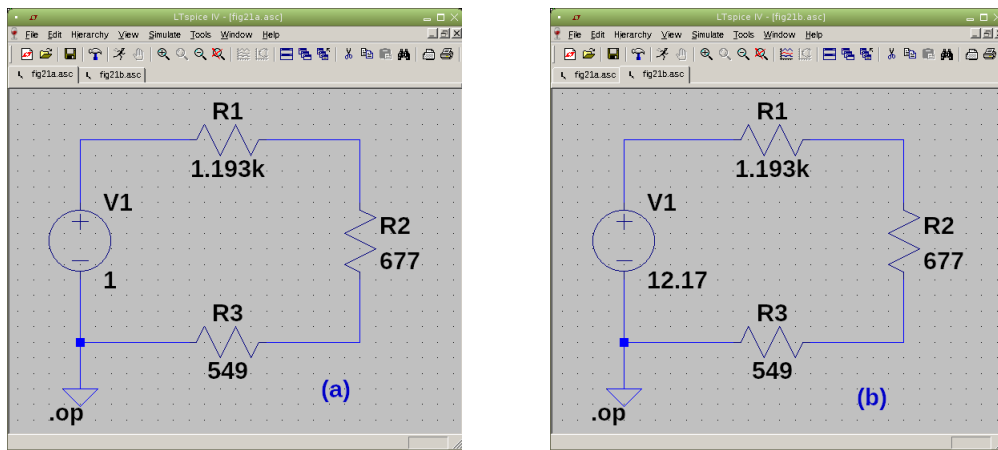
2.2.2 Συνδεσμολογία παράλληλη

Έστω το παράλληλο δικτύωμα τριών αντιστάσεων στο παρακάτω κύκλωμα (a) με μετρούμενες τιμές $R_4 = 331 \Omega$, $R_5 = 215 \Omega$ και $R_6 = 121 \Omega$. Προφανώς:

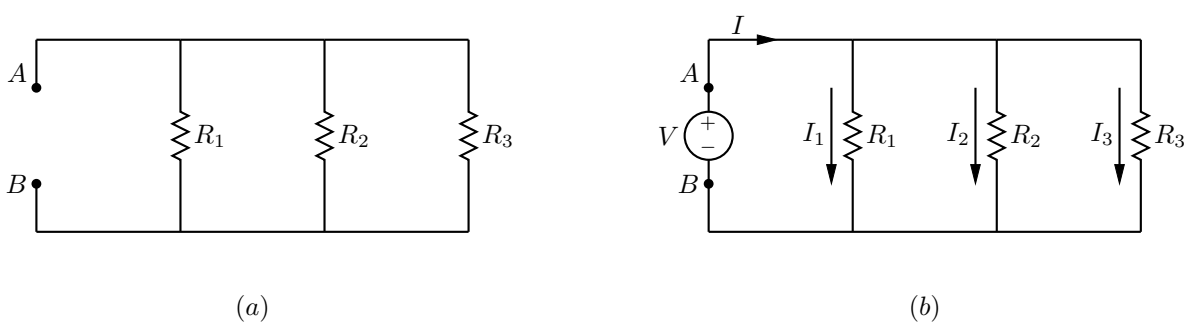
$$R_{ολ} = \frac{1}{\frac{1}{R_4} + \frac{1}{R_5} + \frac{1}{R_6}} = 62.748 \Omega$$

Εάν τοποθετήσουμε μια πηγή τάσης 12.17 V το ολικό και τα επιμέρους ρεύματα θα είναι:

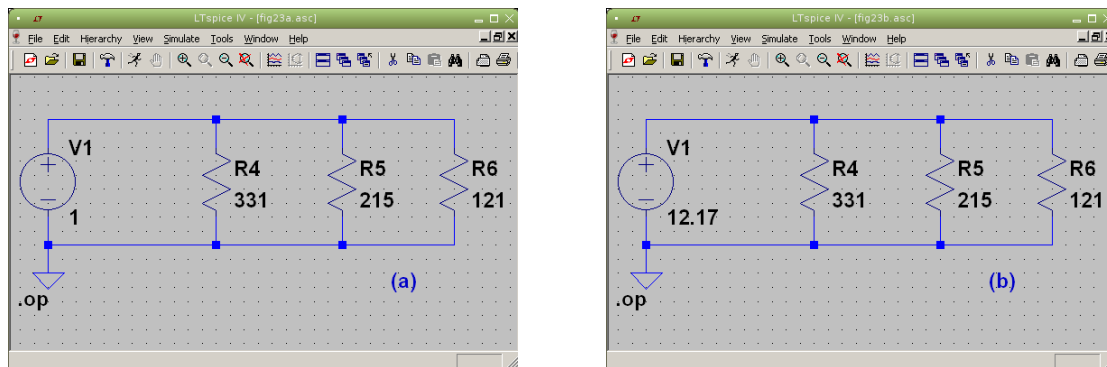
$$I = \frac{12.17}{62.748} = 0.1939 \text{ A} \quad I_4 = \frac{12.17}{331} = 0.0368 \text{ A} \quad I_5 = \frac{12.17}{215} = 0.0567 \text{ A} \quad I_6 = \frac{12.17}{121} = 0.1006 \text{ A}$$



Σχήμα 2.6: Συνδεσμολογία σειράς - σχηματικά LTspice



Σχήμα 2.7: Συνδεσμολογία παράλληλη



Σχήμα 2.8: Συνδεσμολογία παράλληλη - σχηματικά LTspice

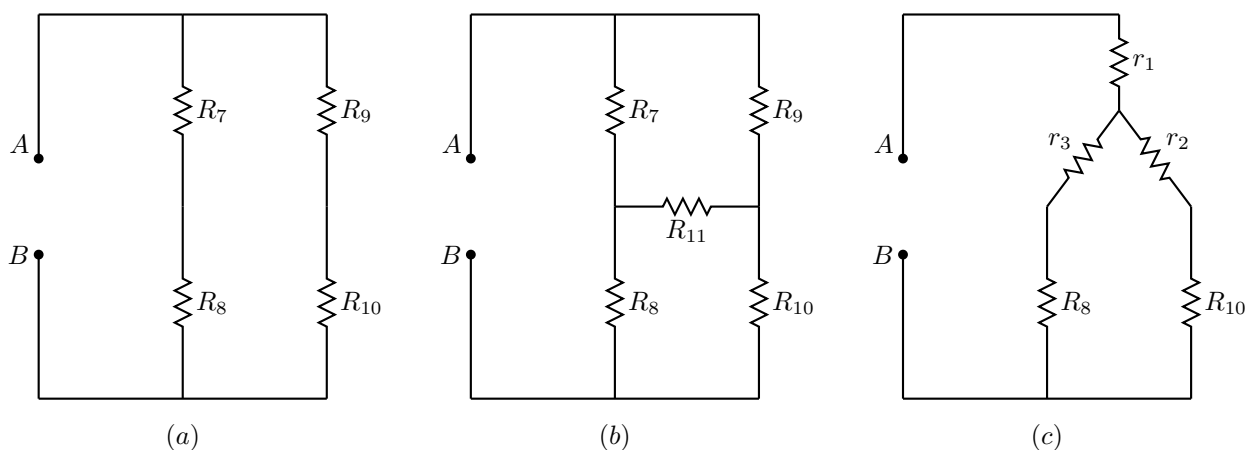
Μια επιβεβαίωση με το LTspice είναι απλή. Στο σχηματικό (a), σχ. 2.8, βλέπουμε ότι το ολικό ρεύμα είναι $I = 0.0159368 \text{ A}$ οπότε $R_{\text{ολ}} = 1/I = 62.748 \Omega$. Στο σχηματικό (b) απλώς αλλάζουμε την τιμή της πηγής τάσης σε 12.17 V και βλέπουμε ότι το ολικό ρεύμα είναι 0.1939 A και τα επιμέρους 0.0368 A, 0.0566 A, 0.1006 A αντίστοιχα, τιμές ίδιες με αυτές που υπολογίσαμε.

2.2.3 Συνδεσμολογία μεικτή

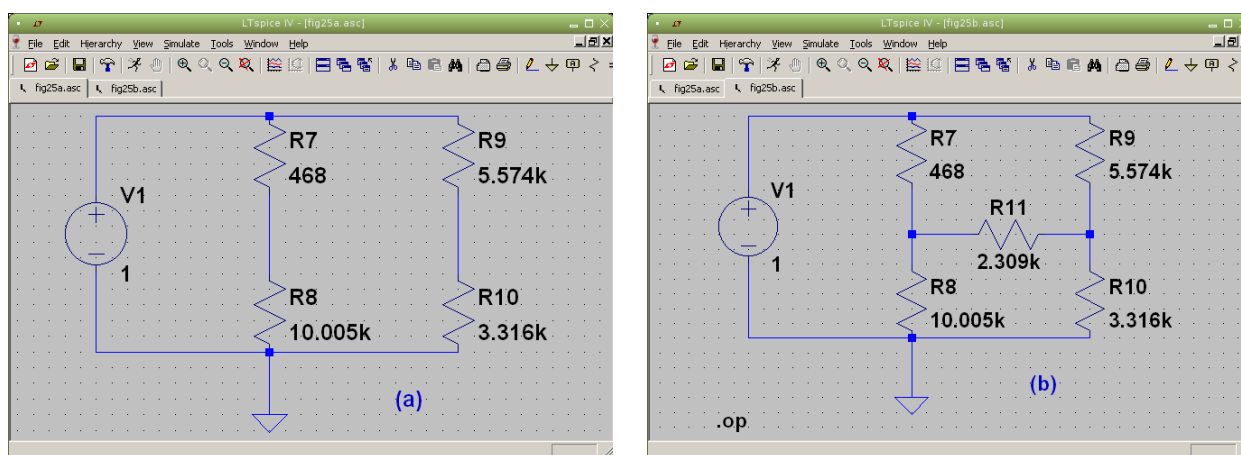
Στο σχ. 2.9 βλέπουμε δυο παραδείγματα μεικτής συνδεσμολογίας (a), (b) με τιμές αντιστάσεων:

R_7 [Ω]	R_8 [k Ω]	R_9 [k Ω]	R_{10} [k Ω]	R_{11} [k Ω]
468	10.005	5.574	3.316	2.309

Για το πρώτο δικτύωμα (a) η ολική αντίσταση είναι $R_{\text{ολ}} = (R_7 + R_8) \parallel (R_9 + R_{10}) = 4808.4 \Omega$.



Σχήμα 2.9: Συνδεσμολογία μεικτή



Σχήμα 2.10: Συνδεσμολογία μεικτή - σχηματικά LTspice

Στο δεύτερο δίκτυωμα πρέπει πρώτα να κάνουμε απλοποιήσεις. Μπορούμε να διακρίνουμε στο κύκλωμα διάφορους συνδυασμούς αστέρα-τριγώνου. Επιλέγουμε να μετατρέψουμε το τρίγωνο $R_7R_9R_{11}$ σε αστέρα (σχ. 2.9(c)):

$$r_1 = \frac{R_7R_9}{R_7 + R_9 + R_{11}} = 312.37 \Omega \quad r_2 = \frac{R_9R_{11}}{R_7 + R_9 + R_{11}} = 1541.2 \Omega \quad r_3 = \frac{R_{11}R_7}{R_7 + R_9 + R_{11}} = 129.4 \Omega$$

Οπότε:

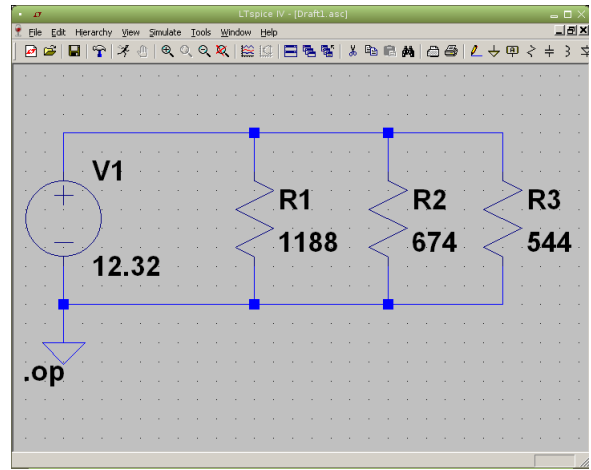
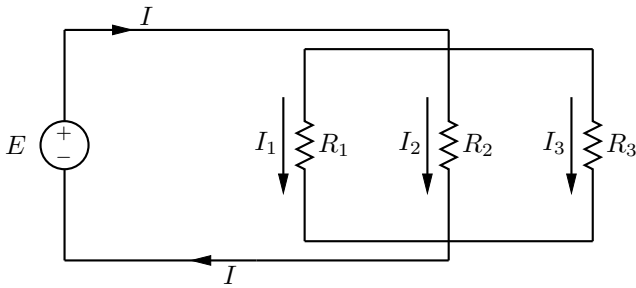
$$R_{\text{ολ}} = r_1 + \left((r_3 + R_8) \parallel (r_2 + R_{10}) \right) = 3595.9 \Omega$$

Στην επιβεβαίωση με το LTspice στο σχηματικό (a) βλέπουμε ότι το ολικό ρεύμα είναι $I = 2.0797 \times 10^{-4}$ A οπότε $R_{\text{ολ}} = 1/I = 4808.4 \Omega$. Στο σχηματικό (b) το ολικό ρεύμα είναι $I = 2.7810 \times 10^{-4}$ A οπότε $R_{\text{ολ}} = 1/I = 3595.9 \Omega$, τιμές ίδιες με αυτές που ήδη υπολογίσαμε.

2.3 Κανόνες Kirchhoff

Επιβεβαιώνουμε τους κανόνες ρευμάτων και τάσεων του Kirchhoff σε τέσσερα κυκλώματα. Χρησιμοποιούμε συνολικά δυο πηγές τάσης και οκτώ αντιστάσεις των οποίων οι τιμές μετρήθηκαν στην αρχή του πειράματος ότι είναι:

E_1 [V]	E_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]	R_7 [Ω]	R_8 [Ω]
12.32	6.22	1188	674	544	330	214	120	466	10010



Σχήμα 2.11: Κανόνας ρευμάτων του Kirchhoff. Ολικό ρεύμα I ίσον με το άθροισμα των επιμέρους I_1, I_2, I_3 . Αριστερά το κύκλωμα και δεξιά το σχηματικό LTspice για τον κανόνα ρευμάτων.

2.3.1 Κανόνας ρευμάτων

Ο υπολογισμός είναι απλός. Και οι τρεις αντιστάσεις έχουν κοινή τάση στα άκρα την $E = 12.32 \text{ V}$ οπότε τα επιμέρους ρεύματα ευρίσκονται από τον νόμο του Ohm και το ολικό ρεύμα από τον άθροισμά τους σύμφωνα με τον κανόνα ρευμάτων Kirchhoff στον επάνω κόμβο. Ο παρακάτω πίνακας παραθέτει τον υπολογισμό, την εξομοίωση με LTspice καθώς και τις μετρήσεις.

	I [mA]	I_1 [mA]	I_2 [mA]	I_3 [mA]	$I_1 + I_2 + I_3$ [mA]
υπολογισμός	51.3	10.4	18.3	22.6	51.3
LTspice	51.3	10.4	18.3	22.6	51.3
μέτρηση	50.8	10.3	18.1	22.5	50.8

Παρατηρούμε ότι «υπολογισμός» και «LTspice» ταυτίζονται. Οι μετρήσεις παρουσιάζουν μια μικρή απόκλιση με μέγιστη τιμή 0.5 mA που αντιστοιχεί σε σφάλμα της τάξεως του 1% ($0.5 \cdot 100/50$) τιμή λογική για την ποιότητα των οργάνων και στοιχείων που χρησιμοποιούμε. Επιβεβαιώνεται έτσι ο κανόνας ρευμάτων με αυτήν την ακρίβεια.

2.3.2 Κανόνας τάσεων

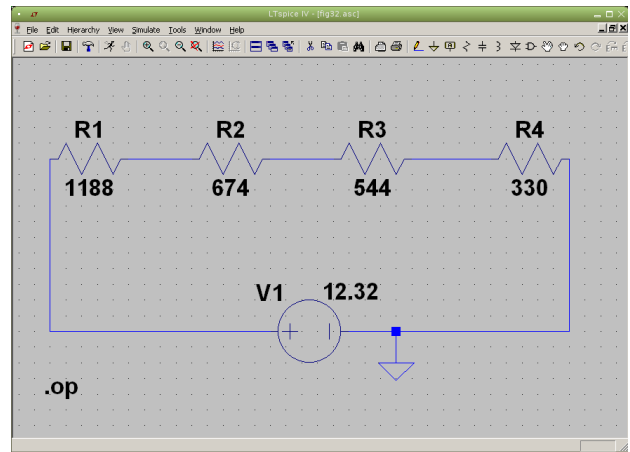
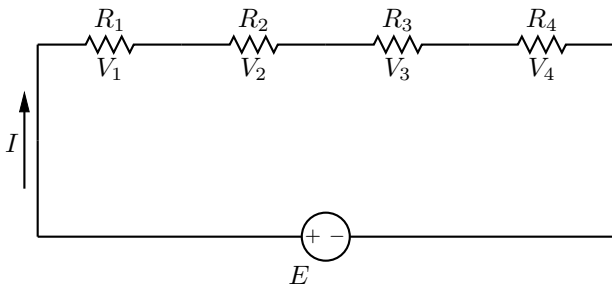
Για τον κανόνα τάσεων του Kirchhoff (σχ. 2.12) έχουμε τέσσερις αντιστάσεις στη σειρά, με μια πηγή τάσης σε ένα βρόγχο. Ο υπολογισμός είναι απλός. Η ισοδύναμη αντίσταση είναι το άθροισμα των επιμέρους και με ένα νόμο Ohm έχουμε το ρεύμα βρόγχου. Οι επιμέρους τάσεις σε κάθε αντίσταση βρίσκονται πάλι με νόμο του Ohm.

Παρατηρούμε ότι «υπολογισμός» και «LTspice» ταυτίζονται. Οι μετρήσεις παρουσιάζουν μια μικρή απόκλιση με μέγιστη τιμή 0.02 V που αντιστοιχεί σε σφάλμα της τάξεως του 0.4% ($0.02 \cdot 100/5.349$) τιμή λογική για την ποιότητα των οργάνων και στοιχείων που χρησιμοποιούμε. Επιβεβαιώνεται έτσι ο κανόνας τάσεων, ότι το αλγεβρικό άθροισμα είναι μηδέν με αυτήν την ακρίβεια.

