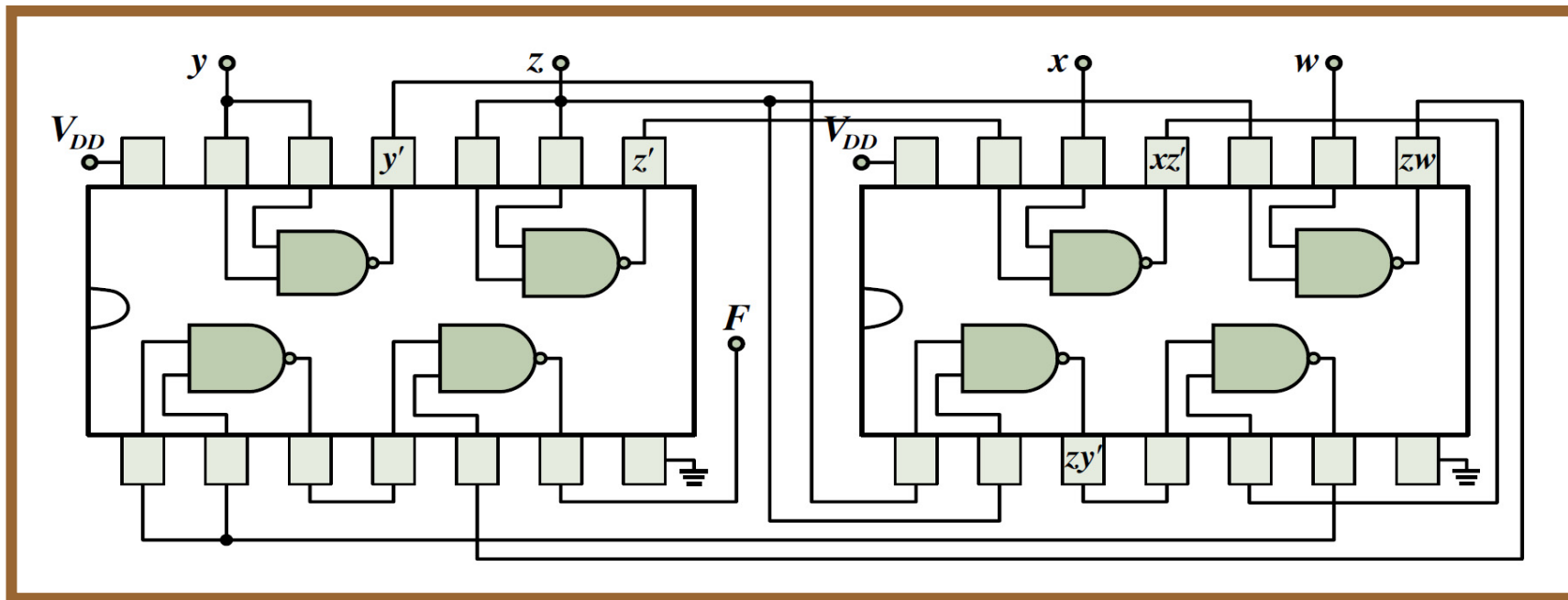


# ΨΗΦΙΑΚΗ ΛΟΓΙΚΗ ΣΧΕΔΙΑΣΗ

## - 5η ενότητα ασκήσεων -



Λάμπρος Μπισδούνης  
Καθηγητής



# 5η ενότητα ασκήσεων

---

- Στοιχεία μνήμης ακολουθιακών κυκλωμάτων
  - ✓ Μανδαλωτές (latches)
  - ✓ Φλιπ-φλοπ (flip-flops)
- Καταχωρητές
- Σύγχρονοι μετρητές

---

✓ Στοιχεία μνήμης ακολουθιακών κυκλωμάτων (μανταλωτές και φλιπ-φλοπ)

# Ακολουθιακά κυκλώματα

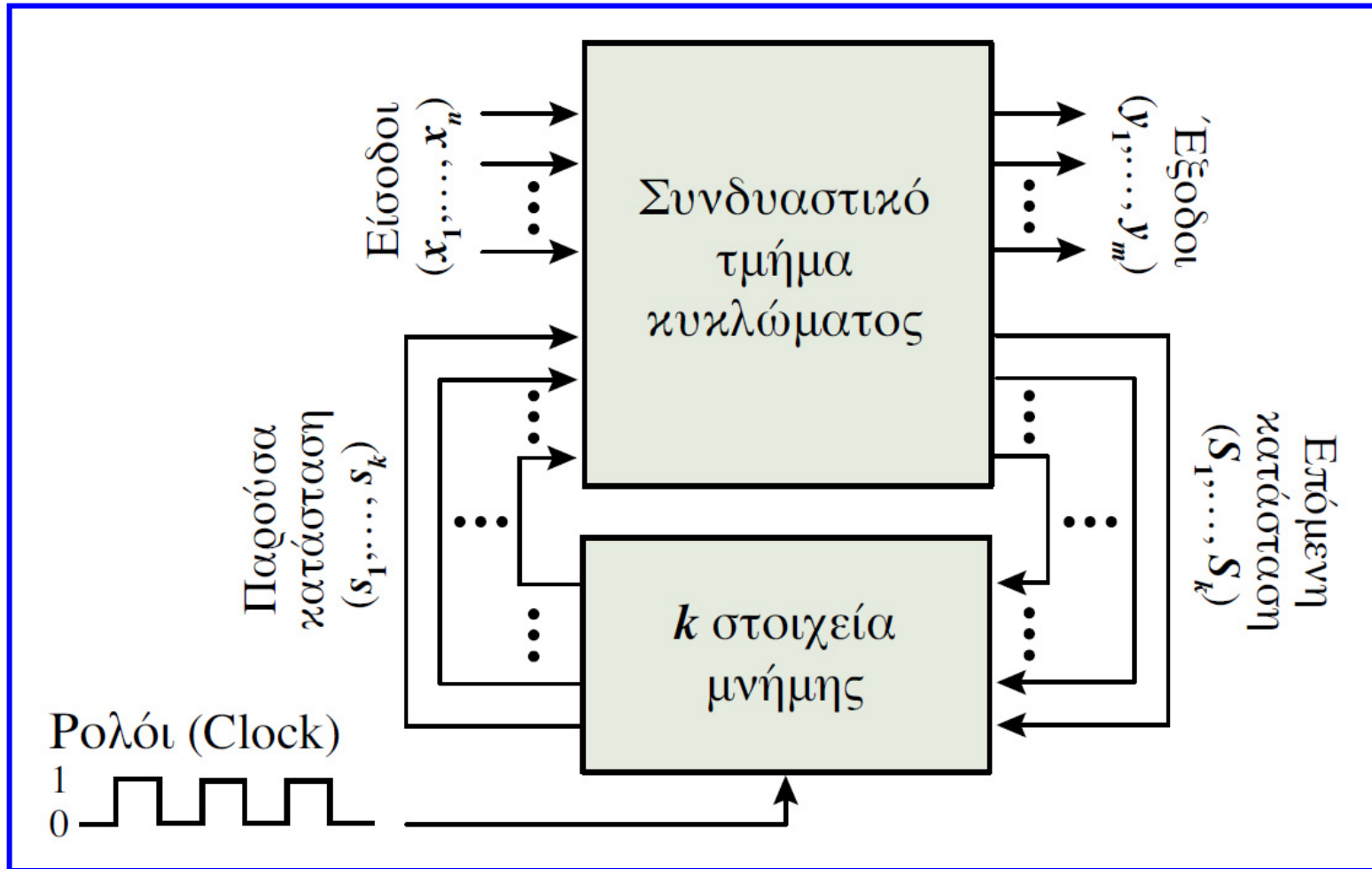
- Στα συνδυαστικά κυκλώματα, η λογική τιμή της εξόδου ή των εξόδων τους, κάθε χρονική στιγμή, εξαρτάται μόνο από τη λογική τιμή των εισόδων που εφαρμόζεται σε αυτά την ίδια χρονική στιγμή.
- Τα **ακολουθιακά κυκλώματα (sequential circuits)**, εκτός από ένα συνδυαστικό τμήμα, περιλαμβάνουν **στοιχεία (ή κυκλώματα) μνήμης** που αναφέρονται ως **μανταλωτές (latches)** και **φλιπ-φλοπ (flip-flops)**.
- Κάθε στοιχείο μνήμης μπορεί να αποθηκεύσει πληροφορία ενός δυαδικού ψηφίου.
- Έτσι, σε ένα ακολουθιακό κύκλωμα συμμετέχουν τόσα στοιχεία μνήμης, όσα και τα δυαδικά ψηφία των οποίων απαιτείται η αποθήκευση.