	E [V]	V_1 [V]	V_2 [V]	V_3 [V]	V_4 [V]	$\sum_{i=1}^4 V_i$ [V]
υπολογισμός	12.3	5.349	3.035	2.450	1.486	12.32
LTspice	12.3	5.349	3.035	2.450	1.486	12.32
μέτρηση	12.3	5.33	3.03	2.45	1.48	12.3

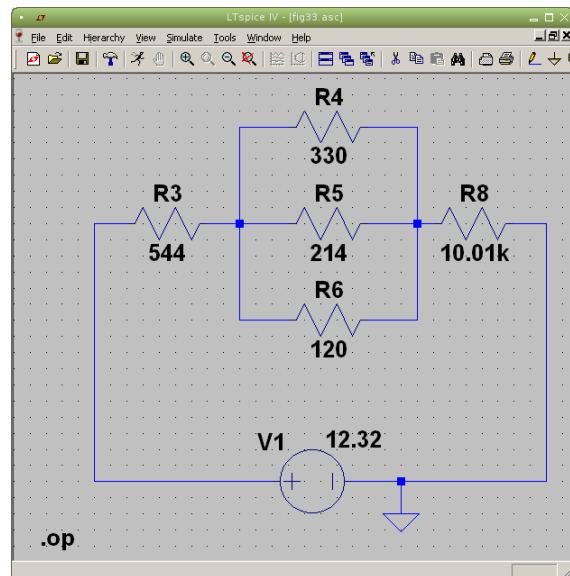
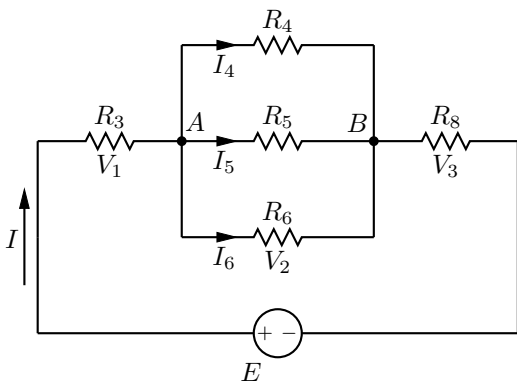
2.3.3 Συνδυασμός 1

Στο κύκλωμα του σχ. 2.13 έχουμε συνδυασμό των δυο προηγούμενων. Οι παράλληλες αντιστάσεις R_4, R_5, R_6 μπορούν να αντικατασταθούν με μια ισοδύναμη και τότε έχουμε κύκλωμα ενός βρόγχου. Υπολογίζοντας το ρεύμα βρόγχου μπορούμε



Σχήμα 2.12: Κανόνες τάσεων του Kirchhoff. Αλγεβρικό άθροισμα των τάσεων στο βρόγχο είναι μηδέν. Αριστερά το κύκλωμα και δεξιά το σχηματικό LTspice.

να υπολογίσουμε τις τάσεις V_1, V_2, V_3 . Η κοινή τάση στις τρεις παράλληλες αντιστάσεις είναι $V_2 = V_{AB}$ και υπολογίζονται εύκολα και τα ρεύματα I_4, I_5, I_6 με απλή εφαρμογή νόμου Ohm.



Σχήμα 2.13: Συνδυασμός και των δυο κανόνων Kirchhoff. Αριστερά το κύκλωμα και δεξιά το σχηματικό LTspice.

Οι μετρήσεις και υπολογισμοί για τα ρεύματα είναι:

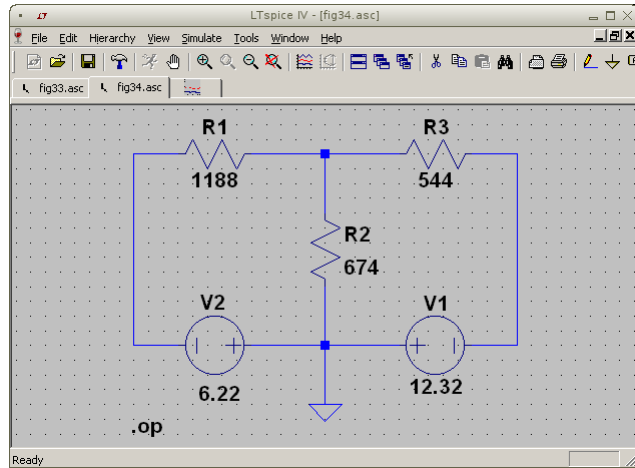
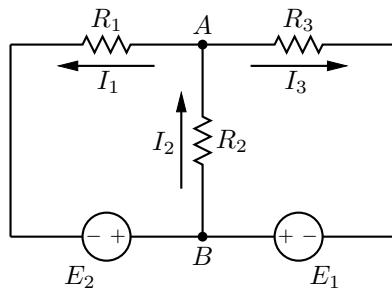
	I [mA]	I_4 [mA]	I_5 [mA]	I_6 [mA]	$I_4 + I_5 + I_6$ [mA]
υπολογισμός	1.16	0.22	0.34	0.60	1.16
LTspice	1.16	0.22	0.34	0.60	1.16
μέτρηση	1.15	0.21	0.33	0.59	1.13

Οι μετρήσεις και υπολογισμοί για τις τάσεις είναι:

	E [V]	V_1 [V]	V_2 [V]	V_3 [V]	$V_1 + V_2 + V_3$ [V]
υπολογισμός	12.3	0.631	0.072	11.6	12.3
LTspice	12.3	0.631	0.072	11.6	12.3
μέτρηση	12.3	0.632	0.072	11.6	12.3

2.3.4 Συνδυασμός 2

Το κλασικό παράδειγμα δυο βρόγχων για εφαρμογή κανόνων Kirchhoff.



Σχήμα 2.14: Συνδυασμός δυο βρόγχων για τους δυο κανόνες Kirchhoff. Αριστερά το κύκλωμα και δεξιά το σχηματικό LTspice.

	I_1 [mA]	I_2 [mA]	I_3 [mA]	$I_1 + I_3$ [mA]
υπολογισμός	-0.40	9.94	10.34	9.94
LTspice	-0.40	9.93	10.34	9.94
μέτρηση	-0.38	9.84	10.22	9.84

Υπολογισμός με κλαδικά ρεύματα

Έχουμε τρεις αγνώστους, τα τρία κλαδικά ρεύματα, άρα θα χρειαστούμε τρεις ανεξάρτητες εξισώσεις. Εφαρμόζουμε τον κανόνα τάσεων του Kirchhoff στους δύο ελάχιστους βρόχους που βλέπουμε. Έχουμε:

$$I_1 R_1 + I_2 R_2 = E_2 \quad \text{και} \quad I_2 R_2 + I_3 R_3 = E_1$$

Εφαρμόζουμε επίσης τον κανόνα των ρευμάτων του Kirchhoff στον επάνω κόμβο: $I_2 = I_1 + I_3$ Έχουμε δηλ. ένα σύστημα τρίτης τάξης και χρησιμοποιούμε την μέθοδο αντικατάστασης

$$\left. \begin{aligned} I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\ I_1 R_1 + I_2 R_2 &= E_2 \\ I_2 R_2 + I_3 R_3 &= E_1 \end{aligned} \right\} \Rightarrow \left. \begin{aligned} I_1 - I_2 + I_3 &= 0 \\ I_1 &= (E_2 - I_2 R_2)/R_1 \\ I_3 &= (E_1 - I_2 R_2)/R_3 \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\frac{E_2 - I_2 R_2}{R_1} - I_2 + \frac{E_1 - I_2 R_2}{R_3} = 0 \Rightarrow I_2 \left(1 + \frac{R_2}{R_1} + \frac{R_2}{R_3} \right) = \left(\frac{E_2}{R_1} + \frac{E_1}{R_3} \right) \Rightarrow$$

$$I_1 = -0.401 \text{ mA}, \quad I_2 = 9.936 \text{ mA}, \quad I_3 = 10.337 \text{ mA}$$

Το octave βοηθά στους παραπάνω υπολογισμούς:

```
% Συνδυασμός 2 - τελικές πράξεις
E1=12.32; E2=6.22; R1=1188; R2=674; R3=544;
I2 = (E2/R1+E1/R3)/(1+R2/R1+R2/R3)
I1=(E2-I2*R2)/R1
I3=(E1-I2*R2)/R3

% Επίλυση του συστήματος 3ης τάξης απευθείας
A=[1 -1 1; R1 R2 0; 0 R2 R3]
b=[0; E2; E1]
I=inv(A)*b

% Αποτελέσματα
```

```

I2 = 0.0099357
I1 = -4.0125e-04
I3 = 0.010337
A =
    1    -1    1
 1188  674    0
    0    674  544
b =
 0.00000
 6.22000
12.32000
I =
-4.0125e-04
 9.9357e-03
 1.0337e-02
    
```

Υπολογισμός με κομβική ανάλυση

Στη μέθοδο κομβικής ανάλυσης ορίζουμε την κοινή τάση V_{AB} των τριών κλάδων σαν V και εκφράζουμε τα τρία κλαδικά ρεύματα συναρτήσει αυτής της τάσης. Έχουμε:

$$I_1 - I_2 + I_3 = 0 \Rightarrow \frac{V - (-E_2)}{R_1} - \frac{(-V)}{R_2} + \frac{V - (-E_1)}{R_3} = 0 \Rightarrow \frac{V + E_2}{R_1} + \frac{V}{R_2} + \frac{V + E_1}{R_3} = 0 \Rightarrow$$

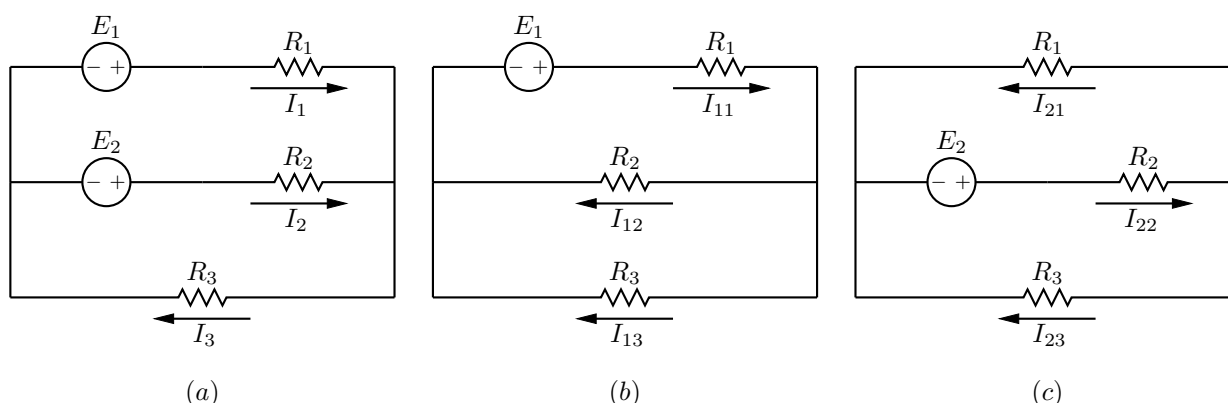
$$V \left(\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3} \right) = - \left(\frac{E_2}{R_1} + \frac{E_1}{R_3} \right) \Rightarrow$$

$$V = -6.697 \text{ V} \quad I_1 = -0.401 \text{ mA} \quad I_2 = 9.936 \text{ mA} \quad I_3 = 10.337 \text{ mA}$$

2.4 Θεώρημα Υπέρθωσης/Επαλληλίας

Το σημαντικότερο θεώρημα στην ανάλυση γραμμικών κυκλωμάτων. Έστω γραμμικό κύκλωμα με N ανεξάρτητες πηγές τάσης ή ρεύματος. «Σβήνουμε» τις $N - 1$. Οι τάσεις και τα ρεύματα στα υπόλοιπα στοιχεία του κυκλώματος οφείλονται μόνο στην «αναμμένη» πηγή και συνήθως είναι πιο απλή η εύρεσή τους. Τα υπολογίζουμε. «Σβήνουμε» διαδοχικά την αναμμένη πηγή και ανάβουμε κάποια άλλη υπολογίζοντας πάλι τις τάσεις και τα ρεύματα στα υπόλοιπα στοιχεία του κυκλώματος. Συνεχίζουμε μέχρις ότου εξαντλήσουμε τη συνεισφορά από όλες τις N πηγές. Το αλγεβρικό άθροισμα των επιμέρους τάσεων και ρευμάτων για κάθε στοιχείο θα είναι η τάση και το ρεύμα που θα είχε το στοιχείο αν όλες οι πηγές ήταν ενεργές.

Εφαρμόζουμε το θεώρημα στο παρακάτω κύκλωμα του σχ. 2.15a

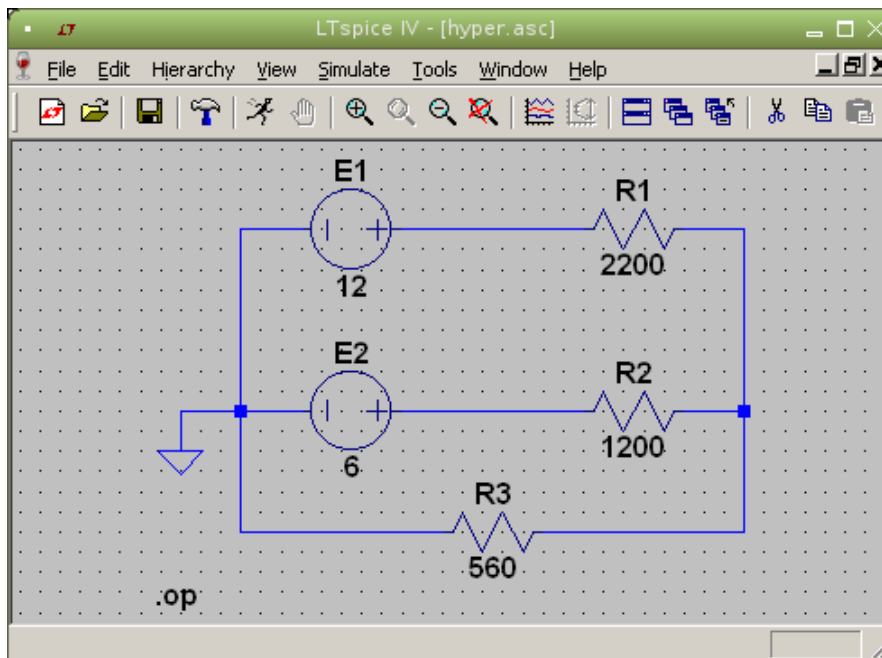


Σχήμα 2.15: Στο (a) έχουμε δυο πηγές ενεργές. Στο (b) μόνο η E_1 είναι ενεργή ενώ στο (c) μόνο η E_2 είναι ενεργή. Παρατηρήστε τα ρεύματα και τις φορές τους.

με τιμές στοιχείων:

E_1 [V]	E_2 [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]
12	6	2200	1200	560

2.4.1 Εξομοίωση με LTspice



Σχήμα 2.16: Το LTspice σχηματικό για το κύκλωμα (α). Οι απαντήσεις είναι ακριβώς ίδιες με αυτές που υπολογίσαμε αναλυτικά. Εύκολα μπορεί να γίνει προσθαφαίρεση πηγών και να εξομοιωθούν και οι άλλες δυο περιπτώσεις.

Υπολογισμός κυκλώματος (α) - E_1, E_2 ενεργές

Με κομβική ανάλυση θεωρούμε την κοινή τάση V μεταξύ των δυο κόμβων στον κύκλωμα. Επιλέγουμε αυθαίρετα το θετικό άκρο να είναι στον δεξιό κόμβο και το αρνητικό στον αριστερό. Έχουμε τότε

$$I_1 + I_2 = I_3 \Rightarrow \frac{E_1 - V}{R_1} + \frac{E_2 - V}{R_2} = \frac{V}{R_3} \Rightarrow V = \frac{\frac{E_1}{R_1} + \frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 3.401 \text{ V}$$

$$I_1 = 3.908 \text{ mA} \quad I_2 = 2.165 \text{ mA} \quad I_3 = 6.074 \text{ mA}$$

Υπολογισμός κυκλώματος (β) - E_1 ενεργή

Έχουμε:

$$I_{11} = I_{12} + I_{13} \Rightarrow \frac{E_1 - V}{R_1} = \frac{V}{R_2} + \frac{V}{R_3} \Rightarrow V = \frac{\frac{E_1}{R_1}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 1.775 \text{ V}$$

$$I_{11} = 4.648 \text{ mA} \quad I_{12} = 1.479 \text{ mA} \quad I_{13} = 3.169 \text{ mA}$$

Υπολογισμός κυκλώματος (γ) - E_2 ενεργή

Έχουμε:

$$I_{22} = I_{21} + I_{23} \Rightarrow \frac{E_2 - V}{R_2} = \frac{V}{R_1} + \frac{V}{R_3} \Rightarrow V = \frac{\frac{E_2}{R_2}}{\frac{1}{R_1} + \frac{1}{R_2} + \frac{1}{R_3}} = 1.627 \text{ V}$$

$$I_{21} = 0.739 \text{ mA} \quad I_{22} = 3.644 \text{ mA} \quad I_{23} = 2.905 \text{ mA}$$

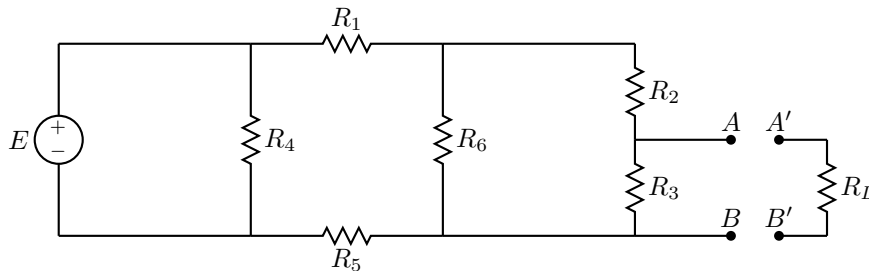
Σύνθεση αποτελεσμάτων

$$I_{11} - I_{21} = 3.908 \text{ mA} \quad -I_{12} + I_{22} = 2.165 \text{ mA} \quad I_{13} + I_{23} = 6.074 \text{ mA}$$

ίδια όπως και στην περίπτωση (a).

2.5 Θεωρήματα Thevenin και Norton

Επιβεβαιώνουμε τα θεωρήματα Thevenin και Norton στο κύκλωμα:

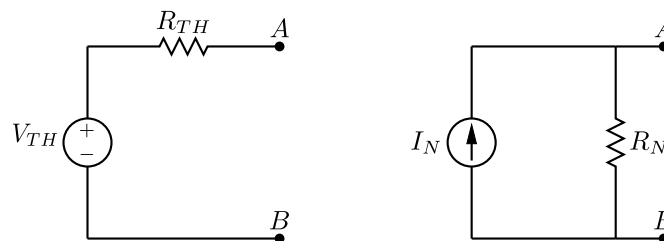


Σχήμα 2.17: Παράδειγμα κύκλωμα για εφαρμογή θεωρήματος Thevenin/Norton

όπου οι τιμές των στοιχείων μετρήθηκαν ότι είναι:

E [V]	R_1 [Ω]	R_2 [Ω]	R_3 [Ω]	R_4 [Ω]	R_5 [Ω]	R_6 [Ω]
12.32	1188	674	544	330	214	120

και θέλουμε να βρούμε τα ισοδύναμα κυκλώματα Thevenin και Norton αριστερά από τους ακροδέκτες A, B.



Σχήμα 2.18: Το ισοδύναμο Thevenin αριστερά και το ισοδύναμο Norton δεξιά.

Ο πιο απλός τρόπος θεωρητικής επίλυσης είναι με πολλαπλή εφαρμογή του θεωρήματος Thevenin.

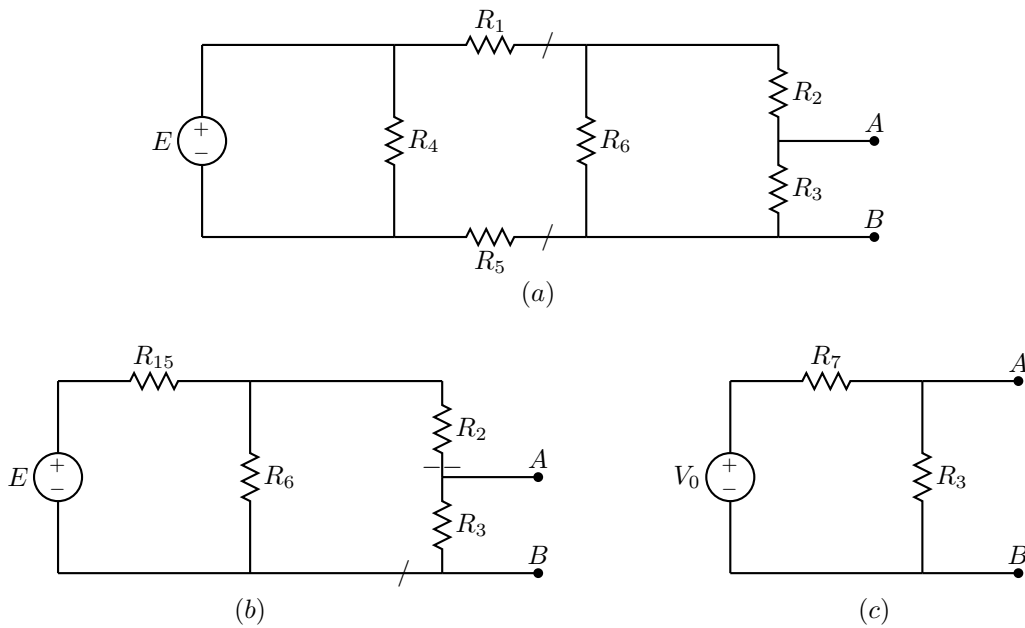
Κόβουμε το κύκλωμα στα σημεία που φαίνονται στο σχ. 2.19(a) και υπολογίζουμε το ισοδύναμο Thevenin στο αριστερό κομμάτι. Εφόσον οι αντιστάσεις R_1 , R_5 είναι στον «αέρα» δεν περνάει ρεύμα από αυτές. Η τάση με ανοικτούς ακροδέκτες είναι η τάση στα άκρα της αντίστασης R_4 που είναι η E . Άρα για αυτό το κομμάτι η τάση Thevenin είναι η E . Βραχυκυκλώνουμε την E άρα βραχυκυκλώνεται και η αντίσταση R_4 . Τα αριστερά άκρα των R_1 , R_5 ενώνονται. Η αντίσταση που φαίνεται από τους ανοικτούς ακροδέκτες είναι η $R_1 + R_5 = R_{15} = 1402 \Omega$ και αυτή είναι η αντίσταση Thevenin για αυτό το κομμάτι. Αντικαθιστούμε το ισοδύναμο που υπολογίσαμε και έχουμε το κύκλωμα (b).

Κόβουμε πάλι το κύκλωμα στα σημεία που φαίνονται στο σχ. 2.19(b) και επαναλαμβάνουμε τη διαδικασία. Η R_2 είναι στον αέρα, άρα η τάση με ανοικτούς ακροδέκτες είναι η τάση στα άκρα της R_6 . Με διαίρεση τάσης έχουμε:

$$V_0 = \frac{R_6}{R_6 + R_{15}} E = 0.971 \text{ V}$$

Η αντίσταση που φαίνεται από τους ανοικτούς ακροδέκτες εάν βραχυκυκλώσουμε την πηγή E είναι:

$$R_7 = R_2 + (R_{15} \parallel R_6) = 784.54 \Omega$$



Σχήμα 2.19: Στάδια υπολογισμών με πολλαπλή εφαρμογή θεωρήματος Thevenin.

και φθάνουμε στο σχ. 2.19(c). Η τάση που φαίνεται από τους ανοικτούς ακροδέκτες A, B είναι η ζητούμενη τάση Thevenin και είναι:

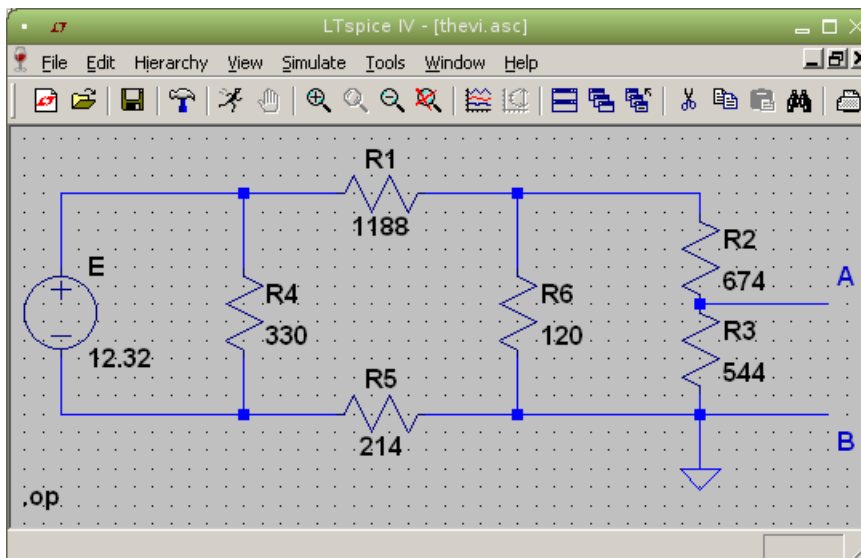
$$V_{TH} = \frac{R_3}{R_3 + R_7} V_0 = 0.3977 \text{ V}$$

και η αντίσταση που φαίνεται από τους ανοικτούς ακροδέκτες A, B είναι η ζητούμενη αντίσταση Thevenin:

$$R_{TH} = R_3 \parallel R_7 = 321.25 \Omega$$

Για το ισοδύναμο Norton $R_N = R_{TH}$ και $I_N = V_{TH}/R_{TH} = 1.238 \text{ mA}$ και η μέγιστη ισχύς

$$P_{\max} = V_{TH}^2/(4R_{TH}) = 0.123 \text{ mW}$$



Σχήμα 2.20: Το σχηματικό LTspice για το κύκλωμα Thevenin.

Προχωράμε στην επαλήθευση με LTspice. Το σχηματικό φαίνεται στο σχ. 2.20. Η τάση Thevenin είναι η τάση στον κόμβο A και είναι $V_{TH} = 0.3977 \text{ V}$. Για το ρεύμα Norton μπορούμε να τοποθετήσουμε μια σχεδόν μηδενική αντίσταση $1 \text{ f}\Omega = 1 \times 10^{-15} \Omega$ μεταξύ των A,B και ξανατρέχουμε το LTspice. Το ρεύμα που περνά από αυτήν είναι $I_N = 1.238 \text{ mA}$.

Κάνουμε τη διαίρεση και έχουμε $R_{TH} = V_{TH}/I_N = 321.25 \Omega$. Παρατηρούμε ότι οι τιμές του LTspice συμπίπτουν με τους υπολογισμούς μας.

Μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε μεταβλητό φορτίο μεταξύ των A,B και να υπολογίσουμε την μεταβλητή τάση στα άκρα του και το μεταβλητό ρεύμα που το διαρρέει και να τα απεικονίσουμε σε γραφική παράσταση. Το σχηματικό φαίνεται στο σχ. 2.22. Τοποθετούμε μια αντίσταση R_7 με τιμή $\{R\}$ μεταξύ των A,B και χρησιμοποιούμε την εντολή spice directive στο εικονίδιο τέρμα δεξιά της εργαλειοθήκης (menu) με περιεχόμενο `.step param R 1f 1000 100`. Ξεκινάμε από την τιμή 1f γιατί το LTspice δεν δέχεται μηδενική τιμή.

Τρέχοντας το LTspice χρησιμοποιούμε τα probe τάσης και ρεύματος να «μετρήσουμε» την τάση στα άκρα V(n003) και το ρεύμα I(R7) που διαρρέει το φορτίο. Μπορούμε επίσης να εισάγουμε νέα κυματομορφή με την Plot Settings → Add trace, την V(n003)*I(R7) που δεν είναι άλλη από την ισχύ. Παρατηρούμε ότι η ισχύς έχει μέγιστο για $R = R_{TH}$ και ότι είναι ίσο με 0.123 mW όπως είχαμε υπολογίσει (σχ. 2.23).

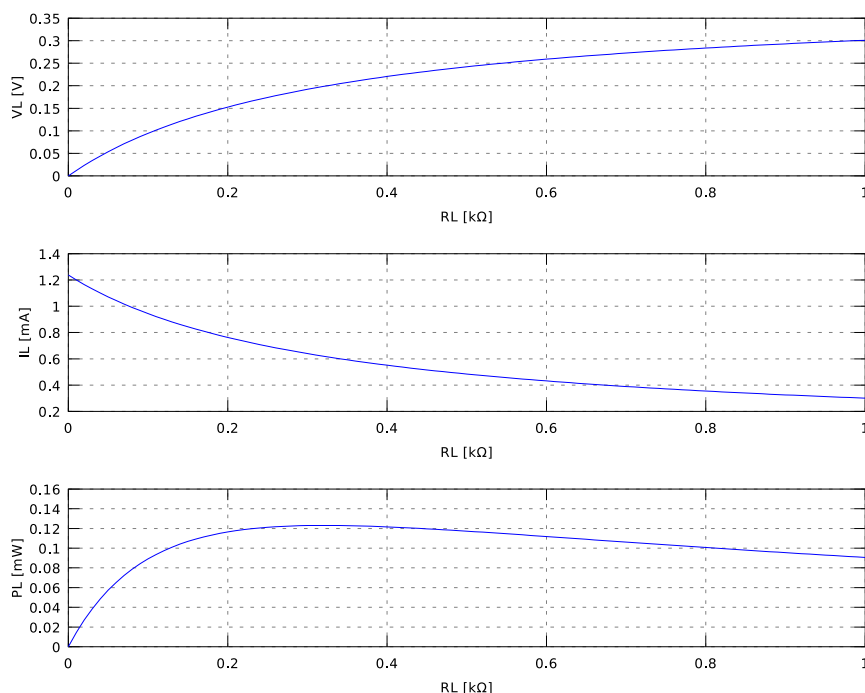
Ανεξάρτητος υπολογισμός των παραπάνω γίνεται και με το octave με τον παρακάτω απλό κώδικα.

```
% thevenin.m
E=12.32; R=[1188 674 544 330 214 120];
R15=R(1)+R(5)
V0=R(6)*E/(R(6)+R15)
R7=R(2)+1/(1/R15+1/R(6))
Vth=R(3)*V0/(R(3)+R7)
Rth=1/(1/R(3)+1/R7)
In=Vth/Rth
Pmax=Vth^2/(4*Rth)

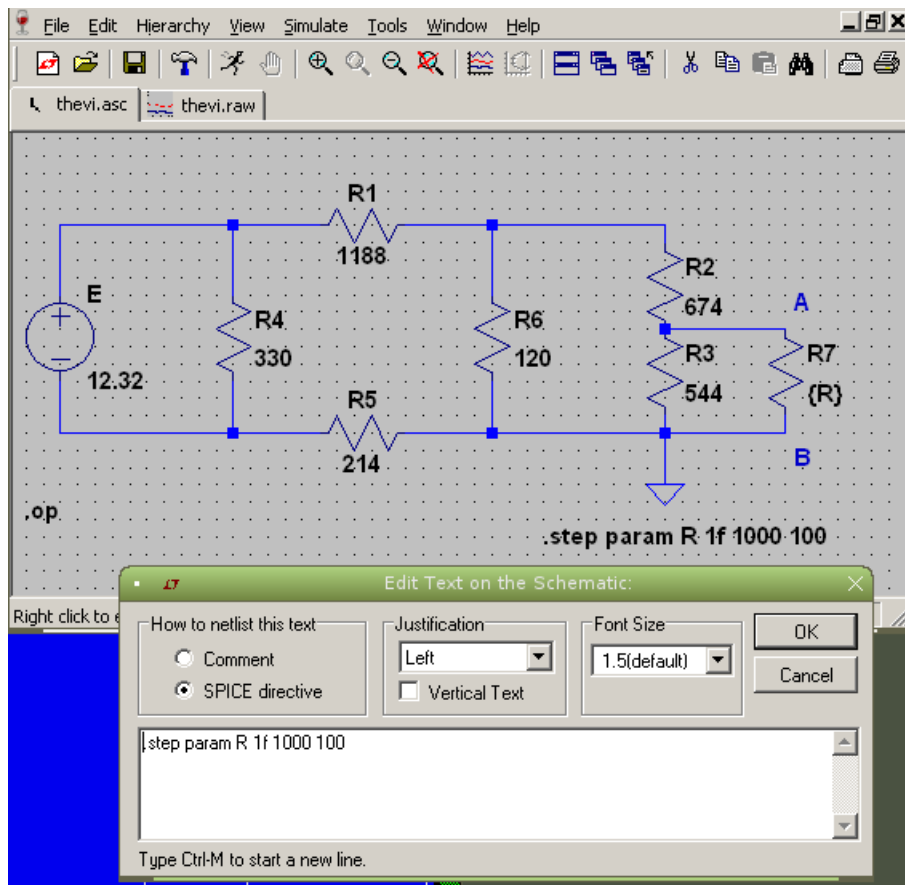
% μεταβλητό φορτίο RL

RL=0:10:1000;
VL=(RL./(RL+Rth))*Vth;
IL=Vth./(RL+Rth);
PL=VL.*IL;
subplot(311); plot(RL*1e-3,VL); grid; xlabel('RL [kΩ]'); ylabel('VL [V]');
subplot(312); plot(RL*1e-3,IL*1e3); grid; xlabel('RL [kΩ]'); ylabel('IL [mA]');
subplot(313); plot(RL*1e-3,PL*1e3); grid; xlabel('RL [kΩ]'); ylabel('PL [mW]');
```

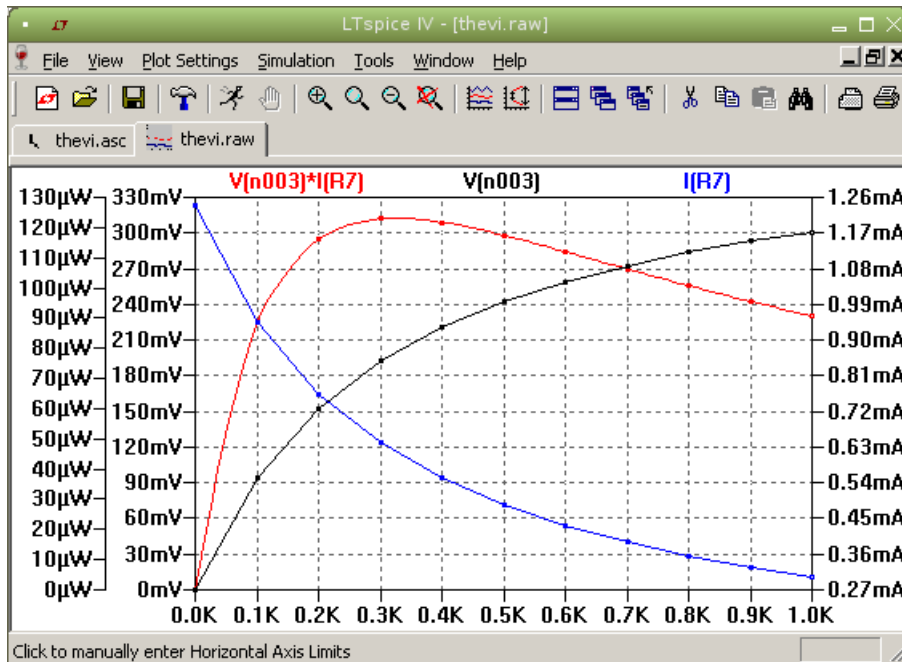
Υπολογίζονται επίσης και οι γραφικές τάσης, ρεύματος και ισχύος (σχ. 2.21) και συγκρίνονται με αυτές που έγιναν με το LTspice.



Σχήμα 2.21: Γραφικές τάσης, ρεύματος και ισχύος συναρτήσεων του μεταβλητού φορτίου R_L .



Σχήμα 2.22: Χρήση μεταβλητού φορτίου.



Σχήμα 2.23: Τάση, ρεύμα και ισχύς για το μεταβλητό φορτίο.

ΑΣΚΗΣΗ 3

Εργαστηριακές ασκήσεις εναλλασσομένου ρεύματος

Επισκόπηση σειράς εργαστηριακών ασκήσεων εναλλασσομένου ρεύματος.

3.1 Παλμογράφος - Εισαγωγικά

Ο παλμογράφος είναι όργανο μέτρησης, με την ικανότητα να εμφανίζει για ανάλυση κυματομορφές τάσης συναρτήσει του χρόνου στην οθόνη του. Η τάση μπορεί να είναι συνεχής ή εναλλασσομένη με συχνότητες από περίπου 1 Hz μέχρι μερικά MHz για την πιο χαμηλή κατηγορία οργάνου, μέχρι μερικά GHz για τις ανώτερες κατηγορίες. Η οριζόντια κατεύθυνση στην οθόνη παριστά τον χρόνο και η κατακόρυφη την τάση.



Σχήμα 3.1: Παράδειγμα βασικού παλμογράφου HAMEG 205-3 που βασίζεται σε καθοδικό σωλήνα. Έχει δυνατότητα ταυτόχρονης απεικόνισης δυο σημάτων τάσης (κανάλι I και II).

Οι παλαιότεροι παλμογράφοι¹ βασίζονται σε καθοδικό σωλήνα (όπως και οι παλαιότερες τηλεοράσεις). Ένα θερμαινόμενο σύρμα παράγει ηλεκτρόνια τα οποία κατευθύνονται και εστιάζονται κατάλληλα σε δέσμη που πέφτει σε φθορίζουσα οθόνη. Με τη δράση καταλλήλων ηλεκτρικών πεδίων η δέσμη κινείται και αφήνει στην οθόνη κινούμενο φωτεινό ίχνος. Ο σκανδαλισμός (triggering) γίνεται συνήθως με πριονωτή τάση κατάλληλης συχνότητας, από εσωτερικά κυκλώματα του παλμογράφου, έτσι ώστε να «ξεδιπλώνεται» η κυματομορφή τάσης που εξετάζουμε στο χρόνο και να φαίνεται «ακίνητη». Οι νεώτεροι παλμογράφοι είναι ψηφιακοί και βασίζονται σε κυκλώματα δειγματοληψίας (data acquisition) των σημάτων τάσης προς ανάλυση. Αυτό τους δίνει περισσότερες δυνατότητες επεξεργασίας, αποθήκευσης και παρουσίασης δεδομένων. Υπάρχουν ακόμα ψηφιακοί παλμογράφοι σε μέγεθος ενός πακέτου τσιγάρων που συνδέονται μέσω π.χ. USB με υπολογιστή και χρησιμοποιούν την οθόνη του (τυπικό παράδειγμα ο myDAQ της National Instruments - βλ. www.ni.com/mydaq). Η λειτουργικότητα ελέγχεται με κατάλληλο λογισμικό.

Το ξεκίνημα με τον παλμογράφο HAMEG 205-3 ακολουθεί την διαδικασία:

- Λειτουργία XY απενεργοποιημένη.
- Απενεργοποιημένο το storage ή το Component Tester.