# Ακολουθιακά κυκλώματα

- Η πληροφορία που είναι αποθηκευμένη στα στοιχεία μνήμης ενός ακολουθιακού κυκλώματος αποτελεί την **κατάσταση (state)** του κυκλώματος.
- Η **παρούσα ή τρέχουσα κατάσταση (current state)** του κυκλώματος ανατροφοδοτείται στην είσοδο του συνδυαστικού τμήματός του.
- Οι τιμές των εισόδων και η παρούσα κατάσταση ενός ακολουθιακού κυκλώματος καθορίζουν τις τιμές των εξόδων του και την **επόμενη κατάστασή (next state)** του.
- Η κατάσταση ενός **σύγχρονου ακολουθιακού κυκλώματος** μπορεί να αλλάξει μόνο σε διακριτές χρονικές στιγμές, οι οποίες καθορίζονται από μία περιοδική σειρά παλμών που συνιστά ένα σήμα, το οποίο αναφέρεται ως **ρολόι (clock)**.

# Δομή σύγχρονου ακολουθιακού κυκλώματος

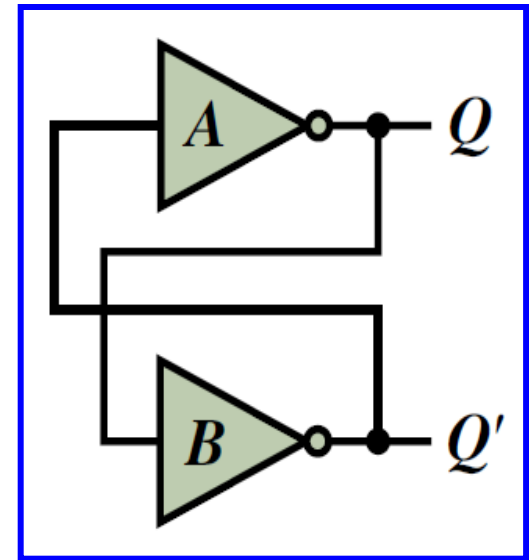


# Στοιχεία μνήμης ακολουθιακών κυκλωμάτων

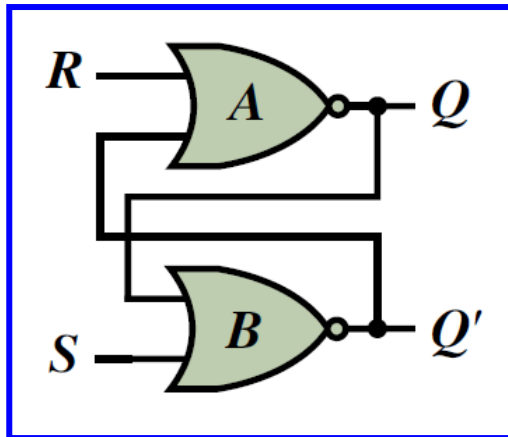
- Οι **μανταλωτές** είναι κυκλώματα με **ανατροφοδότηση**, τα οποία «παρακολουθούν» τις εισόδους τους και ανάλογα με την τιμή τους διατηρούν ή μεταβάλλουν τις τιμές των εξόδων τους σε οποιαδήποτε στιγμή (ή σε οποιαδήποτε στιγμή του διαστήματος στο οποίο μια είσοδος ενεργοποίησης έχει τιμή 1).
- Η μεταβολή των εξόδων των **φλιπ-φλοπ** συμβαίνει μόνο σε διακριτές χρονικές στιγμές (**ακμοπυροδοτούμενα**), οι οποίες καθορίζονται από το σήμα ρολογιού που εφαρμόζεται σ' αυτά. Χρησιμοποιούνται ως στοιχεία μνήμης στα **σύγχρονα ακολουθιακά κυκλώματα**.

# Βασικό κύκλωμα μανταλωτή

- Αν υποθέσουμε ότι  $Q = 0$ , τότε η έξοδος του αντιστροφέα  $B$  θα λάβει τιμή 1 (δηλ.  $Q'$ ), αφού η έξοδος  $Q$  του αντιστροφέα  $A$  συνδέεται στην είσοδο του  $B$ .
- Η έξοδος του  $B$  συνδέεται στην είσοδο του  $A$ , με αποτέλεσμα  $Q = 0$ , γεγονός που είναι σύμφωνο με την υπόθεσή μας.
- Παρομοίως, αν υποθέσουμε ότι  $Q = 1$ , τότε η έξοδος του αντιστροφέα  $B$  λαμβάνει τιμή 0 (δηλ. ξανά  $Q'$ ).
- Οι έξοδοι είναι πάντα συμπληρωματικές μεταξύ τους και όταν συμβεί μία από τις 2 καταστάσεις (δηλ.  $Q = 1$  ή  $Q = 0$ ), αυτή παραμένει, με αποτέλεσμα η **πληροφορία ενός ψηφίου να κλειδώνεται (μανταλώνεται)** στο κύκλωμα.



# Μανταλωτής SR

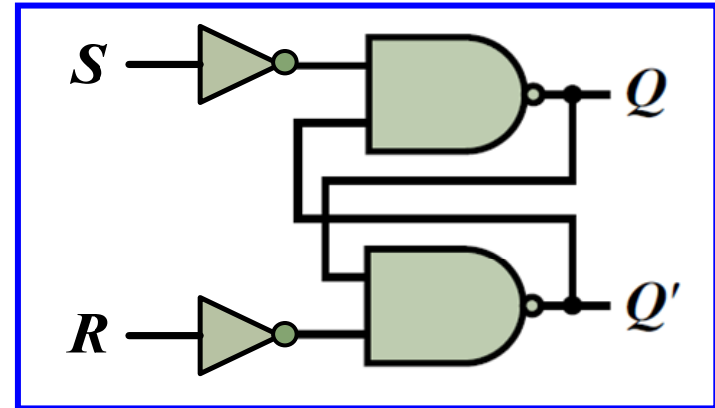


$S$	$R$	$Q_{t+1}$	$Q'_{t+1}$	Παρατηρήσεις
0	0	$Q_t$	$Q'_t$	Αμετάβλητη κατάσταση
0	1	0	1	Κατάσταση μηδενισμού
1	0	1	0	Κατάσταση θέσης
1	1	0	0	Απροσδιόριστη κατάσταση

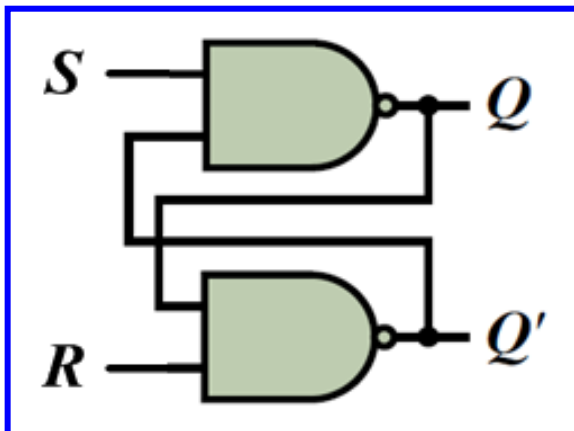
- Ο βασικός μανταλωτής δεν μπορεί να αποθηκεύσει την επιθυμητή δυαδική πληροφορία.
- Η προσθήκη της δυνατότητας αυτής μπορεί να γίνει μέσω της αντικατάστασης των αντιστροφών με λογικές πύλες NOR.
- Όταν  $S = R = 1$ , τότε οι έξοδοι των πυλών NOR λαμβάνουν τιμή 0, με αποτέλεσμα να μην είναι συμπληρωματικές μεταξύ τους (απροσδιόριστη κατάσταση).