¹π.χ. HAMEG 205-3 με εγχειρίδιο κατασκευαστή διαθέσιμο από www.hameg.com

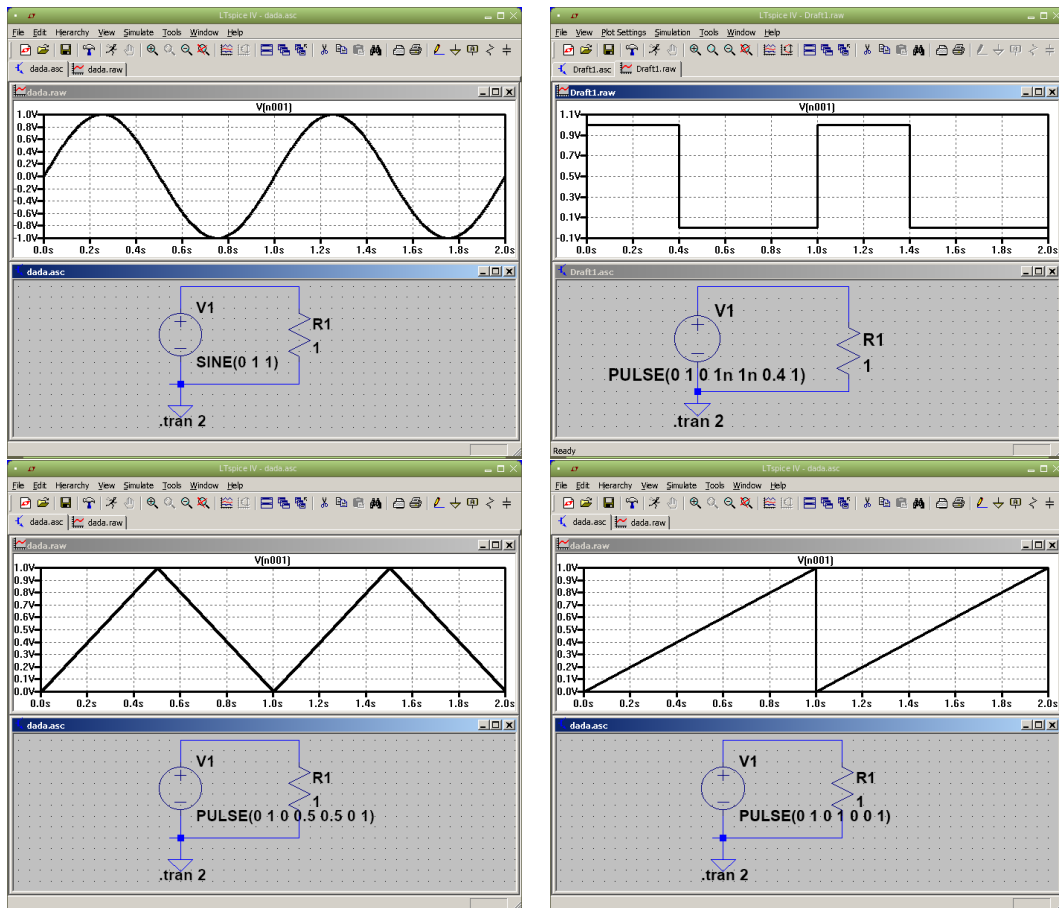
- X-POS, Y-POS, σε μέση θέση.
- INTENS (Φωτεινότητα) - σε μέση θέση.
- AC/DC/GND στο GND αρχικά και στη συνέχεια στο DC για να δούμε την εικόνα του σήματος που εφαρμόζουμε στο κάθε κανάλι. Με AC βλέπουμε μόνο την εναλλασσόμενη συνιστώσα - η συνεχής DC φιλτράρεται εκτός.
- Για σκανδαλισμό (trigger) επιλέγουμε AT και σύζευξη AC.
- Προσοχή: Καμιά άλλη ειδική ρύθμιση.

Για μετρήσεις, η διαδικασία είναι:

- Επιλογή καναλιού CHI/II, DUAL.
- Επιλογή κατακόρυφης κλίμακας βαθμολογίας.
- Επιλογή οριζόντιας κλίμακας βαθμολογίας.
- Τα κουμπιά μικρομετρικής μεταβολής βαθμολογίας να είναι στη θέση Cal.
- Μετακίνηση της θέσης των κυματομορφών ώστε να μπορούμε να μετρήσουμε.

3.2 Μέτρηση τάσης, συχνότητας και διαφοράς φάσης

Η συνηθισμένη μορφή του εναλλασσόμενου ρεύματος είναι η ημιτονική αλλά μπορεί να έχουμε και τριγωνικούς ή τετραγωνικούς παλμούς ή και άλλη περιοδική μορφή. Η λέξη κλειδί είναι η «περιοδική» μορφή. Αυτό σημαίνει ότι η κυματομορφή επαναλαμβάνεται μετά από χρονικό διάστημα μιας περιόδου T . Στην οθόνη του παλμογράφου φαίνεται η περίοδος και μπορούμε να εντοπίσουμε π.χ. ένα συγκεκριμένο σημείο και να μετρήσουμε με το πλέγμα, μετά από πόσο χρονικό διάστημα επαναλαμβάνεται. Αυτή είναι η περίοδος και η συχνότητα $f = 1/T$ είναι το αντιστρόφιο της. Στο σχ. 3.2 φαίνονται 4 διαφορετικές μορφές εναλλασσόμενου ρεύματος καθώς και οι εντολές LTspice που τις παράγουν. Στο εργαστήριο μπορείτε να δείτε τις ίδιες μορφές στον παλμογράφο συνδέοντας μια γεννήτρια συχνοτήτων.

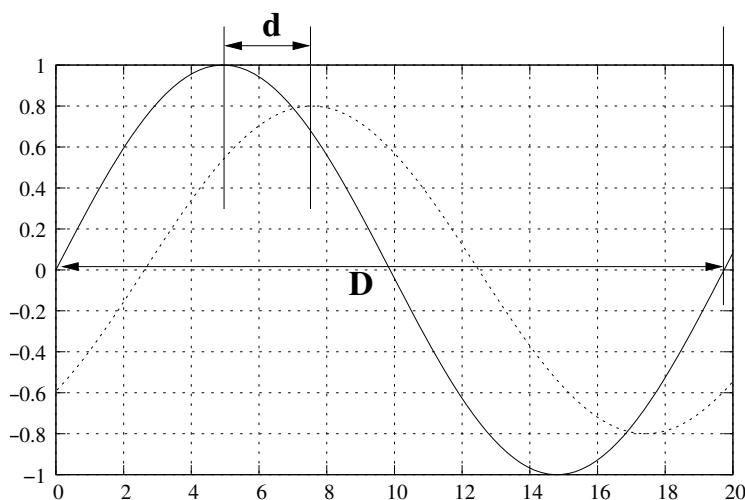


Σχήμα 3.2: Παράδειγμα ημιτονικής τάσης, τετραγωνικών και τριγωνικών παλμών καθώς και πριονωτής τάσης. Η περίοδος και το πλάτος της τάσης διακρίνεται ξεκάθαρα για κάθε κυματομορφή.

Εάν έχουμε ημιτονική τάση το πλάτος V_0 της τάσης είναι από το μηδέν μέχρι τη μέγιστη τιμή της. Στον παλμογράφο είναι πιο εύκολο να μετρήσουμε την απόσταση ελαχίστου - μεγίστου ή peak-to-peak, V_{pp} . Το πλάτος είναι τότε $V_0 = V_{pp}/2$. Γνωρίζουμε επίσης ότι ένα πολύμετρο δείχνει την rms τιμή. Για το ημιτονικό σήμα η rms τιμή $V_{rms} = V_0/\sqrt{2} = V_{pp}/(2\sqrt{2})$.

Η αναλυτική μορφή μιας ημιτονικής τάσης είναι $V_0 \sin(\omega t + \phi)$, όπου V_0 το πλάτος, $\omega = 2\pi f$ η κυκλική συχνότητα και ϕ η φάση. Διαφορά φάσης σημαίνει ότι έχουμε δυο ημιτονικές κυματομορφές, ίδιας συχνότητας, $V_1 \sin(\omega t + \phi_1)$, $V_2 \sin(\omega t + \phi_2)$ και θέλουμε την διαφορά $\phi_1 - \phi_2$. Τις δυο κυματομορφές τις συνδέουμε στα κανάλια CH I και CH II του παλμογράφου και βλέπουμε μια εικόνα παρόμοια με αυτή στο σχ. 3.3. Αγνοώντας την διαφορά πλάτους, εντοπίζουμε ένα σημείο, π.χ. το μέγιστο της κυματομορφής I, και κοιτάζουμε την απόσταση από το αντίστοιχο μέγιστο της κυματομορφής II, d . Η απόσταση αυτή αντιστοιχεί στη διαφορά φάσης που θέλουμε, αλλά σε μονάδες χρόνου. Εάν θέλουμε τη διαφορά σε μοίρες, ξέρουμε ότι μια πλήρης περιστροφή από 360° αντιστοιχεί σε μια κοινή περίοδο T (ή D στο σχήμα). Οπότε

$$\phi_1 - \phi_2 = 360 \frac{d}{D}$$



Σχήμα 3.3: Απόσταση d η απόσταση μεταξύ δυο μεγίστων. Απόσταση D η κοινή περίοδος.

Στα παρακάτω εμβαθύνουμε λίγο σε περαιτέρω δυνατότητες του LTspice.

3.3 LTspice και εναλλασσόμενο - Ημιτονικό σήμα

3.3.1 LTspice - εσωτερικό σήμα και ανάλυση

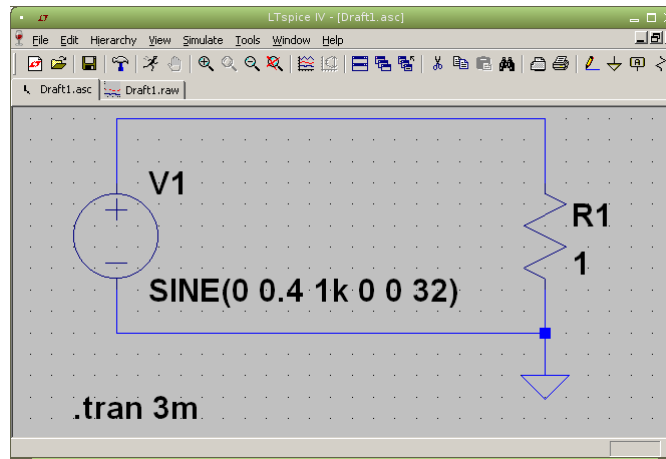
Εκτός από ανάλυση κυκλωμάτων στο συνεχές το LTspice μπορεί να κάνει και μεταβατική (Transient) ανάλυση που μας επιτρέπει να δούμε εναλλασσόμενες κυματομορφές όπως στον παλμογράφο. Το πιο απλό κύκλωμα που μπορούμε να σχεδιάσουμε είναι μια πηγή τάσης με μια αντίσταση 1Ω (σχ. 3.4). Η τάση στα άκρα της αντίστασης είναι ίδια με την τάση στα άκρα της πηγής. Για να δηλώσουμε τιμή για την πηγή πάμε στην Advanced επιλογή και συμπληρώνουμε τη φόρμα με τις παραμέτρους που θέλουμε. Στο σχ. 3.5 αριστερά φαίνονται π.χ. οι επιλογές για τάση

$$v(t) = 0.4 \sin(2\pi ft + 32^\circ) \quad \text{με} \quad f = 1 \text{ kHz}$$

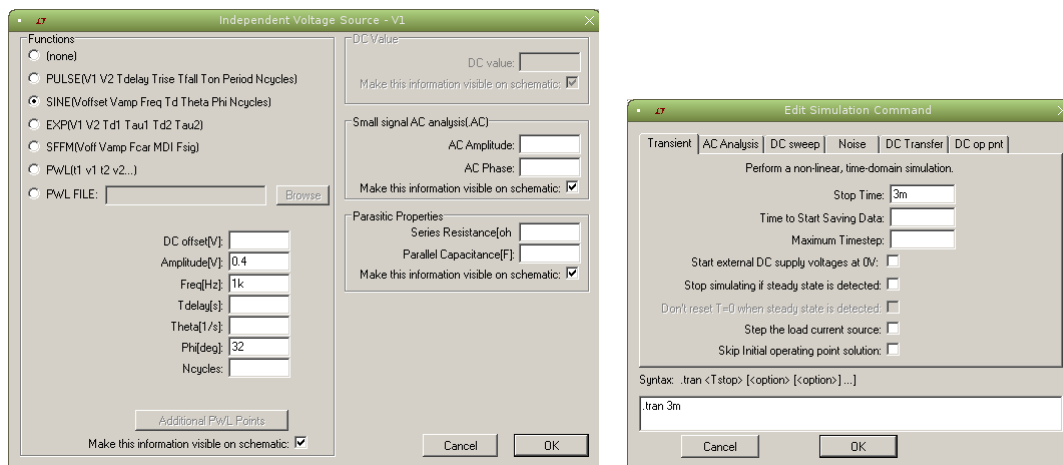
Για ανάλυση επιλέγουμε την Transient και συμπληρώνουμε την αντίστοιχη φόρμα (σχ. 3.5 δεξιά). Για το παρών κύκλωμα αρκεί να δώσουμε τιμή Stop Time 3 ms.

Τρέχοντας την ανάλυση το πρόγραμμα περιμένει από μας να τοποθετήσουμε probe τάσης ή ρεύματος σε κάποιο σημείο στο κύκλωμα. Τοποθετούμε το probe τάσης στο επάνω μέρος της αντίστασης και βλέπουμε την κυματομορφή τάσης (σχ. 3.6). Αν δεν είναι ακριβώς όπως τη θέλουμε μπορούμε να τροποποιήσουμε τις παραμέτρους έτσι ώστε να τη φέρουμε στην επιθυμητή μορφή. Π.χ. για το παρών παράδειγμα για την ανάγκη εκτύπωσης σε άσπρο χαρτί, έγινε αλλαγή των default χρωμάτων, μαύρο φόντο με κίτρινο χρώμα για την κυματομορφή, σε άσπρο φόντο και μαύρο χρώμα για την κυματομορφή (Tools → Color Preferences).

Φαίνονται τρεις σχεδόν περίοδοι. Το LTspice δίνει την δυνατότητα για αυτόματο υπολογισμό ενεργού τιμής rms με Ctrl-left mouse button στον τίτλο της γραφικής. Υπολογίζεται αυτόματα η μέση τιμή και η rms για ότι φαίνεται στη γραφική.



Σχήμα 3.4: Σχηματικό LTspice για εσωτερικό σήμα.



Σχήμα 3.5: Φόρμες για παραμέτρους της πηγής τάσης αριστερά και για παραμέτρους της Transient ανάλυσης δεξιά.

Στο συγκεκριμένο παράδειγμα έχουμε πλάτος 0.4 V οπότε η rms τιμή πρέπει να είναι $0.4/\sqrt{2} = 0.28284$ V. Ο αυτόματος υπολογισμός δείχνει 0.28282 V, σχ. 3.7 αριστερά. Η πολύ μικρή διαφορά (0.003%) οφείλεται στο γεγονός ότι δεν καλύπτουμε ακριβώς τρεις περιόδους στην οθόνη (μέση τιμή Average είναι $-1.8 \mu\text{V}$ αντί μηδέν).

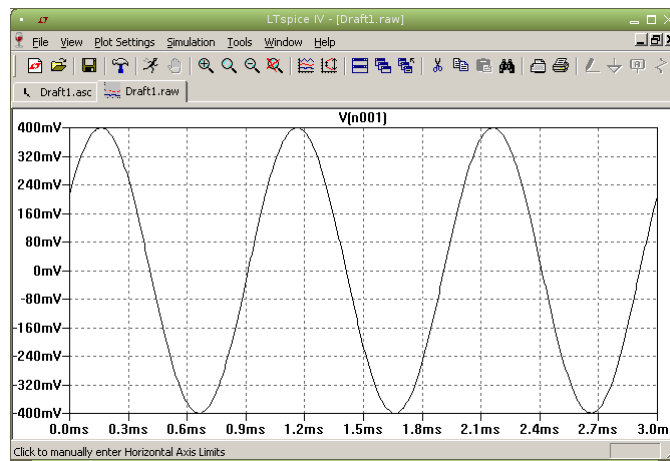
Μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε μέχρι δυο cursors στην κυματομορφή. Left-click mouse button στον τίτλο της κυματομορφής V(n001) και επιλογή Attached cursor 1st&2nd θα μας εμφανίσει δυο cursors για την συγκεκριμένη κυματομορφή. Αυτό σημαίνει ότι μπορούμε να τους τοποθετήσουμε όπου θέλουμε πάνω στη κυματομορφή και να έχουμε εμφάνιση της διαφοράς για οριζόντιες και κατακόρυφες συντεταγμένες. Εάν επιλέξουμε κατακόρυφη συντεταγμένη ~ 240 mV, σχ. 3.7 δεξιά, (με zoom η ακρίβεια θα ήταν καλύτερη) και αυτόματα έχουμε διαφορά στο χρόνο (άρα μια περίοδο) να φαίνεται ότι είναι 998.294 μs με αντίστοιχη συχνότητα 1.0017 kHz έναντι των 1000 μs και 1 kHz που είναι οι ακριβείς.²

Με συνδυασμό περισσότερων πηγών τάσης σε σειρά και κατάλληλη επιλογή παραμέτρων μπορούμε να σχηματίσουμε αρκετά σύνθετες κυματομορφές. Πειραματιστείτε και εσείς. Στο σχ. 3.8 φαίνεται το help manual που εξηγεί τις δυνατότητες ανάλυσης που παρέχει το LTspice. Χρησιμοποιείστε το.

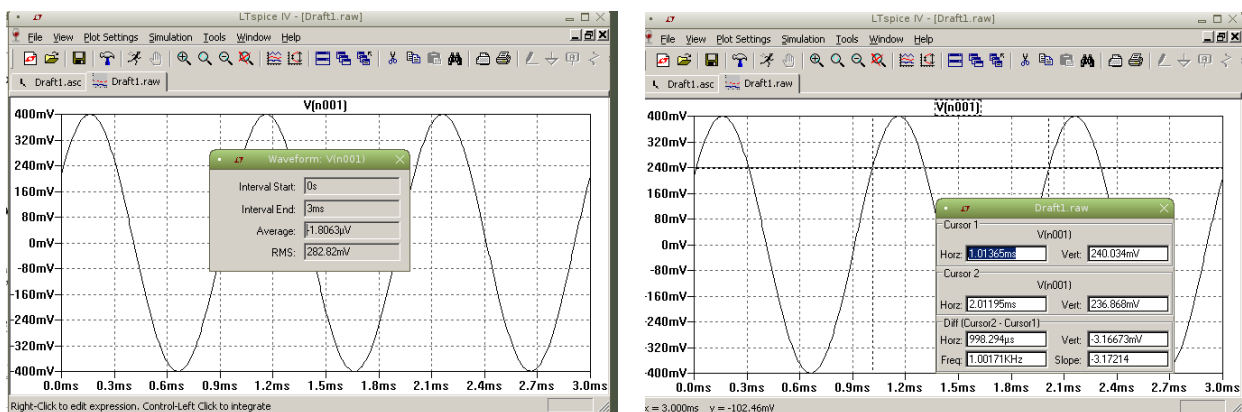
3.3.2 LTspice - εξωτερικό σήμα και ανάλυση

Μπορούμε να εισάγουμε και εξωτερικό σήμα στο LTspice από δεδομένα που έχουμε σε κάποιο εξωτερικό αρχείο τύπου wav. Τα δεδομένα αυτά μπορεί να προέρχονται από δειγματοληψία σε κάποιο πραγματικό σύστημα ή με εξομίωση από το octave. Π.χ. για την τελευταία περίπτωση:

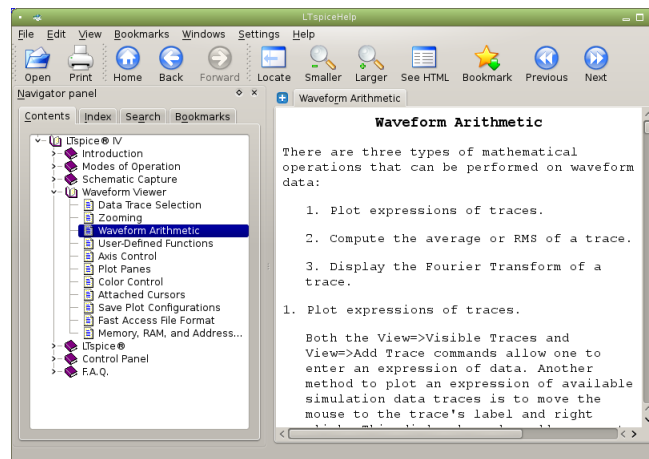
²Εναλλακτικά, αν θέλουμε διαφορές μεταξύ δυο διαφορετικών κυματομορφών, μπορούμε να ενεργοποιήσουμε τον 1 cursor για την μια και τον 2 cursors για την άλλη.



Σχήμα 3.6: Η κυματομορφή της τάσης.



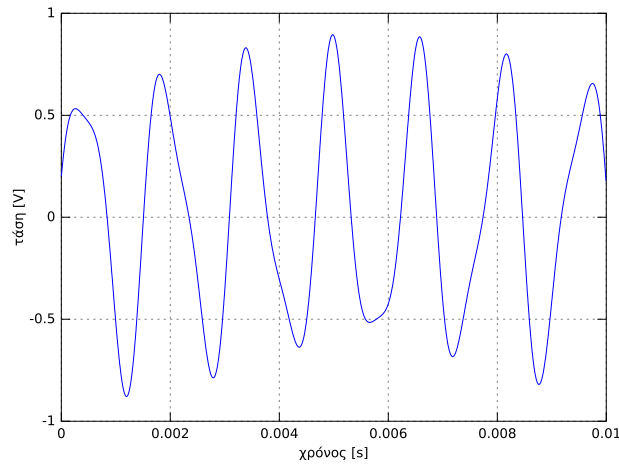
Σχήμα 3.7: Αυτόματος υπολογισμός rms αριστερά και διαφορές μεταξύ δυο σημείων με cursors δεξιά.



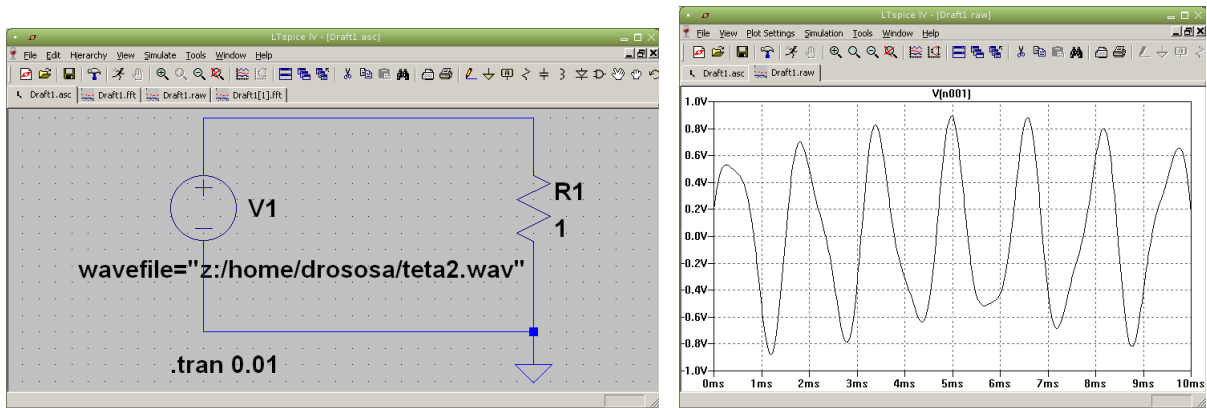
Σχήμα 3.8: Το help manual που εξηγεί τις δυνατότητες ανάλυσης με τις κυματομορφές. Υπάρχουν πολλές δυνατότητες του LTspice που περιγράφονται εκεί. Χρησιμοποιείστε το.

```
N=2000; f1=650; f2=1210; fs=2e5;
t=0:1/fs:(N-1)/fs; x=0.7*sin(2*pi*f1*t)+0.2*cos(2*pi*f2*t);
plot(t,x); xlabel('χρόνος [s]'); ylabel('τάση [V]'); grid();
wavwrite(x',fs,'teta2.wav')
```

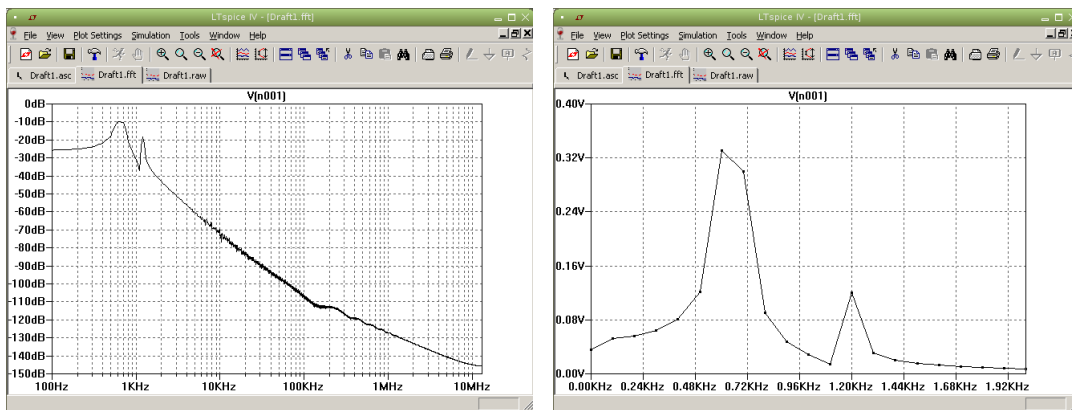
όπου εξομοιώνουμε σήμα δυο συχνοτήτων, $x(t) = 0.7 \sin(2\pi f_1 t) + 0.2 \cos(2\pi f_2 t)$, 2000 δειγμάτων με συχνότητα δειγματοληψίας $f_s = 200$ kHz και συχνότητες $f_1 = 650$ Hz, $f_2 = 1210$ Hz. Η γραφική παράσταση του σήματος φαίνεται στο σχ. 3.9



Σχήμα 3.9: Γραφική παράσταση του εξωτερικού σήματος.



Σχήμα 3.10: Σχηματικό στο LTspice για εισαγωγή και ανάλυση εξωτερικού σήματος σε μορφή αρχείου wav (αριστερά). Κυματομορφή της τάσης του εξωτερικού σήματος του αρχείου wav (δεξιά).



Σχήμα 3.11: Αριστερά φαίνεται το φάσμα ισχύος με FFT με τις default τιμές που έχει το LTspice. View → FFT. Δεξιά φαίνεται η αλλαγή σε γραμμική κλίμακα, Plot Settings → Manual Limits, και zoom στην περιοχή ενδιαφέροντος. Στα Plot Settings έχουμε επίσης ενεργοποιήσει την επιλογή Mark Data Points για να φαίνονται τα «πειραματικά» σημεία.

και το αρχείο wav δημιουργείται με την εντολή `wavwrite(x', fs, 'teta2.wav')`. Φτιάχνουμε ένα κύκλωμα στο LTspice με μια πηγή τάσης και μια αντίσταση 1 Ω. Αντικαθιστούμε την τιμή της τάσης V της πηγής (Right click στο V) με την εντολή `wavefile="z:/home/drososa/tera2.wav"` (το path του αρχείου teta2.wav – αντικαταστήσετε το δικό σας path για δικά σας αρχεία) και κάνουμε Transient (μεταβατική) ανάλυση όπου η μόνη μεταβλητή που χρειάζεται να δώσουμε για το συγκεκριμένο παράδειγμα είναι η Stop Time 0.01. Ένας περιορισμός που πρέπει να λάβουμε υπόψη είναι ότι το αρχείο wav είναι αρχείο ήχου και το πλάτος πρέπει να έχει τιμές στο διάστημα $[-1, 1]$. Τυχόν τιμές έξω από αυτό το

διάστημα «κόβονται» (δοκιμάστε το).

Στην Transient ανάλυση τοποθετούμε το probe της τάσης στο πάνω άκρο της αντίστασης και βλέπουμε την κυματομορφή της τάσης του εξωτερικού σήματος (σχ. 3.10 δεξιά). Συνεχίζουμε με View → FFT από το menu και έχουμε το φάσμα ισχύος (σχ. 3.11 αριστερά) σε λογαριθμική κλίμακα αρχικά. Με Plot Settings → Manual Limits, και zoom στην περιοχή ενδιαφέροντος βλέπουμε το φάσμα σε γραμμική κλίμακα (σχ. 3.11 δεξιά). Διακρίνονται οι δυο κορυφές με αρκετά καλή ακρίβεια που αντιστοιχούν στις συχνότητες f_1 και f_2 του αρχικού σήματος.

3.3.3 LTspice - έξοδος σήματος

Αν χρειαζόμαστε τα δειγματικά σημεία μιας ή περισσοτέρων κυματομορφών από κάποια ανάλυση του LTspice μπορούμε να τις αποθηκεύσουμε σε κάποιο εξωτερικό txt αρχείο. Π.χ. έχουμε κάνει κάποια ανάλυση και θέλουμε τις τάσεις V(n001) και V(n002). Ενεργοποιούμε πρώτα το παράθυρο γραφικών για να ενεργοποιηθεί η κατάλληλη επιλογή στο menu. Η επιλογή File → Export μας επιτρέπει να επιλέξουμε ποια ή ποιες κυματομορφές (Ctrl-left click για περισσότερες της μιας) θα αποθηκευτούν σε κάποιο εξωτερικό txt αρχείο της επιλογής μας.

Αφαιρώντας την πρώτη γραμμή του αρχείου που είναι η επικεφαλίδα, μπορούμε μετά να εισάγουμε π.χ. τα δεδομένα στο octave για πιο σύνθετη επεξεργασία.

3.4 Μέτρηση συχνότητας (συγκριτική)

Μια εύκολη οπτική σύγκριση δυο συχνοτήτων όταν η μια είναι πολλαπλάσια της άλλης γίνεται με τη βοήθεια παλμογράφου. Όταν στα δυο ζεύγη των πλακών ενός παλμογράφου εφαρμοστούν δυο ημιτονοειδείς τάσεις, που οι συχνότητές τους έχουν λόγο ακέραιο αριθμό, στην οθόνη δημιουργείται μια εικόνα γνωστή ως εικόνα Lissajous. Μετρώντας τον αριθμό των λοβών κατά τον οριζόντιο και κατακόρυφο άξονα μπορούμε να εκτιμήσουμε τον λόγο των δυο συχνοτήτων (σχ. 3.12, 3.13).

3.4.1 Σχήματα Lissajous

Έστω ότι έχουμε δυο τάσεις

$$v_x = V_x \sin(\omega t) \quad v_y = V_y \sin(\omega t + \phi)$$

με ίδια συχνότητα και διαφορά φάσης ϕ . Αν απαλείψουμε το χρόνο t :

$$X = \frac{v_x}{V_x} = \sin(\omega t) \quad \cos(\omega t) = \pm \sqrt{1 - \sin^2(\omega t)} = \pm \sqrt{1 - X^2}$$

$$Y = \frac{v_y}{V_y} = \sin(\omega t + \phi) = \sin(\omega t) \cos(\phi) + \cos(\omega t) \sin(\phi) = X \cos(\phi) \pm \sqrt{1 - X^2} \sin(\phi) \Rightarrow$$

$$\pm \sqrt{1 - X^2} = \frac{Y - X \cos(\phi)}{\sin(\phi)} \Rightarrow 1 - X^2 = \left(\frac{Y - X \cos(\phi)}{\sin(\phi)} \right)^2 \Rightarrow$$

$$X^2 - 2 \cos(\phi)XY + Y^2 - \sin^2(\phi) = 0$$

Αυτή είναι εξίσωση κωνικής τομής με γενική μορφή:

$$Ax^2 + Bxy + Cy^2 + Dx + Ey + F = 0 \quad \text{με}$$

$$B^2 - 4AC < 0 \quad \text{έλλειψη, κύκλος, σημείο}$$

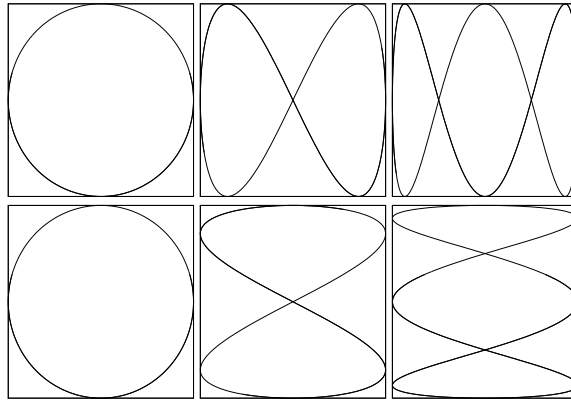
$$B^2 - 4AC = 0 \quad \text{ευθεία γραμμή, δυο παράλληλες γραμμές, παραβολή}$$

$$B^2 - 4AC > 0 \quad \text{υπερβολή, δυο τεμνόμενες γραμμές}$$

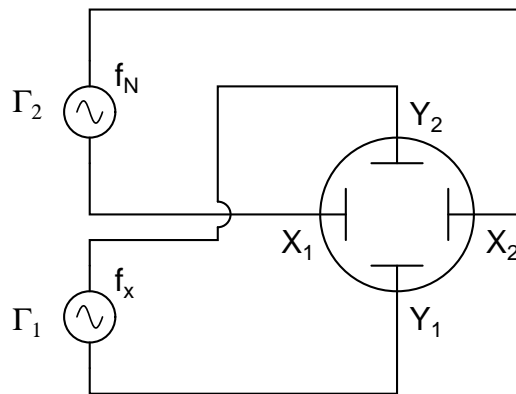
Στην περίπτωση μας έχουμε $4 \cos^2(\phi) - 4 = 4(\cos^2(\phi) - 1) \leq 0$ οπότε θα έχουμε κύκλο, έλλειψη ή ευθεία γραμμή από τις μορφές που φαίνονται στο σχ. 3.14. Η κατάσταση προφανώς γίνεται πιο σύνθετη αν οι συχνότητες δεν είναι ίσες μεταξύ τους. Ευτυχώς, μπορούμε να δούμε άμεσα το αποτέλεσμα, χωρίς μαθηματική ανάλυση, αν τοποθετήσουμε και τις δυο τάσεις στην οριζόντια και κατακόρυφη απόκλιση του παλμογράφου. Το σχήμα που βλέπουμε είναι σχήμα Lissajous.

Τα παραπάνω σχήματα μπορούμε να τα δούμε και στο LTspice. Ένα απλό σχηματικό για αυτή τη περίπτωση φαίνεται στο σχ. 3.15 για δυο τάσεις με ίσο πλάτος 1 V, ίση συχνότητα $f = 200$ Hz και διαφορά φάσης $\phi = 35^\circ$. Οι κυματομορφές τάσης φαίνονται για 10 ms στο κάτω μέρος. Πειραματιστείτε και εσείς αλλάζοντας συχνότητα, πλάτη και διαφορά φάσης.

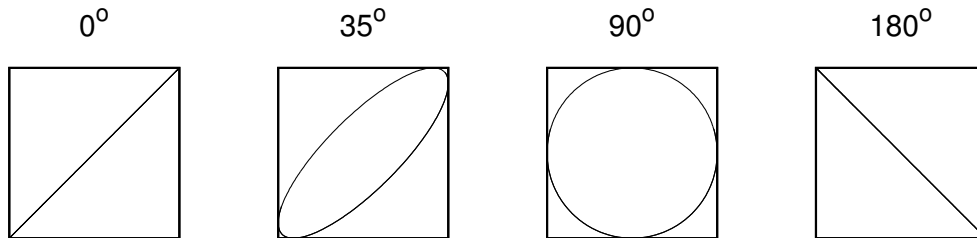
Σχήματα Lissajous μπορούμε να φτιάξουμε στο LTspice αν πάμε τον cursor του ποντικιού στον οριζόντιο άξονα του χρόνου. Εμφανίζεται ένα μικρό «χαρακάκι» σαν εικονίδιο και αν πατήσουμε αριστερό κλικ μας επιτρέπει να αλλάξουμε τον χρόνο time σε π.χ. V(n002). Έτσι εμφανίζονται σχήματα σαν αυτά που βλέπετε στο σχ. 3.16.



Σχήμα 3.12: Παραδείγματα σχημάτων Lissajous όπως δημιουργούνται στην οθόνη παλμογράφου. Στην πρώτη γραμμή μετράμε αριθμό λοβών κατά τον οριζόντιο άξονα και στην δεύτερη κατά τον κατακόρυφο. Από αριστερά προς δεξιά, $f_x = f_N$, $f_x = 2f_N$, $f_x = 3f_N$ ανά στήλη αντίστοιχα.



Σχήμα 3.13: Είσοδος σημάτων στον παλμογράφο.