# Μανταλωτής SR

- Ο μανταλωτής SR μπορεί επίσης να υλοποιηθεί με 2 πύλες NAND, τροφοδοτούμενες με τις συμπληρωματικές μορφές των εισόδων.



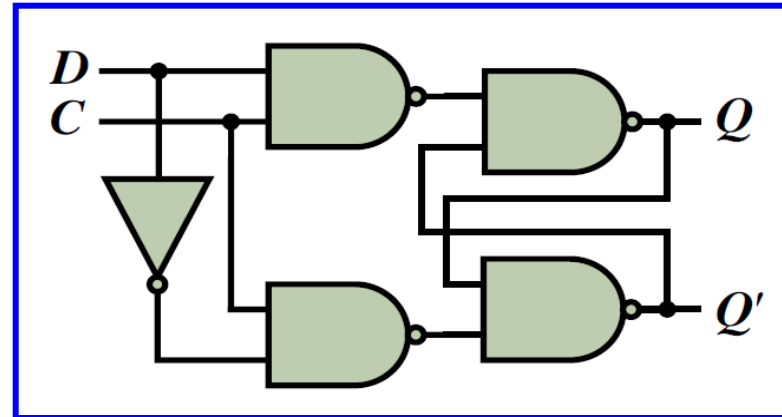
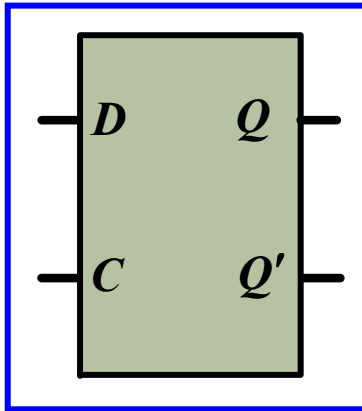
- Εάν δε χρησιμοποιήσουμε τις συμπληρωματικές μορφές των εισόδων, η λειτουργία του μανταλωτή διέπεται από διαφορετικό πίνακα με απροσδιόριστη κατάσταση όταν  $S = R = 0$ .



$S$	$R$	$Q_{t+1}$	$Q'_{t+1}$	Παρατηρήσεις
0	0	1	1	Απροσδιόριστη κατάσταση
0	1	1	0	Κατάσταση θέσης
1	0	0	1	Κατάσταση μηδενισμού
1	1	$Q_t$	$Q'_t$	Αμετάβλητη κατάσταση

# Μανταλωτής D

- Μια λύση, για την απροσδιόριστη κατάσταση είναι ο **μανταλωτής D**.
- Όταν **C=0**, η κατάσταση του μανταλωτή παραμένει αμετάβλητη, ενώ όταν **C=1** η έξοδος του μανταλωτή ακολουθεί την τιμή της εισόδου D.

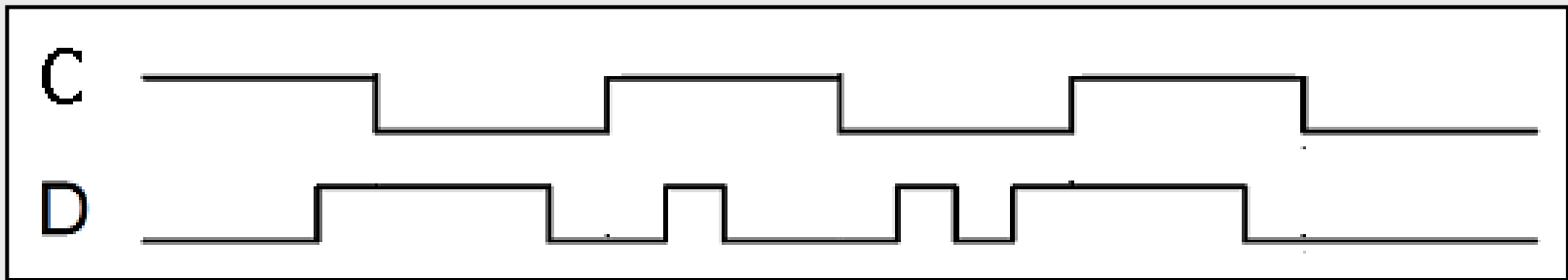


<i>C</i>	<i>D</i>	$Q_{t+1}$	$Q'_{t+1}$	Παρατηρήσεις
0	0	$Q_t$	$Q'_t$	Αμετάβλητη κατάσταση
0	1	$Q_t$	$Q'_t$	Αμετάβλητη κατάσταση
1	0	0	1	Κατάσταση μηδενισμού
1	1	1	0	Κατάσταση θέσης

$$Q_{t+1} = CD + C'Q_t$$

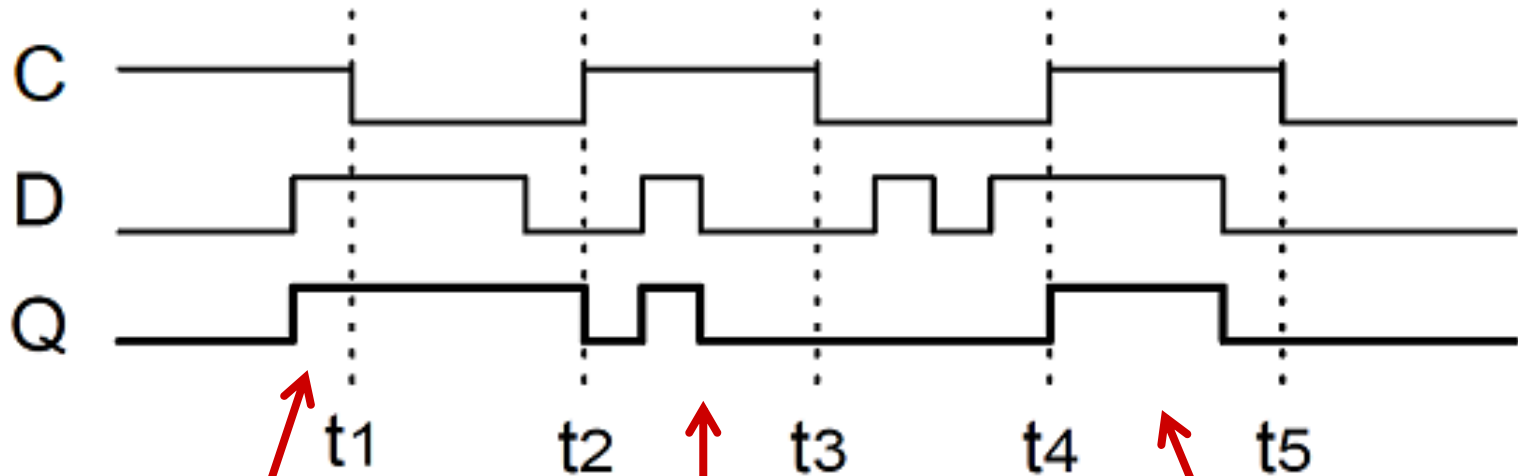
# Άσκηση 1

Για τις ακόλουθες κυματομορφές (χρονιοδιαγράμματα) της εισόδου δεδομένων (D) και της εισόδου ελέγχου (C) ενός μανταλωτή D, να σχεδιάσετε την κυματομορφή της εξόδου Q.





# Άσκηση 1



Η έξοδος Q κρατά την τιμή που είχε η είσοδος D πριν κατέλθει ο παλμός της εισόδου ελέγχου

Η έξοδος Q παρακολουθεί την είσοδο D μέχρι να κατέλθει ο παλμός της εισόδου ελέγχου, οπότε και μανταλώνει στην τελευταία τιμή της εισόδου D

Κατά τη διάρκεια που η είσοδος ελέγχου έχει τιμή 1, η έξοδος Q παρακολουθεί την είσοδο D

## Άσκηση 2

---

Να υλοποιήσετε ένα μανταλωτή D, χρησιμοποιώντας:

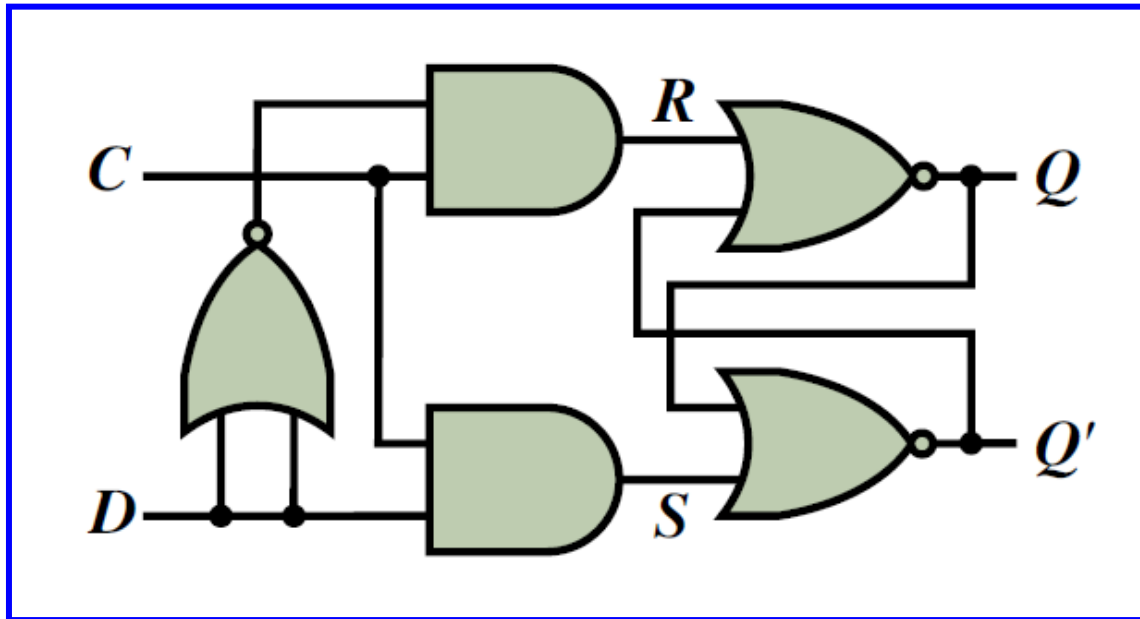
- (α) πύλες AND και NOR δύο εισόδων,
- (β) μόνο πύλες NOR δύο εισόδων,
- (γ) πύλες OR και NAND δύο εισόδων.

## Άσκηση 2

Για την υλοποίηση ενός μανταλωτή  $D$  με πύλες AND και NOR, είναι βολικό να χρησιμοποιήσουμε το μανταλωτή SR που απαρτίζεται από δύο πύλες NOR. Όταν η είσοδος ενεργοποίησης του προς υλοποίηση μανταλωτή  $D$  έχει λογική τιμή 0, τότε οι εισοδοί του μανταλωτή SR θα πρέπει να λαμβάνουν τιμή 0 ( $S = R = 0$ ), έτσι ώστε οι έξοδοι του μανταλωτή να παραμένουν στην ίδια κατάσταση, δηλαδή  $Q_{t+1} = Q_t$  και  $Q'_{t+1} = Q'_t$ .

Όταν η είσοδος  $C$  έχει λογική τιμή 1 και  $D = 1$ , τότε θα πρέπει  $S = 1$  και  $R = 0$ , ώστε ο μανταλωτής SR να οδηγείται σε κατάσταση θέσης, ενώ όταν  $D = 0$ , τότε θα πρέπει  $S = 0$  και  $R = 1$ , ώστε ο μανταλωτής να οδηγείται σε κατάσταση μηδενισμού. Συμπερασματικά, λοιπόν, θα πρέπει  $S = CD$  και  $R = CD'$ , εκφράσεις που υλοποιούνται με μία πύλη NOR (για την αντιστροφή της εισόδου  $D$ ) και δύο πύλες AND δύο εισόδων.

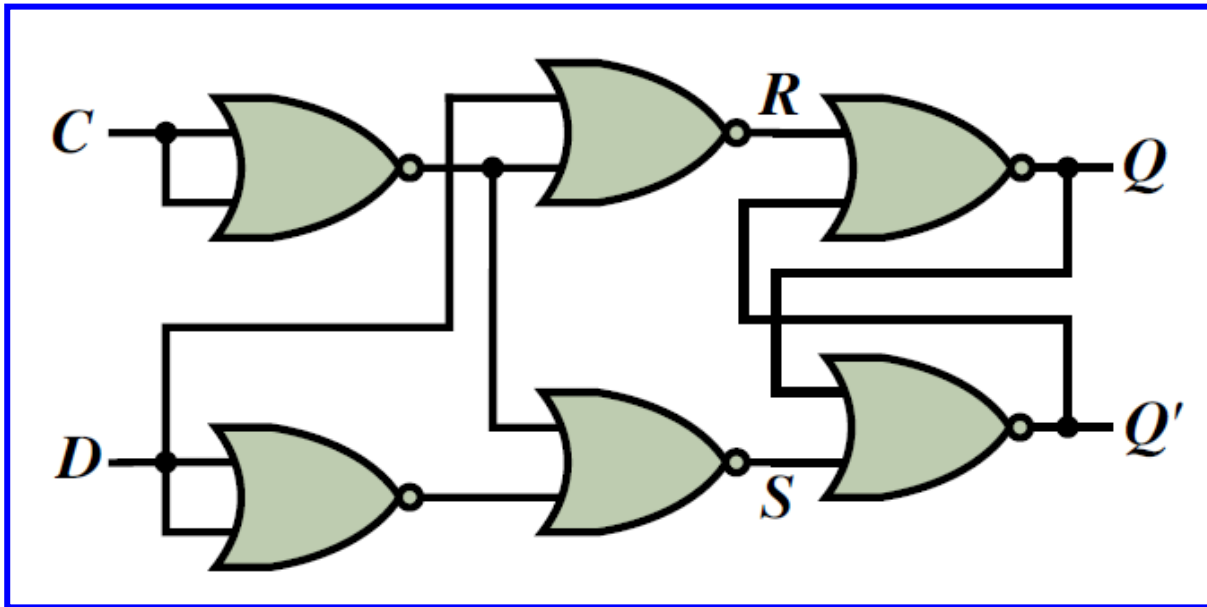
# Άσκηση 2



## Άσκηση 2

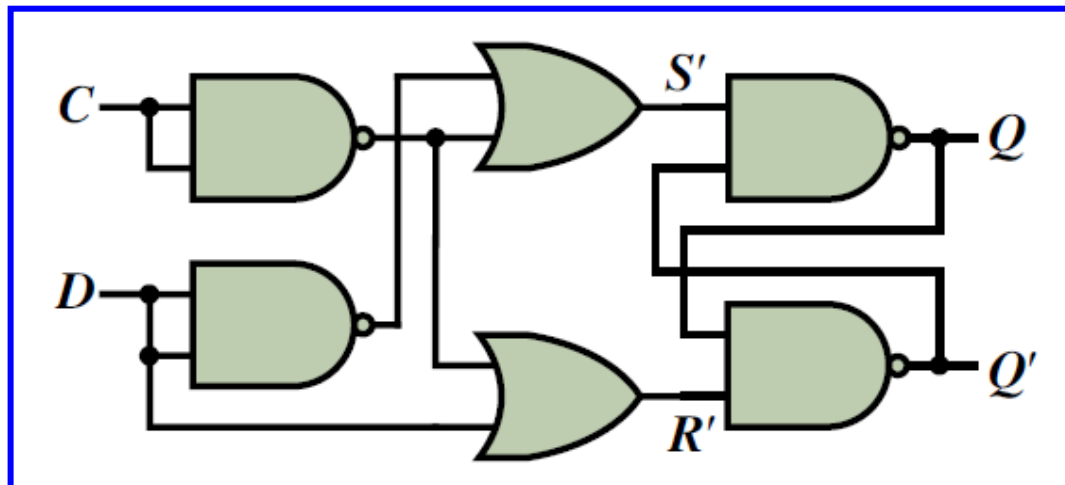
Για την υλοποίηση ενός μανταλωτή D μόνο με πύλες NOR, θα πρέπει να χρησιμοποιήσουμε τον ίδιο μανταλωτή SR. Στην περίπτωση αυτή, υλοποιούμε τις αλγεβρικές εκφράσεις  $S = CD$  και  $R = CD'$  με 4 πύλες NOR 2 εισόδων:

$$S = CD = (C' + D) \text{ και } R = CD' = (C + D')$$



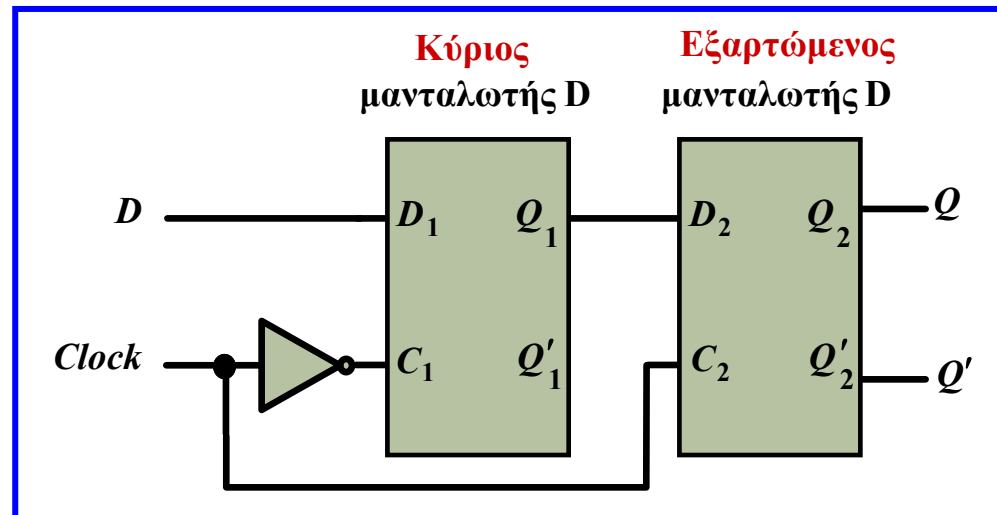
## Άσκηση 2

Για την υλοποίηση ενός μανταλωτή D με πύλες OR και NAND δύο εισόδων, θα πρέπει να χρησιμοποιήσετε το μανταλωτή SR που απαρτίζεται από 2 πύλες NAND 2 εισόδων. Με βάση την ανάλυση λειτουργίας του μανταλωτή D με πύλες NAND, ισχύει  $S = (CD)'$  και  $R = (CD)'$ , ώστε να εξασφαλιστεί η ορθή λειτουργία του μανταλωτή D. Υλοποιούμε τις εκφράσεις αυτές με 2 πύλες NAND 2 εισόδων (για την αντιστροφή των εισόδων  $C$  και  $D$ ) και 2 πύλες OR:



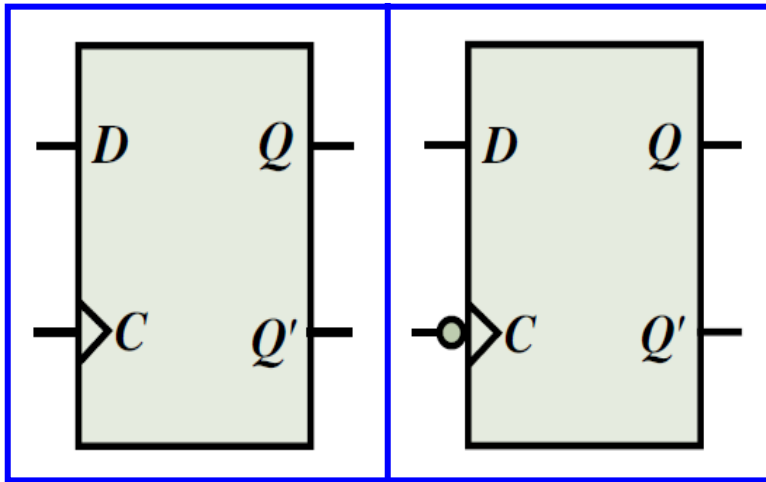
# Φλιπ-φλοπ D

- Ένα ακμοπυροδοτούμενο στην ανερχόμενη ακμή φλιπ-φλοπ D, συνδυάζει 2 μανταλωτές D και αναφέρεται ως **φλιπ-φλοπ κύριου-εξαρτώμενου (master-slave flip-flop)**.
- Clock = 0: η είσοδος D μεταφέρεται στην έξοδο του κύριου μανταλωτή, ενώ η έξοδος του κύριου (και η είσοδος του εξαρτώμενου μανταλωτή) δεν μεταφέρεται στην έξοδο Q.
- Clock 0  $\rightarrow$  1: η έξοδος του κύριου μανταλωτή μεταφέρεται στην Q.
- Clock = 1: η έξοδος του κύριου μανταλωτή δεν αλλάζει.
- Έτσι, η κατάσταση του φλιπ-φλοπ μπορεί να αλλάξει **μόνο στην ανερχόμενη ακμή του Clock**.



# Φλιπ-φλοπ D

Σύμβολα του φλιπ-φλοπ D



$$Q_{t+1} = D$$

Χαρακτηριστική εξίσωση

$D$	$Q_t$	$Q_{t+1}$
0	0	0
0	1	0
1	0	1
1	1	1

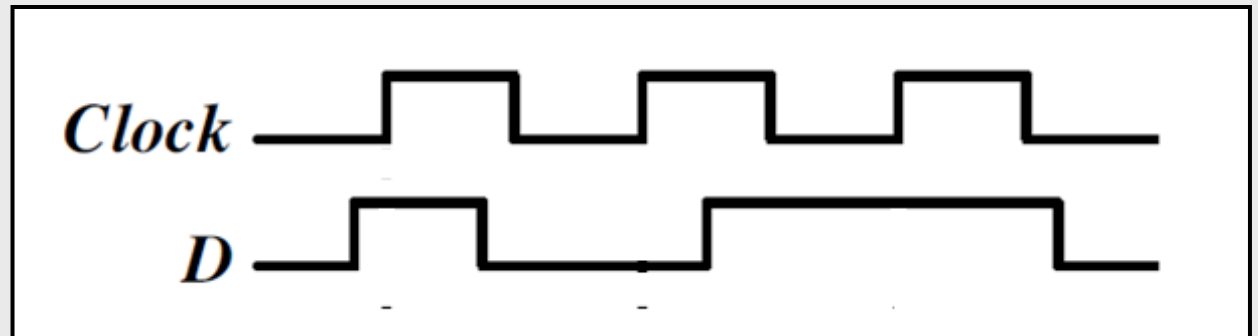
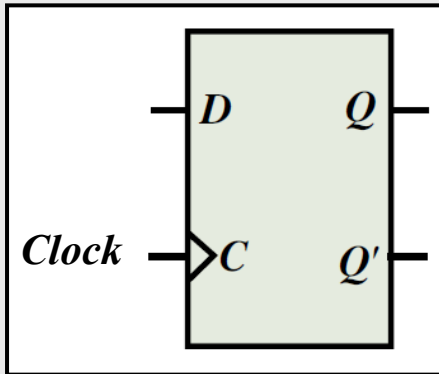
$D$	$Q_{t+1}$
0	0
1	1