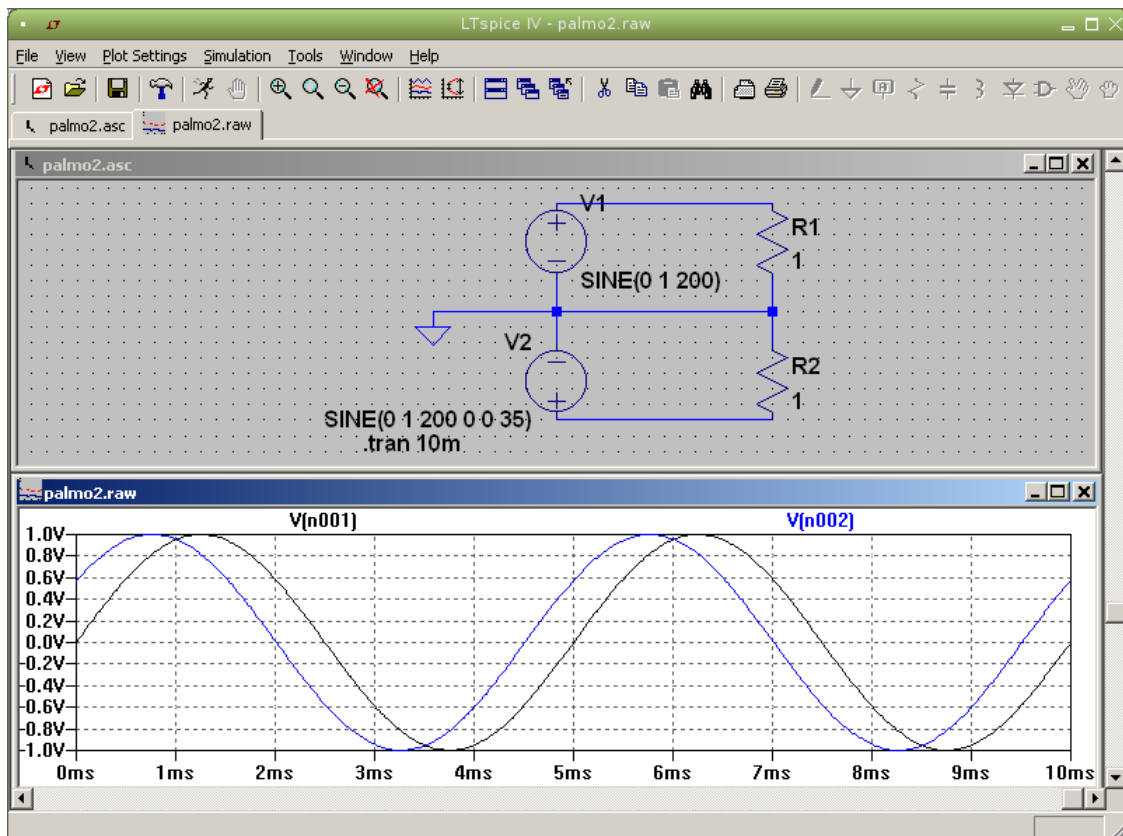
Σχήμα 3.14: Παραδείγματα σχημάτων Lissajous όπως δημιουργούνται στην οθόνη παλμογράφου.

3.4.2 Διαφορά φάσης

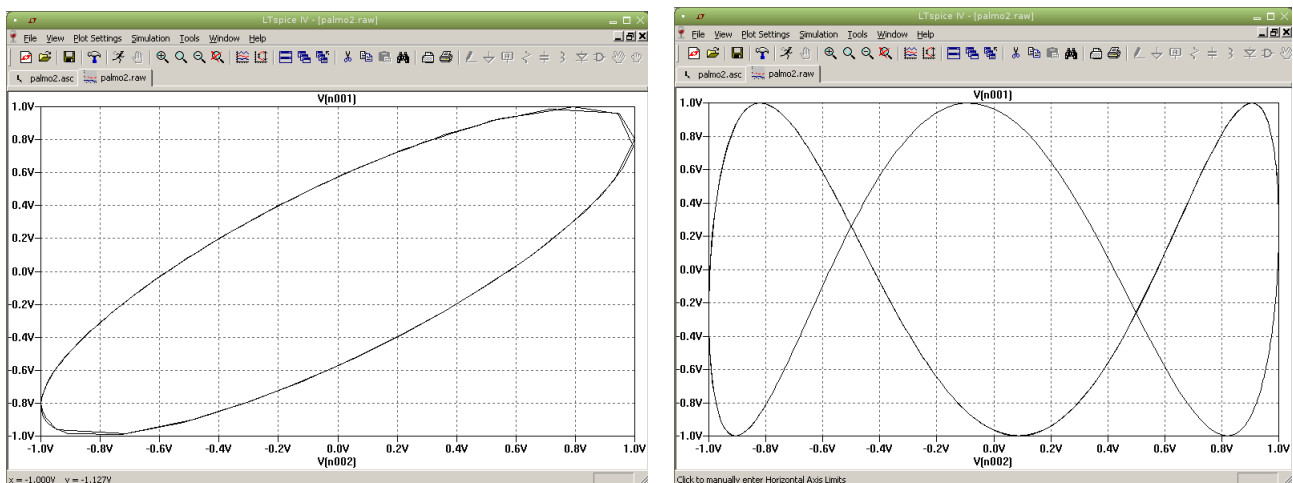
Για τις δυο τάσεις

$$v_x = V_x \sin(\omega t) \quad v_y = V_y \sin(\omega t + \phi)$$

που σχηματίζουν έλλειψη Lissajous μπορούμε να υπολογίσουμε τη διαφορά φάσης από την έλλειψη. Θέτοντας $t = 0$, $v_x = 0$ έχουμε $v_y = V_y \sin(\phi)$. Οπότε $\sin(\phi) = v_y/V_y$. Το v_y αντιστοιχεί τότε στην κατακόρυφη συντεταγμένη της έλλειψης για $v_x = 0$ και το V_y είναι το πλάτος της τάσης v_y (μέγιστη τιμή) που αντιστοιχεί στην μέγιστη τιμή της συνάρτησης v_y .



Σχήμα 3.15: Σχηματικό LTspice για επίδειξη σχημάτων Lissajous (επάνω) και οι δυο κυματομορφές τάσης στο χρόνο (κάτω).

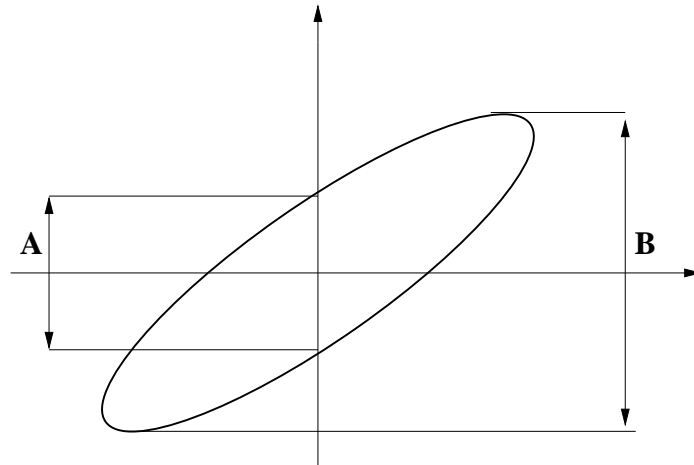


Σχήμα 3.16: $V(n001)$ έναντι $V(n002)$ αριστερά. $V(n001)$ έναντι $V(n002)$ δεξιά, όταν αλλάξουμε τη συχνότητα της $V(n001)$ σε 600 Hz. Η μικρή ασυμμετρία δεξιά οφείλεται στο γεγονός ότι υπάρχει διαφορά φάσης $\phi = 35^\circ$ μεταξύ των δυο τάσεων. Δοκιμάστε τιμές $\phi = 0^\circ$ και $\phi = 90^\circ$.

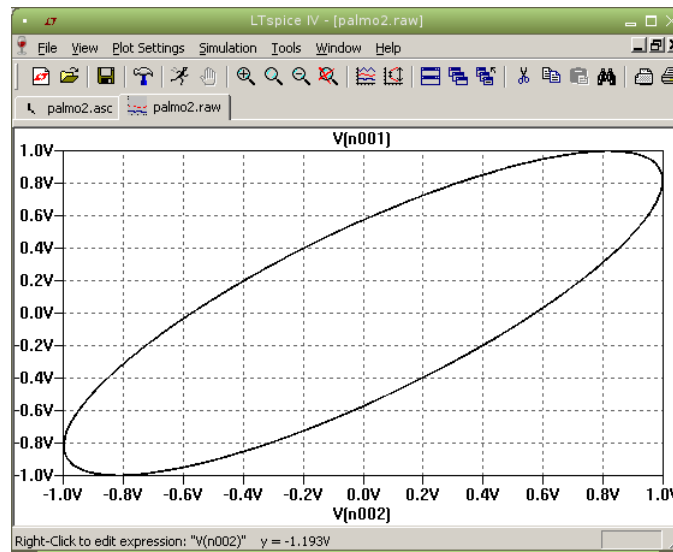
Έχουμε λοιπόν

$$\phi = \begin{cases} \sin^{-1} \frac{A}{B} & \text{για } 0^\circ \leq \phi \leq 90^\circ \\ 180^\circ - \sin^{-1} \frac{A}{B} & \text{για } 90^\circ \leq \phi \leq 180^\circ \\ -\sin^{-1} \frac{A}{B} & \text{για } -90^\circ \leq \phi \leq 0^\circ \\ \sin^{-1} \frac{A}{B} - 180^\circ & \text{για } -90^\circ \leq \phi \leq -180^\circ \end{cases}$$

όπου A, B τα μήκη που φαίνονται στο σχ. 3.17.



Σχήμα 3.17: Υπολογισμός διαφοράς φάσης από την έλλειψη Lissajous.



Σχήμα 3.18: Υπολογισμός διαφοράς φάσης από την έλλειψη Lissajous στο προηγούμενο παράδειγμα LTspice.

Στο σχ. 3.18 βλέπουμε την έλλειψη από το προηγούμενο παράδειγμα LTspice. Κάνοντας zoom για την συντεταγμένη στον κατακόρυφο άξονα όταν ο οριζόντιος είναι μηδέν βρίσκουμε την τιμή 0.5725 V. Η μέγιστη τιμή είναι 1 V. Άρα $\phi = 34.925^\circ$ με διαφορά 0.2% από τη γνωστή 35° .

Η διαφορά φάσης μεταξύ δυο κυματομορφών μπορεί να βρεθεί επίσης συγκρίνοντας τα δύο χρονικά σήματα αφού τοποθετηθούν στα κανάλια CH I και CH II του παλμογράφου. Ο τρόπος σύγκρισης φαίνεται παραστατικά στο σχ. 3.19 όπου (με ακρίβεια 1 δεκαδικό ψηφίο) $d = 7.6 - 4.9 = 2.7$, $D = 19.7$. Οπότε:

$$\phi = \omega \Delta t = \frac{2\pi}{T} \Delta t \text{ (rad)} = \frac{360\Delta t}{T} \text{ (μοίρες)} = \frac{360d}{D} \text{ (μοίρες)} = \frac{360 \cdot 2.7}{19.7} = 49.34^\circ$$

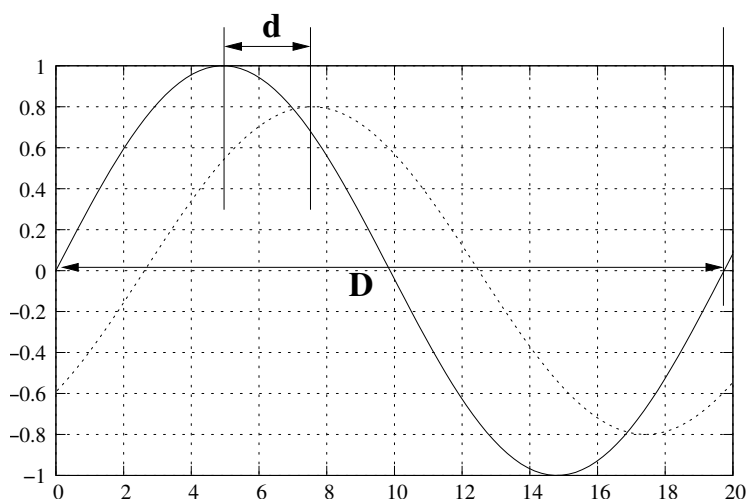
Μπορούμε να συγκρίνουμε με τον αναλυτικό υπολογισμό της διαφοράς φάσης μεταξύ μιας πηγής τάσης \dot{V} και του ρεύματος βρόγχου \dot{I} στο κύκλωμα σχ. 3.20.

Έχουμε

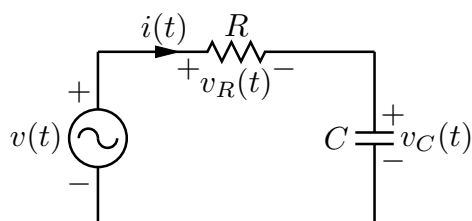
$$\dot{V} = V/\underline{\phi_V} \quad \dot{I} = I/\underline{\phi_I} \quad Z = \frac{\dot{V}}{\dot{I}} = |Z|/\underline{\phi_V - \phi_I} = |Z|/\underline{\phi}$$

$$Z = R + \frac{1}{j\omega C} = |Z|/\underline{\phi} \quad |Z| = \sqrt{R^2 + \left(\frac{1}{\omega C}\right)^2} \quad \tan \phi = \frac{\frac{1}{\omega C}}{R} = \frac{1}{\omega RC} \quad \phi = \tan^{-1} \frac{1}{\omega RC}$$

Για $f = 1 \text{ kHz}$, $R = 10 \text{ k}\Omega$ και $C = 10 \text{ nF}$ έχουμε $Z = R - j/(\omega C) = 18.796/\underline{57.86^\circ} \text{ k}\Omega$. Επομένως, η διαφορά



Σχήμα 3.19: Απόσταση d η απόσταση μεταξύ δυο μεγίστων. Απόσταση D η κοινή περίοδος.



Σχήμα 3.20: RC κύκλωμα

φάσης τάσης και ρεύματος είναι -57.86° . Εναλλακτικά,

$$\phi = \tan^{-1} \frac{1}{\omega RC} = 57.86^\circ$$

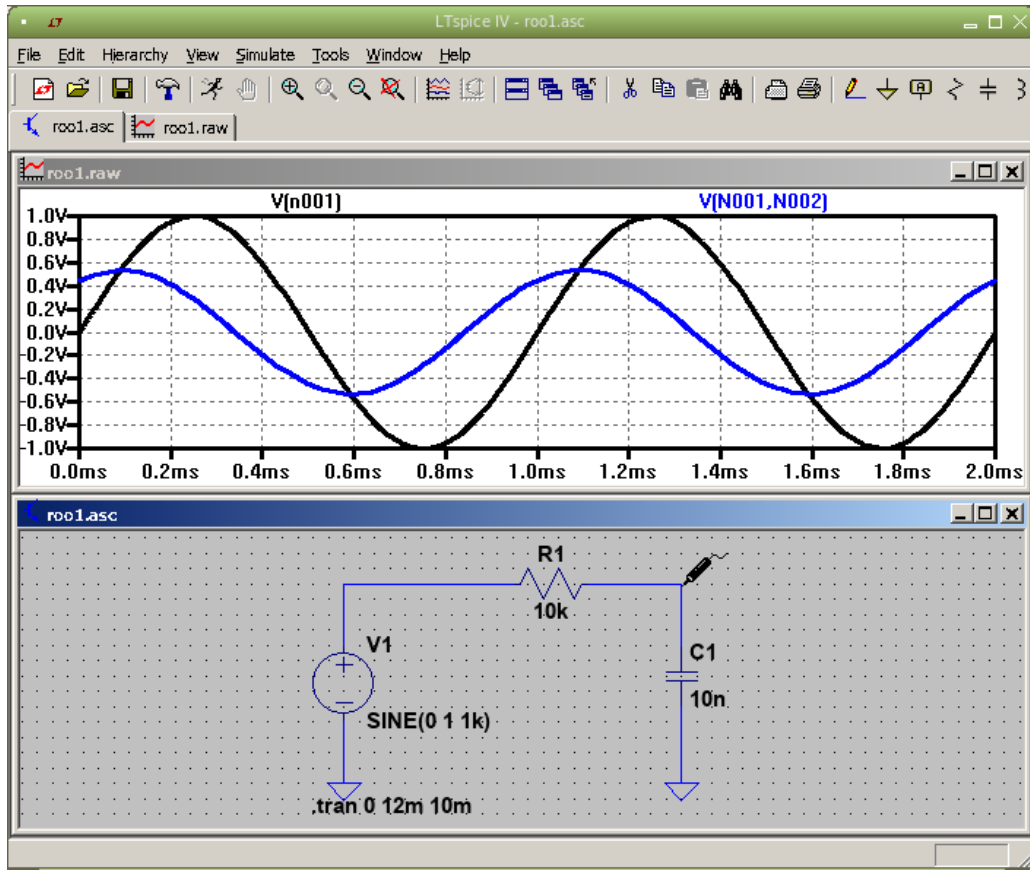
Βλέπουμε ότι ο δεύτερος τρόπος δίνει απόλυτη τιμή και χάνουμε την πληροφορία αν προηγείται η τάση του ρεύματος ή το αντίστροφο.

Κατασκευάζοντας ένα σχηματικό στο LTspice τοποθετούμε μια πηγή ημιτονικής τάσης 1 V και συχνότητας $f = 1$ kHz. Παρατηρούμε στο κύκλωμα σχ. 3.21 ότι μπορούμε να βάλουμε δυο γειώσεις, μια στην πηγή και μια στον πυκνωτή. Αυτό είναι ισοδύναμο με το να κλείσουμε το κύκλωμα με μια γείωση και είναι μια τεχνική που χρησιμοποιείται συχνά σε σύνθετα κυκλώματα.

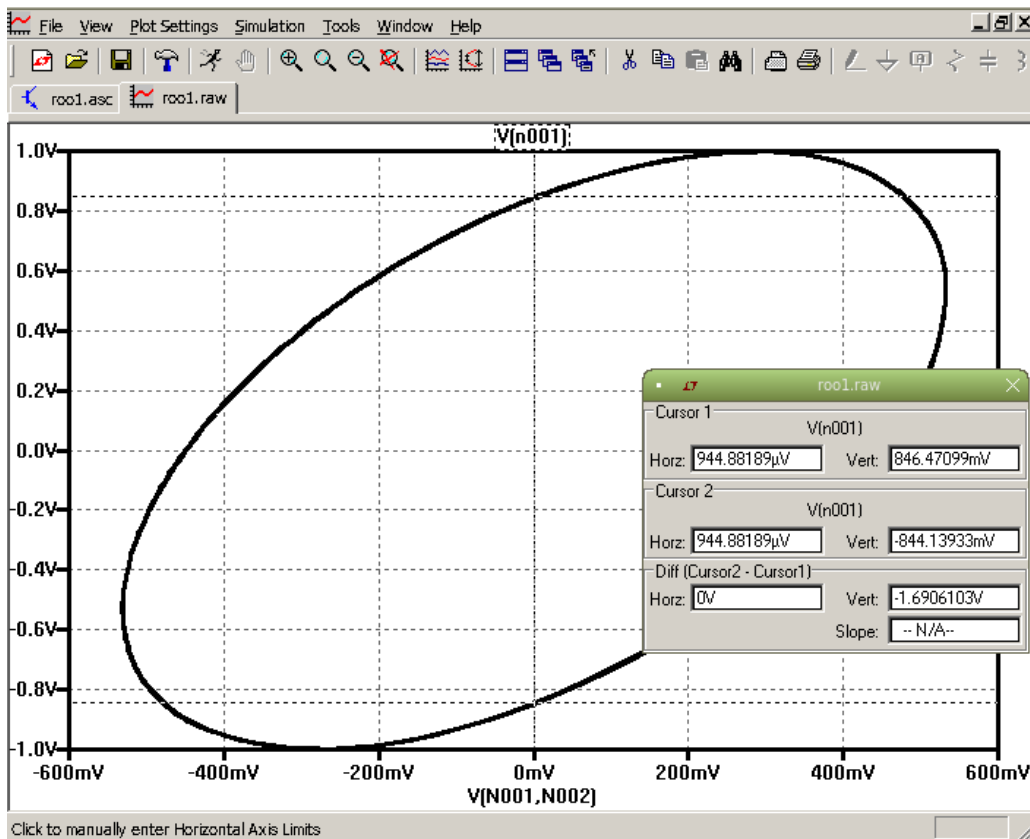
Θέλουμε την τάση στα άκρα της πηγής και την τάση στα άκρα της αντίστασης (ίδια φάση με ρεύμα βρόχου). Την πρώτη την παίρνουμε απλά, κάνοντας κλικ στον cursor τάσης στον κόμβο επάνω από την πηγή. Για την δεύτερη θέλουμε τη διαφορά τάσης μεταξύ αριστερού και δεξιού κόμβου της αντίστασης. Πρέπει πρώτα να ορίσουμε κόμβο αναφοράς. Πάμε στον δεξιό κόμβο της αντίστασης και αντί για αριστερό κλικ στον cursor τάσης πατάμε δεξί. Ανοίγει ένα μικρό παράθυρο επιλογών και επιλέγουμε Mark Reference. Εμφανίζεται ένα μαύρο probe τάσης που παραμένει σταθερό στο σημείο εκείνο. Μετακινούμε τον cursor αριστερά της αντίστασης και κάνουμε αριστερό κλικ. Εμφανίζεται τότε η κυματομορφή V(N001,N002) που θέλουμε.