Πίνακες λειτουργίας ή  
χαρακτηριστικοί πίνακες

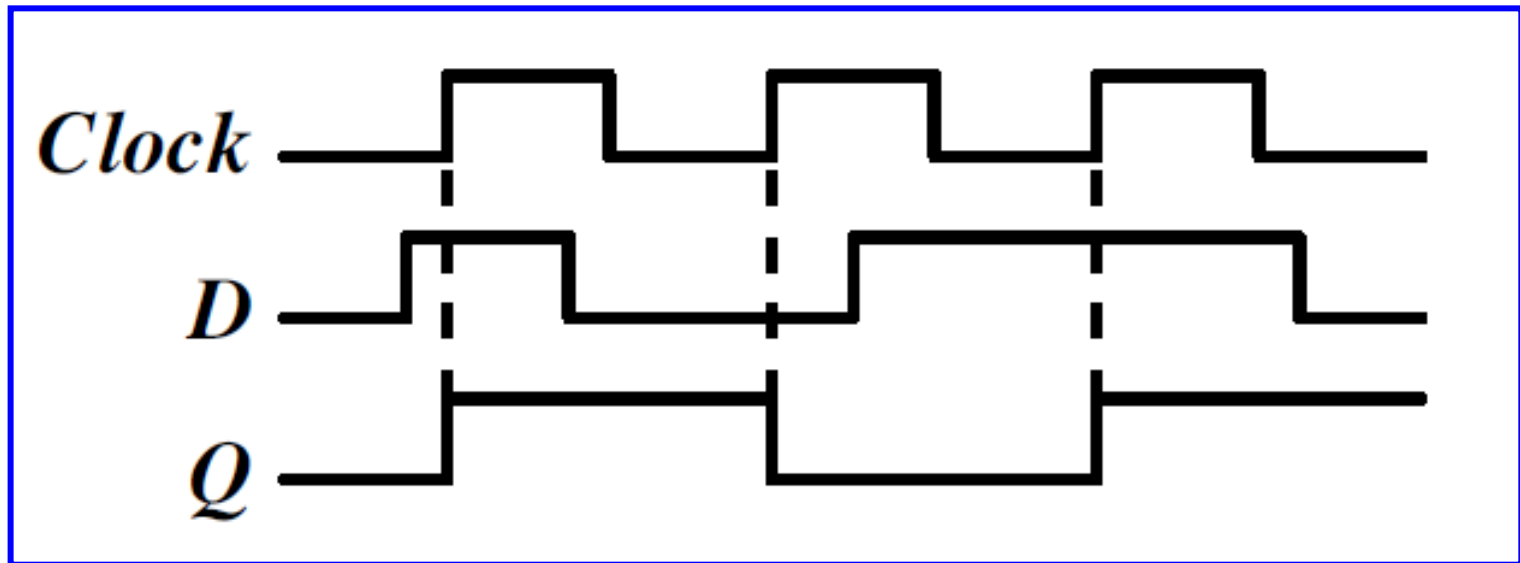


# Άσκηση 3

Για τις ακόλουθες κυματομορφές (χρονοδιαγράμματα) της εισόδου δεδομένων ( $D$ ) και του σήματος ρολογιού ενός φλιπ-φλοπ  $D$ , να σχεδιάσετε την κυματομορφή της εξόδου του  $Q$ .

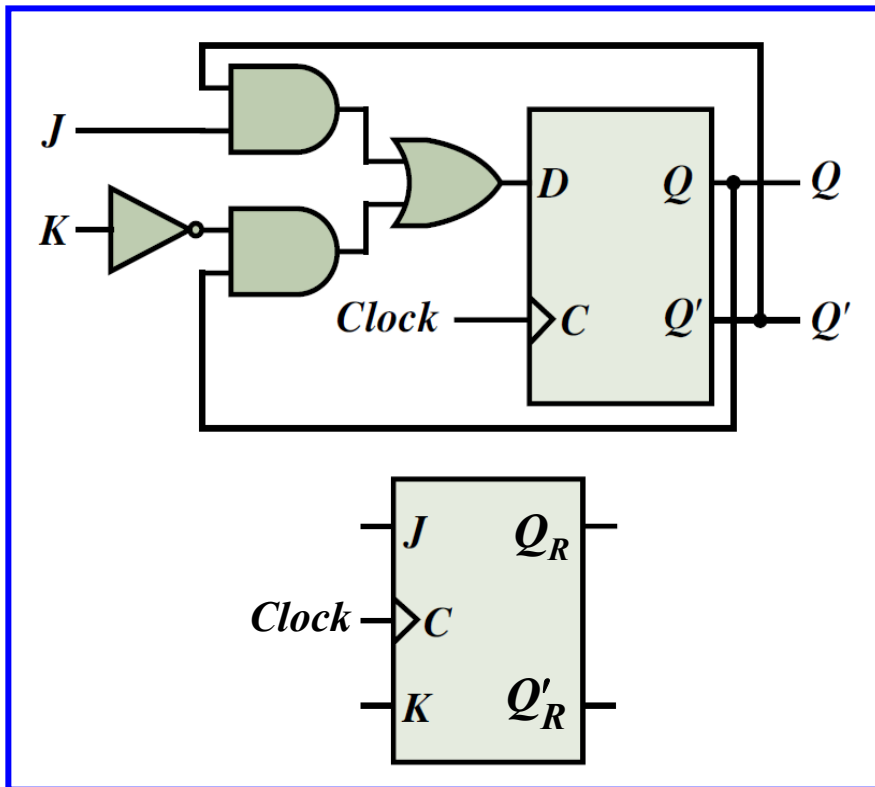


# Άσκηση 3



# Φλιπ-φλοπ JK

Με το φλιπ-φλοπ D είναι δυνατή η μεταφορά των τιμών της εισόδου D στην έξοδό του, κατά την ακμή του σήματος ρολογιού, ενώ με το φλιπ-φλοπ JK είναι δυνατή η **οδήγηση της εξόδου σε τιμή 0 ή 1,** καθώς **και η λήψη της συμπληρωματικής της.**



$J$	$K$	$Q_t$	$Q_{t+1}$
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	0
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	0

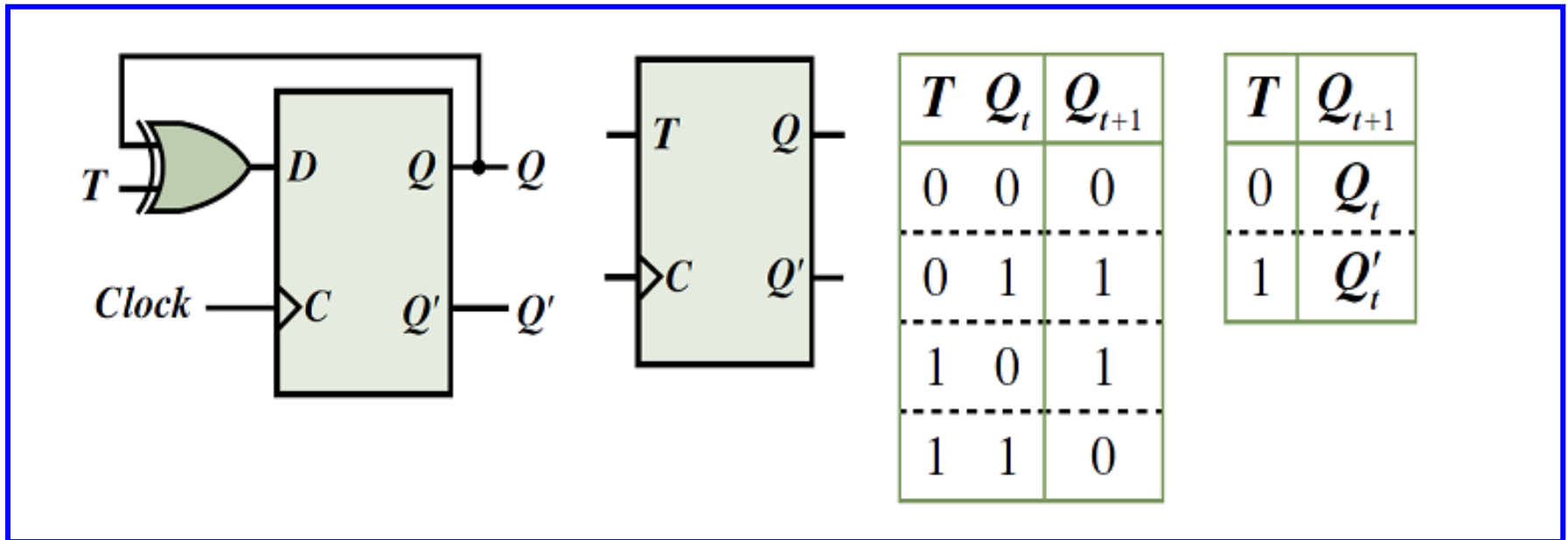
$J$	$K$	$Q_{t+1}$
0	0	$Q_t$
0	1	0
1	0	1
1	1	$Q'_t$