Όπως αναφέραμε στα προηγούμενα, αριστερό κλικ στον άξονα του χρόνου και επιλογή της κυματομορφής V(N001,N002) αντί του χρόνου (time) μας δίνει την έλλειψη φάσεων. Έτσι έχουμε μια προσομοίωση του παλμογράφου. Παρατηρήστε μόνο ότι στην μεταβατική ανάλυση επιλέγουμε να ξεκινήσουμε τις μετρήσεις μετά από 10 ms έτσι ώστε να αποφύγουμε τα μεταβατικά φαινόμενα φόρτισης πυκνωτή. Επιλέγοντας δυο cursors για το σήμα V(n001) τους μετακινούμε κατάλληλα και παίρνουμε τις διαφορές $B = 1.9979$ V και $A = 1.6906$ V. Η διαφορά φάσης βγαίνει 57.8° , θετική. Αρκετά κοντά στην θεωρητική 57.86° μόνο που και εδώ χάνουμε την πληροφορία αν προηγείται η τάση του ρεύματος ή το αντίστροφο.

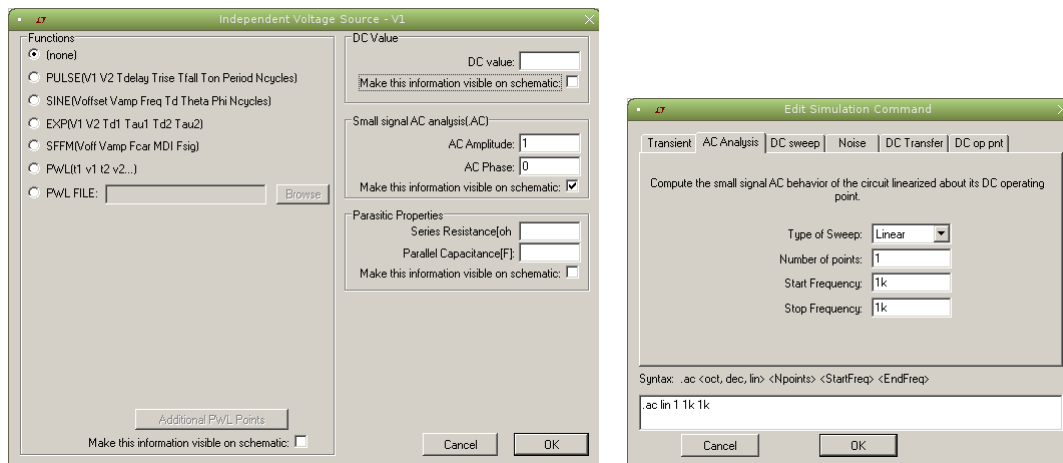
Για υπολογισμό ακριβείας από το LTspice κάνουμε AC ανάλυση για ένα σημείο συχνότητας. Στη φόρμα για την πηγή και το είδος της ανάλυσης για εκτέλεση, κάνουμε τις επιλογές που φαίνονται στο σχ. 3.23. Στο αποτέλεσμα φαίνεται η διαφορά φάσης 57.8581° , ταυτόσημη με την θεωρητική. Η διαφορά στο πρόσημο οφείλεται απλώς στο γεγονός ότι σε οποιαδήποτε εφαρμογή spice η φορά του ρεύματος είναι πάντα προς το + της πηγής τάσης.



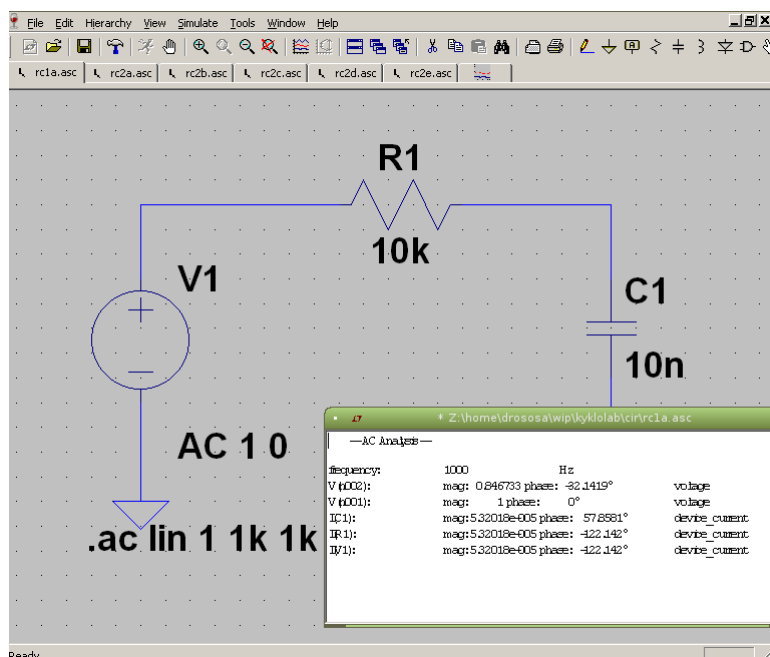
Σχήμα 3.21: Κύκλωμα RC και οι τάσεις στα άκρα της πηγής και της αντίστασης.



Σχήμα 3.22: Η αντίστοιχη έλλειψη φάσεων όπου με τους δυο cursors μετράμε τα A και B.



Σχήμα 3.23: Επιλογές στη φόρμα της πηγής (αριστερά) και στη φόρμα της ανάλυσης (δεξιά).



Σχήμα 3.24: Το αποτέλεσμα. Φαίνεται η διαφορά φάσης 57.8581°.

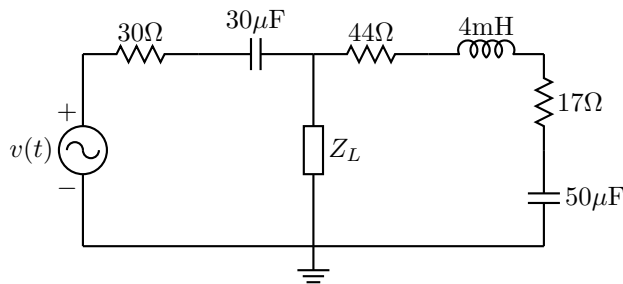
3.5 LTspice και εναλλασσόμενο - AC ανάλυση στη σταθερή κατάσταση

Στην ανάλυση εναλλασσόμενου, AC, στη σταθερή κατάσταση, χρησιμοποιούμε το μοντέλο των εμπεδήσεων, όπου αντικαθιστούμε τις τιμές των πηγών με τους αντίστοιχους παραστατικούς μιγάδες (φάσορες) και τις τιμές των πυκνωτών ή πηνίων με τις αντίστοιχες εμπεδήσεις τους. Βασικά μεταφέρουμε το πρόβλημα από το πεδίο του χρόνου στο πεδίο της συχνότητας με αντίστοιχη μεταφορά των ολοκληροδιαφορικών εξισώσεων πραγματικών συναρτήσεων σε αλγεβρικές με μιγαδικές μεταβλητές. Οι ωμικές αντιστάσεις παραμένουν όπως και πριν και οι τιμές των πυκνωτών και πηνίων είναι οι πραγματικές τιμές σε Farad και Henry αντίστοιχα. Για να δούμε ένα παράδειγμα:

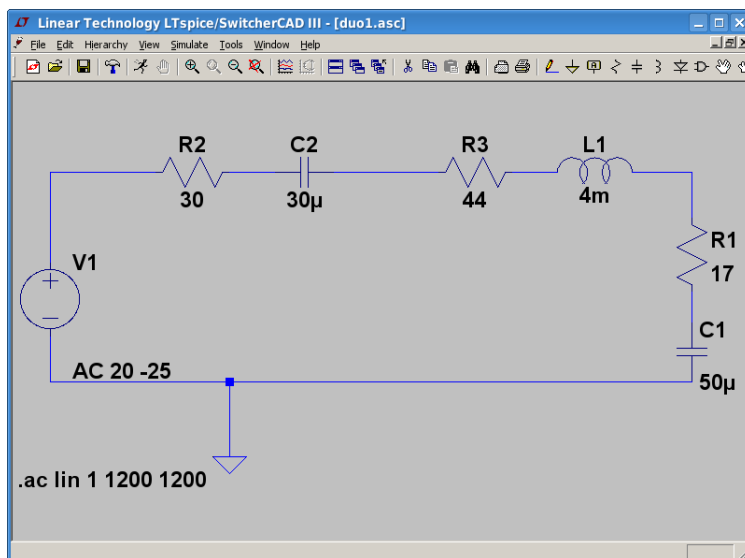
Παράδειγμα 3.1 Στο κύκλωμα του σχ. 3.25 με $v(t) = 20 \cos(2\pi ft - 25^\circ)$ Vrms και $f = 1.2$ kHz προσδιορίστε την τιμή της εμπεδήσης Z_L έτσι ώστε να φορτιστεί με τη μέγιστη πραγματική ισχύ καθώς και την μέγιστη αυτή ισχύ.

Χρειάζεται να δηλώσουμε στο LTspice την συχνότητα για την οποία θέλουμε την ανάλυση. Αυτό γίνεται στη δήλωση των πηγών τάσης ή ρεύματος, κάνοντας κλικ στο Advanced κουμπί έτσι ώστε να μπορεί κανείς να έχει τις επιλογές που χρειάζονται.

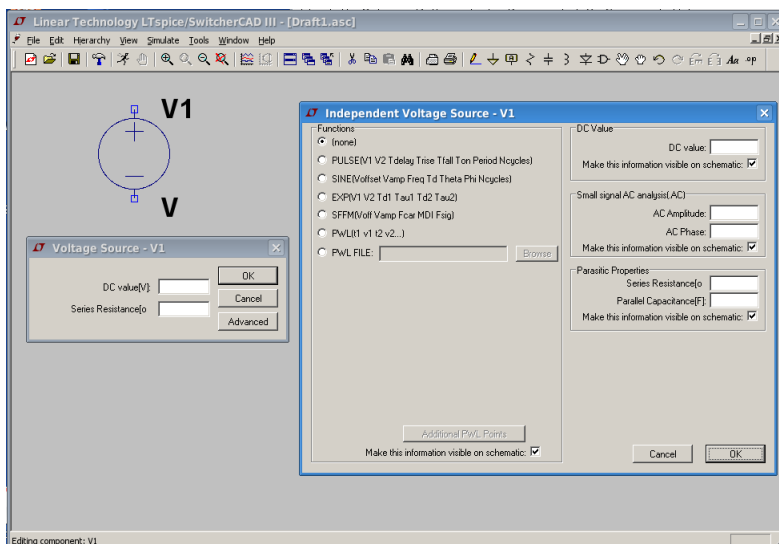
Συνήθως χρειαζόμαστε μόνο το μέτρο AC Amplitude και τη φάση AC Phase σε μοίρες. Ο τύπος ανάλυσης που χρειαζόμαστε είναι η AC Analysis (σχ. 3.28). Όταν θέλουμε τάσεις και ρεύματα για τα στοιχεία του κυκλώματος για μια



Σχήμα 3.25: Κύκλωμα για υπολογισμό μέγιστης ισχύος.



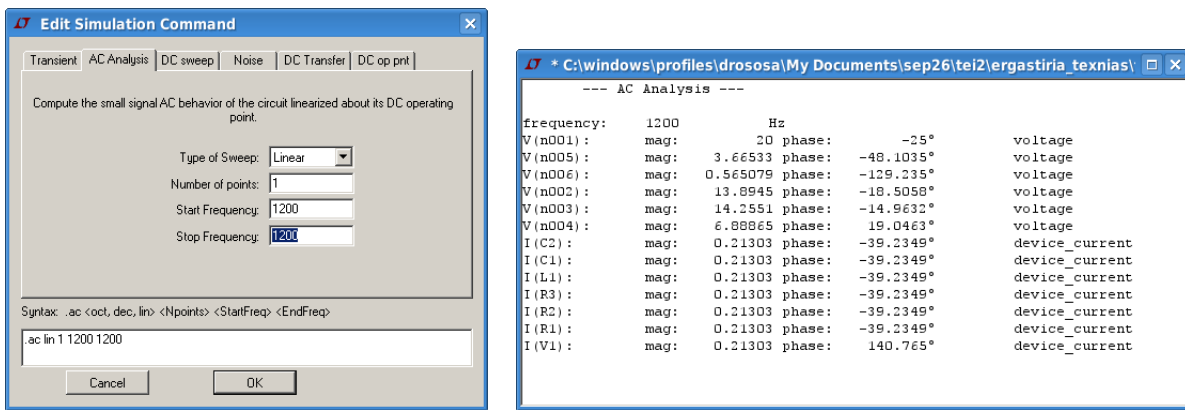
Σχήμα 3.26: Το κύκλωμα του σχ. 3.25 στο LTspice έχοντας αφαιρέσει το Z_L .



Σχήμα 3.27: Επιλογές στο Advanced tab για ορισμό τιμών σε πηγή τάσης.

συγκεκριμένη συχνότητα, επιλέγουμε στη φόρμα σάρωση τύπου Linear αντί Octave με ένα σημείο και τη συγκεκριμένη συχνότητα σε Hz (σχ. 3.28).

Η παραπάνω άσκηση ζητά το ισοδύναμο Thevenin. Αφαιρούμε λοιπόν το Z_L και σχεδιάζουμε το κύκλωμα στο LTspice. Για τον τύπο ανάλυσης που θέλουμε γεμίζουμε τα πεδία στο σχ. 3.28 και τρέχουμε το πρόγραμμα. Το αποτέλεσμα είναι στο σχ. 3.28 (δεξιά).



Σχήμα 3.28: Επιλογές στο παράθυρο AC Analysis και αποτελέσματα της ανάλυσης

Στο συγκεκριμένο κύκλωμα το επάνω άκρο της Z_L είναι ο κόμβος n003 ενώ το κάτω άκρο είναι η γη. Επομένως η τάση με ανοικτούς ακροδέκτες, η \dot{V}_{TH} , είναι η $V(n003)$, $14.2551 \angle -14.9632^\circ$ Vrms. Για να βρούμε το ρεύμα βραχυκυκλώσεως, τοποθετούμε μια πολύ μικρή αντίσταση μεταξύ κόμβου n003 και γης (σχ. 3.29 αριστερά). Το ρεύμα βραχυκυκλώσεως είναι το $I(R4) = \dot{I}_N = 0.659544 \angle -16.6169^\circ$ A. Από αυτές τις τιμές

$$Z_{TH} = \frac{\dot{V}_{TH}}{\dot{I}_N} = 21.613 \angle 1.6539^\circ \Omega$$

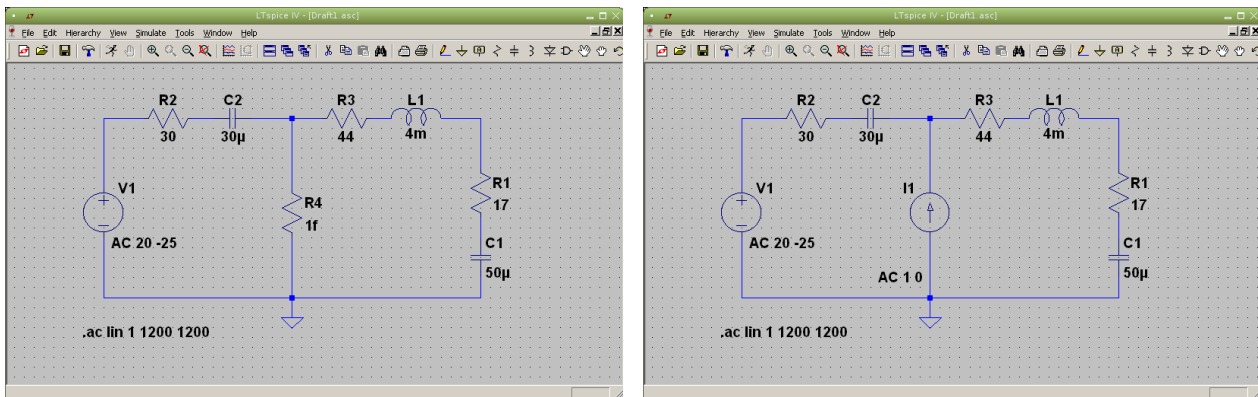
άρα

$$Z_L = Z_{TH}^* = 21.613 \angle -1.6539^\circ \Omega \quad \text{και} \quad P_{\max} = \frac{|V_{TH}|^2}{4\Re\{Z_{TH}\}} = 2.351 \text{ W}$$

Εναλλακτικά, με μοναδιαία πηγή ρεύματος, σχ. 3.29 δεξιά, έχουμε $V(n003) = 35.5081 \angle -4.9387^\circ$ Vrms οπότε

$$Z_{TH} = V(n003) - \dot{V}_{TH} = 21.613 \angle 1.6539^\circ \Omega$$

ίδια τιμή πάλι.



Σχήμα 3.29: Το ρεύμα βραχυκυκλώσεως με μικρή αντίσταση (αριστερά) ή με μοναδιαία πηγή ρεύματος(δεξιά).

Τέλος, με octave, ο παρακάτω κώδικας

```
% συχνότητα
f=1200; w=2*pi*f;
% σύνθετη αντίσταση αριστερά
Z1=30-j/(w*30e-6)
% σύνθετη αντίσταση δεξιά
Z2=44+17+j*w*4e-3-j/(w*50e-6)
% η πηγή τάσης
V=20*exp(-j*25*pi/180);
% ρεύμα βρόγχου
I=V/(Z1+Z2);
% τάση Thevenin
```

```
Vth=I*Z2
[abs(Vth) angle(Vth)*180/pi]
% αντίσταση Thevenin
Zth=Z1*Z2/(Z1+Z2);
[abs(Zth) angle(Zth)*180/pi]
% μέγιστη πραγματική ισχύς
Pmax=abs(Vth)^2/(4*real(Zth))
```

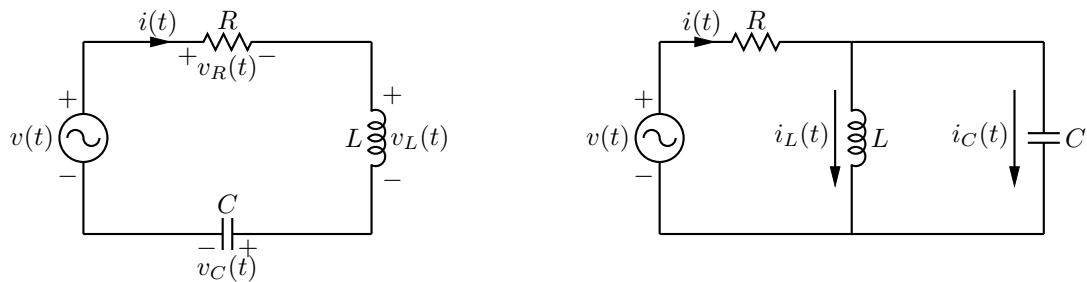
μας δίνει τα αποτελέσματα

```
Z1 = 30.0000 - 4.4210i
Z2 = 61.000 + 27.507i
Vth = 13.7717 - 3.6806i
ans =
    14.255 -14.963
ans =
    21.6135    1.6539
Pmax = 2.3514
```

σε συμφωνία με τα προηγούμενα.