$$Q_{t+1} = JQ'_t + K'Q_t$$

# Φλιπ-φλοπ T

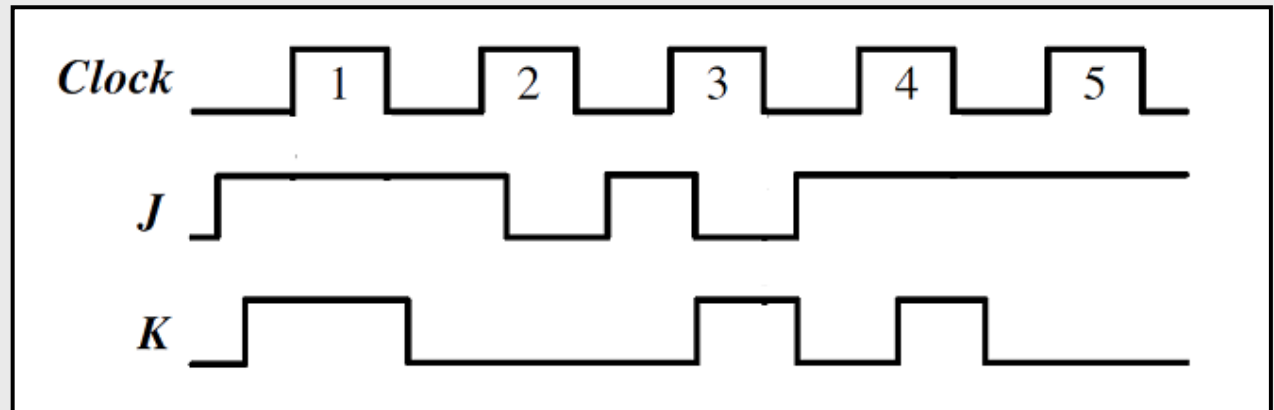
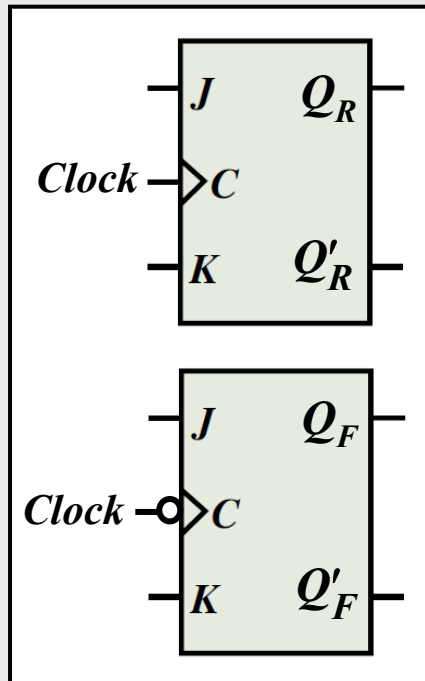
Το **φλιπ-φλοπ T** περιλαμβάνει μία είσοδο δεδομένων (T) και υλοποιείται εύκολα με συνδυασμό ενός **φλιπ-φλοπ D** και μιας πύλης **XOR** δύο εισόδων



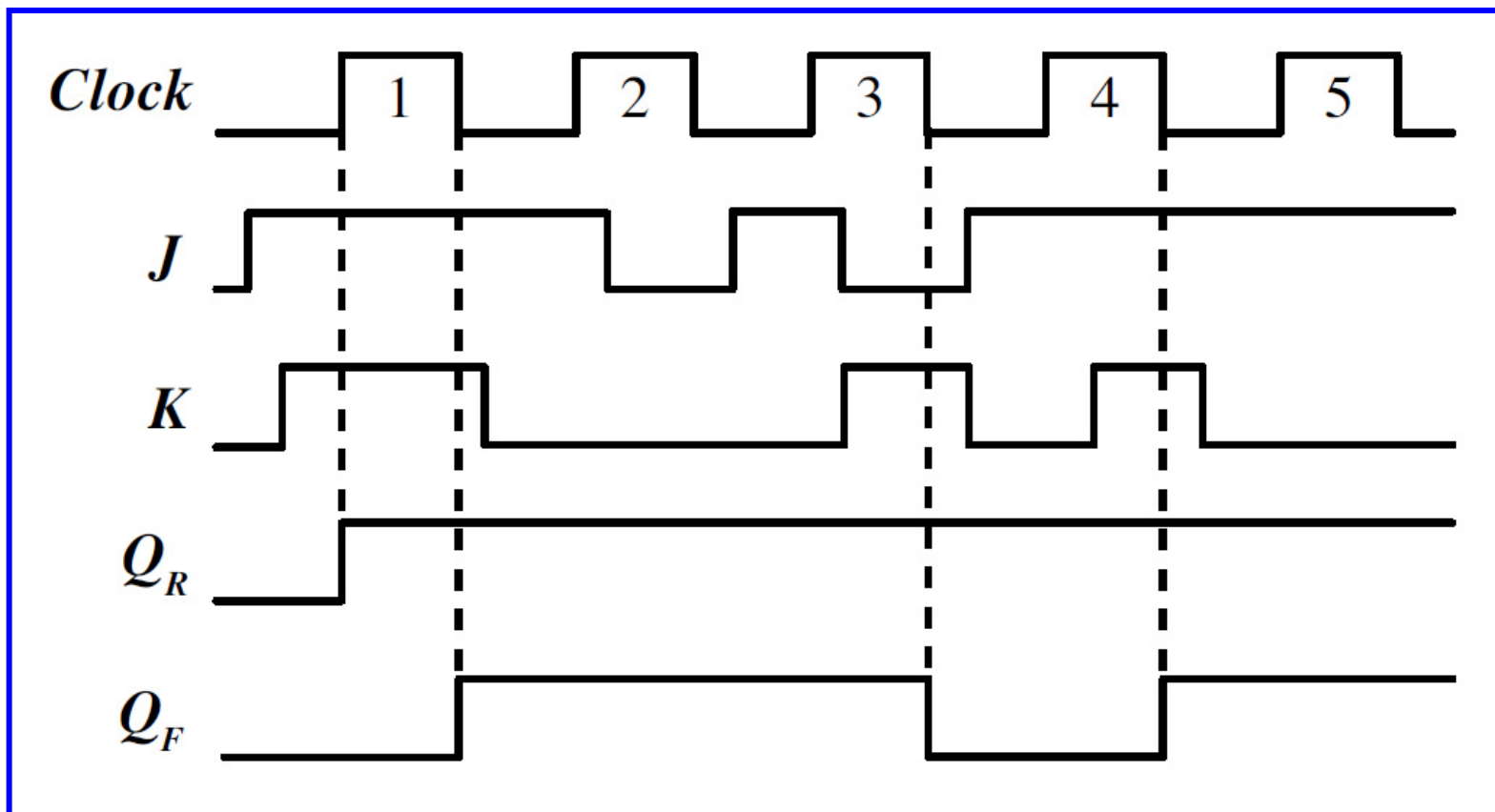
$$Q_{t+1} = T \oplus Q_t$$

# Άσκηση 4

Για τις ακόλουθες κυματομορφές (χρονοδιαγράμματα) των εισόδων  $J$ ,  $K$  και του σήματος ρολογιού των δύο φλιπ-φλοπ JK (θετικής και αρνητικής πυροδότησης), να σχεδιάσετε τις κυματομορφές των εξόδων τους.