Στα παραπάνω προσέξατε ότι δουλεύουμε με τιμές rms απευθείας. Το spice δεν μετατρέπει τάση πλάτους σε τάση ενεργούς τιμής. Αν χρειάζεται, αυτό πρέπει να το κάνουμε εμείς. Επίσης, σε κυκλώματα που οι τιμές των στοιχείων είναι σε μιγαδική μορφή και δεν δίδεται η συγκεκριμένη συχνότητα για την οποία υπολογίστηκαν, μπορούμε να υποθέσουμε ότι $\omega = 1 \text{ rad/s}$ άρα και $f = \omega/(2\pi) = 0.15915 \text{ Hz}$. Από την τιμή αυτή των ω και f μπορούμε να βρούμε τις πραγματικές τιμές χωρητικότητας και επαγωγής για τους πυκνωτές και πηνία για εισαγωγή στο netlist και να επαναλάβουμε την προηγούμενη διαδικασία AC Analysis.

3.6 Συντονισμός σε κύκλωμα σειράς–παράλληλο

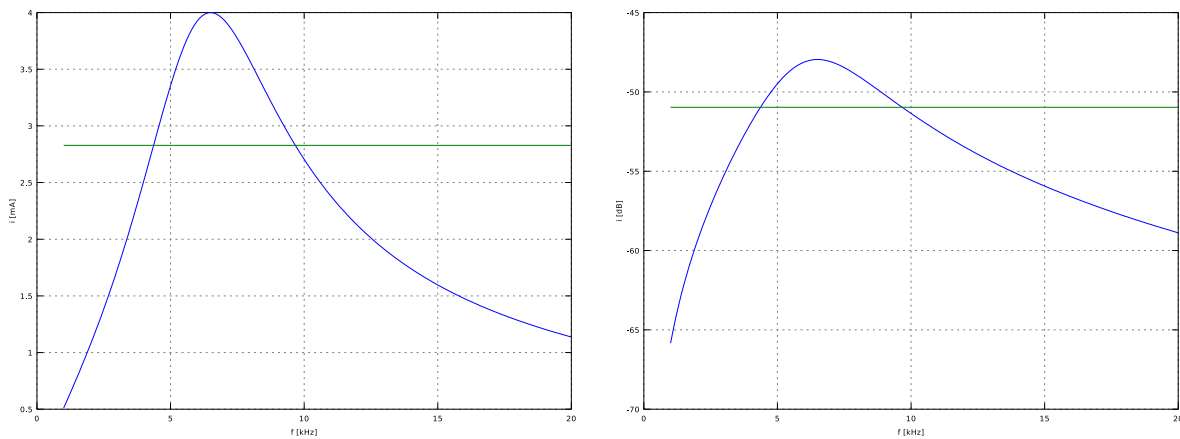


Σχήμα 3.30: Κύκλωμα συντονισμού σειράς (αριστερά) και παράλληλο (δεξιά) που μπορούν να κατασκευαστούν στο εργαστήριο.

Μελετάμε το κύκλωμα συντονισμού σειράς με στοιχεία $R = 1 \text{ k}\Omega$, $L = 30 \text{ mH}$, $C = 20 \text{ nF}$ και πλάτος πηγής τάσης $V_0 = 4 \text{ V}$ σαρώνοντας τις συχνότητες από $1-20 \text{ kHz}$. Στον συντονισμό, στη συχνότητα $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC}) = 6.4975 \text{ kHz}$, οι σύνθετες αντιστάσεις πηνίου και πυκνωτή εξουδετερώνει η μια την άλλη και το ρεύμα βρόγχου γίνεται μέγιστο και ίσο με $I_{\max} = V_0/R = 4 \text{ mA}$. Εάν κατασκευάσουμε το κύκλωμα στο εργαστήριο, με πηγή μια γεννήτρια συχνοτήτων και σαρώσουμε τις συχνότητες, παρακολουθώντας την τάση στα άκρα της ωμικής αντίστασης (ανάλογης με το ρεύμα βρόγχου) θα παρατηρήσουμε απλώς μέγιστο πλάτος στη συχνότητα συντονισμού. Γραφική παράσταση πλάτους ρεύματος έναντι συχνότητας κατασκευάζουμε εμείς, παίρνοντας μετρήσεις για μια σειρά συχνοτήτων.

Μπορούμε επίσης να χρησιμοποιήσουμε το octave για να δούμε τι περιμένουμε να μετρήσουμε. Ο κώδικας

```
f = (1:0.1:20). *1e3;
w = 2*pi*f;
V = 4; R=1e3; L=30e-3; C=0.02e-6;
f0 = 1/(2*pi*sqrt(L*C))
Z = R+j*w*L-j./(w*C);
I = V./Z;
I_max = max(abs(I))
I2 = I_max/sqrt(2)
II = I2*ones(1, length(f));
plot(f*1e-3, abs(I)*1e3, f*1e-3, II*1e3);
grid; xlabel('f [kHz]'); ylabel('i [mA]')
figure
plot(f*1e-3, 20*log10(abs(I)), f*1e-3, 20*log10(II));
grid; xlabel('f [kHz]'); ylabel('i [dB]')
```

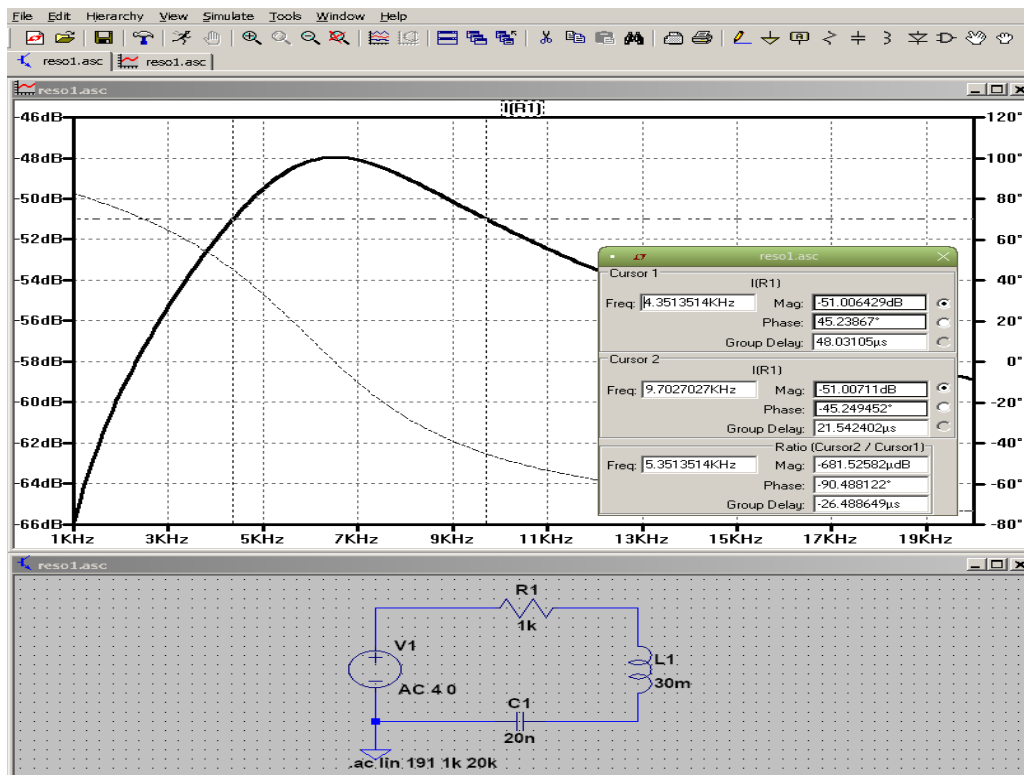


Σχήμα 3.31: Απόκριση συχνότητας (πλάτος ρεύματος βρόγχου) σε γραμμική (αριστερά) και λογαριθμική κλίμακα (δεξιά) με dB στον κατακόρυφο άξονα.

δημιουργεί τις γραφικές παραστάσεις στο σχ. 3.31.

Στη γραμμική κλίμακα βλέπουμε μέγιστο ρεύμα 4 mA για την συχνότητα συντονισμού ή $20 \log_{10}(0.004) = -47.959$ dB στην κλίμακα dB. Μας ενδιαφέρει η περιοχή συχνοτήτων ωφέλιμης ζώνης, όπου $|I| \geq I_{\max}/\sqrt{2} = 2.83$ mA. Η οριζόντια γραμμή στις γραφικές παραστάσεις δείχνει ακριβώς αυτήν την περιοχή. Οι συχνότητες που αντιστοιχούν στα σημεία τομής προσδιορίζουν την ωφέλιμη ζώνη. Στην dB κλίμακα βλέπουμε ότι είμαστε 3 dB παρακάτω από το μέγιστο. Οι συχνότητες ωφέλιμης ζώνης από τις γραφικές φαίνονται ότι είναι $f_1 = 4.37$ kHz, $f_2 = 9.67$ kHz και το εύρος της ζώνης $\Delta f = 5.3$ kHz.

Το LTspice έχει τη δυνατότητα σάρωσης συχνοτήτων και παρουσίασης των αποτελεσμάτων με τον εξής τρόπο.



Σχήμα 3.32: Απόκριση συχνότητας (πλάτος ρεύματος βρόγχου) σε dB κλίμακα με AC ανάλυση.

Σχεδιάζουμε το κύκλωμα και ορίζουμε την πηγή τάσης σαν AC φάσορα με μέτρο 4 V και γωνία 0° . Στην AC ανάλυση θέτουμε γραμμική σάρωση (linear) με 191 σημεία από 1 έως 20 kHz. Με probe ρεύματος στην ωμική αντίσταση παρουσιάζουμε το ρεύμα βρόγχου με πλάτος και φάση έναντι συχνότητας. Στο μέγιστο του πλάτους και στο μηδέν της φάσης αντιστοιχεί η συχνότητα συντονισμού. Στα 3 dB κάτω από το μέγιστο και στις $\pm 45^\circ$ φάση έχουμε τα όρια της ωφέλιμης

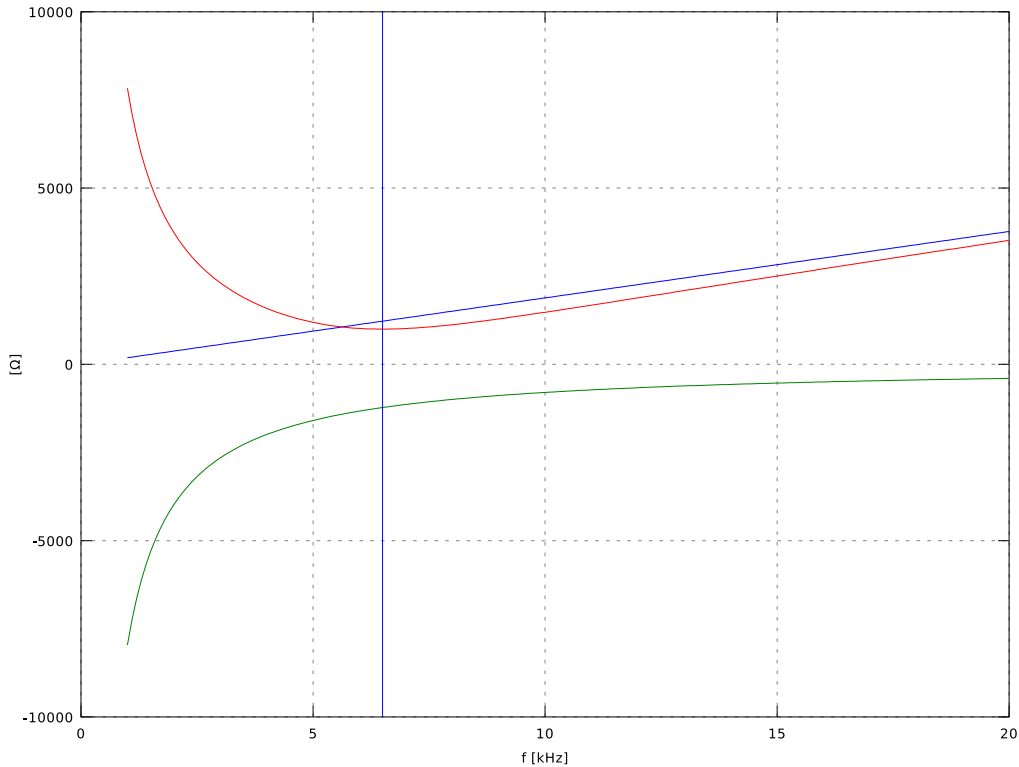
ζώνης που φαίνονται και στο σχ. 3.32. Παρατηρούμε καλή συμφωνία με τα προηγούμενα.

Το Q του κυκλώματος φαίνεται ότι είναι

$$Q = \frac{f_0}{\Delta f} = \frac{6.5}{5.3} = 1.226$$

σε καλή συμφωνία με τη θεωρητική τιμή

$$Q = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}} = 1.225$$



Σχήμα 3.33: Οι αντιστάσεις ωL , $|Z|$, $-1/(\omega C)$ καθώς και η κατακόρυφη γραμμή στη συχνότητα συντονισμού.

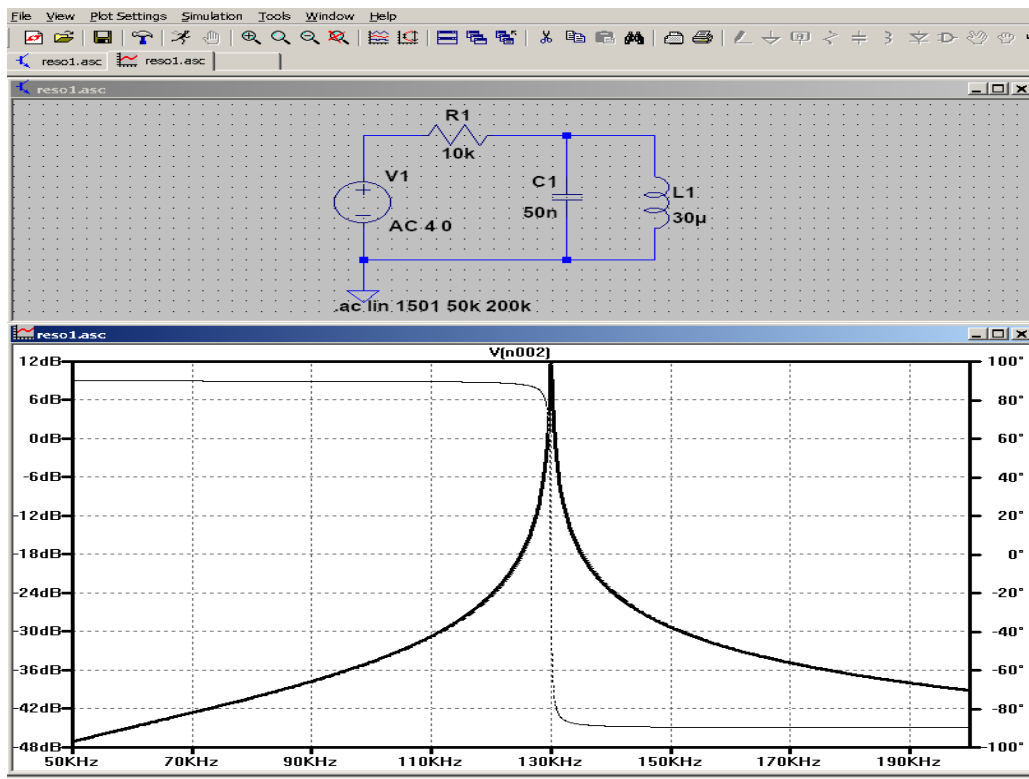
Πληροφοριακά, αν συνεχίσουμε τον προηγούμενο κώδικα octave

```
plot(f*1e-3, w.*L, f*1e-3, -1./(w.*C), f*1e-3, abs(Z));
hold on
x1 = f0*1e-3; y1=get(gca,'ylim');
plot([x1 x1],y1)
grid; xlabel('f [kHz]'); ylabel('[\Omega]')

w0=2*pi*f0
Le = 1226.4/w0
Ce = 1/(w0*1229.9)
```

μπορούμε να σχεδιάσουμε τις αντιστάσεις ωL , $|Z|$, $-1/(\omega C)$ στην ίδια γραφική παράσταση, σχ. 3.33. Εάν φέρουμε και την κατακόρυφη γραμμή που αντιστοιχεί στη συχνότητα συντονισμού βλέπουμε ότι τα σημεία τομής με τις ωL , $-1/(\omega C)$ αντιστοιχούν στις τιμές L και C του κυκλώματος. Η τομή με την $|Z|$ αντιστοιχεί στο ελάχιστό της που είναι η ωμική αντίσταση.

Σε παράλληλο κύκλωμα τώρα, με στοιχεία $R = 10 \text{ k}\Omega$, $L = 30 \text{ }\mu\text{H}$, $C = 50 \text{ nF}$ και πλάτος πηγής τάσης $V_0 = 4 \text{ V}$ σαρώνουμε τις συχνότητες από $50 - 200 \text{ kHz}$. Έχουμε συντονισμό στη συχνότητα $f_0 = 1/(2\pi\sqrt{LC}) = 129.95 \text{ kHz}$ σε συμφωνία με το μέγιστο στη γραφική της κοινής τάσης. Κάνοντας zoom και με χρήση cursors 3 dB κάτω από το μέγιστο και στις $\pm 45^\circ$ φάση μπορούμε να εντοπίσουμε την ωφέλιμη ζώνη, $f_1 = 129.78 \text{ kHz}$, $f_2 = 130.11 \text{ kHz}$, $\Delta f = 331 \text{ Hz}$ και να εκτιμήσουμε το $Q = f_0/\Delta f = 392.6$. Συγκρίνοντας με το θεωρητικό, $Q = R\sqrt{C/L} = 408.25$ βλέπουμε ότι είμαστε αρκετά κοντά με απόκλιση 3.8%. Η διαφορά οφείλεται στο ότι οι cursors δείχνουν τιμές εκεί που έχουν υπολογιστεί «πειραματικά» σημεία και δεν είναι ακριβώς στις $\pm 45^\circ$ φάση. Πειραματιστείτε και εσείς με άλλες τιμές στοιχείων και προσπαθείστε να φτιάξετε κώδικα octave που να αναπαράγει και αυτός τις ίδιες γραφικές.



Σχήμα 3.34: Απόκριση συχνότητας (πλάτος κοινής τάσης) σε dB κλίμακα με AC ανάλυση.