# Άσκηση 4



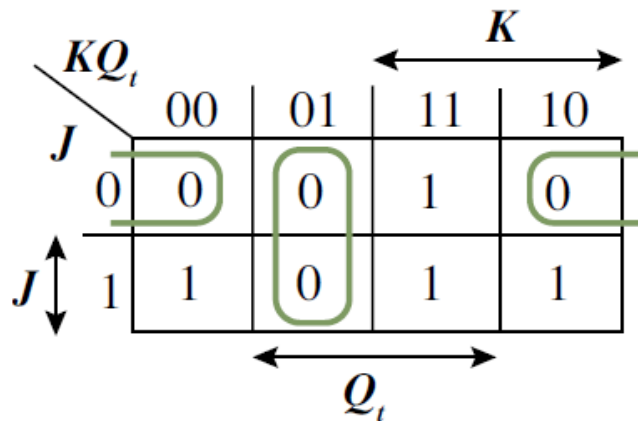
# Άσκηση 5

Εάν έχετε στη διάθεσή σας λογικές πύλες NOR δύο εισόδων και ένα φλιπ-φλοπ T, να υλοποιήσετε ένα φλιπ-φλοπ JK.

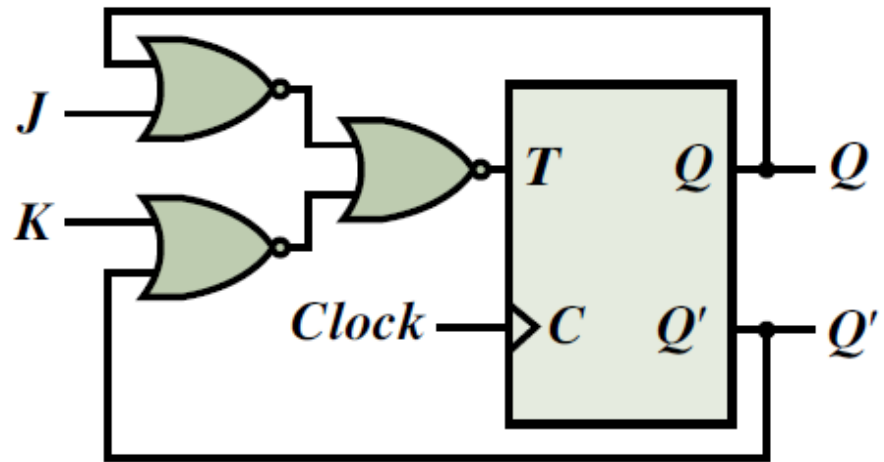
Αρκεί, να συνθέσουμε με τις διαθέσιμες πύλες NOR δύο εισόδων το συνδυαστικό κύκλωμα προσδιορισμού της εισόδου  $T$  του διαθέσιμου φλιπ-φλοπ για τις δύο περιπτώσεις. Μια προσέγγιση είναι να ξεκινήσετε από τον πίνακα λειτουργίας του φλιπ-φλοπ JK με μία επιπλέον στήλη, στην οποία θα καταγράφονται οι τιμές της εισόδου  $T$  για κάθε ζεύγος τιμών παρούσας και επόμενης κατάστασης. Η τιμή του  $T$  είναι 0 όταν η παρούσα κατάσταση είναι ίδια με την επόμενη και 1 όταν οι 2 καταστάσεις έχουν διαφορετική τιμή. Στη συνέχεια, σχηματίζουμε το χάρτη Karnaugh της συνάρτησης προσδιορισμού της εισόδου  $T$  και ομαδοποιούμε σε αυτόν τα τετράγωνα που περιέχουν μηδενικά, ώστε να οδηγηθούμε εύκολα στην ακόλουθη μορφή γινομένου αθροισμάτων, που είναι κατάλληλη για υλοποίηση με πύλες NOR.

# Άσκηση 5

$J$	$K$	$Q_t$	$Q_{t+1}$	$T$
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	0	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	1
1	0	1	1	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	1



$$T' = J'Q_t' + K'Q_t \Rightarrow T = (J'Q_t' + K'Q_t)' = (J + Q_t)(K + Q_t')$$





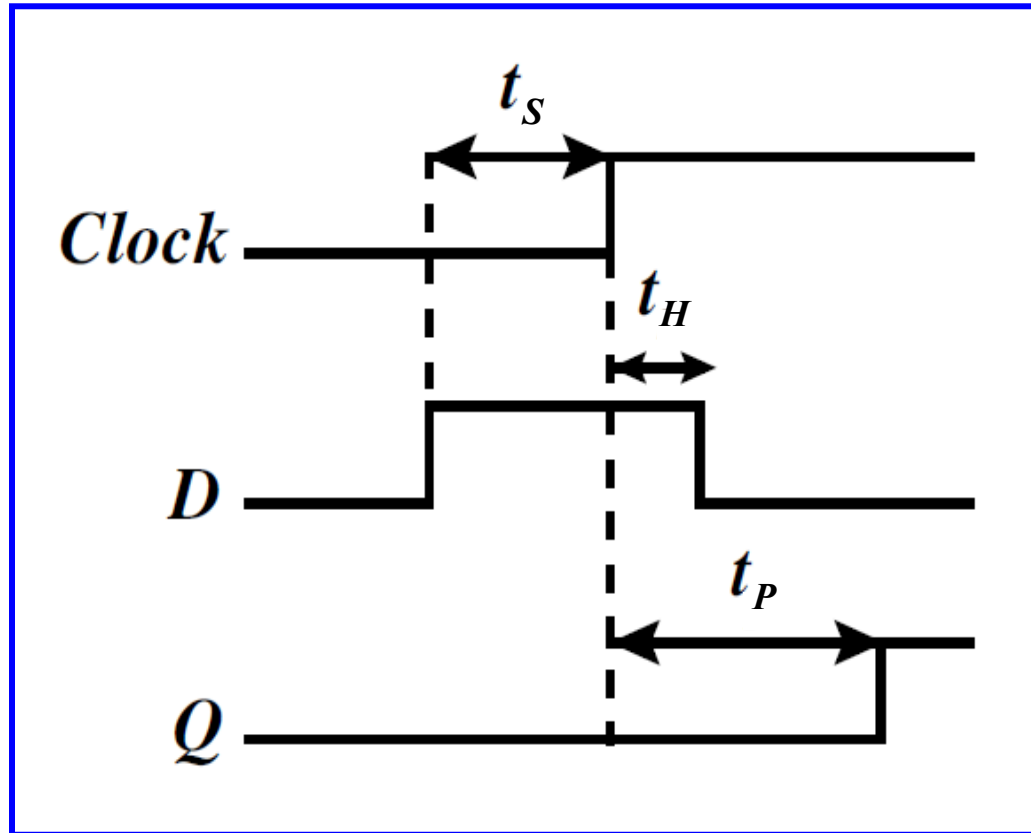
# Χρονικοί περιορισμοί στα φλιπ-φλοπ

- Η αλλαγή κατάστασης ενός ακμοπυροδοτούμενου φλιπ-φλοπ γίνεται ακριβώς τη χρονική στιγμή έλευσης της ακμής του σήματος ρολογιού, στην οποία πυροδοτείται το φλιπ-φλοπ.
- Η νέα κατάσταση σταθεροποιείται μετά την πάροδο χρονικού διαστήματος που αναφέρεται ως **καθυστέρηση διάδοσης (propagation delay,  $t_p$ )** και οφείλεται στην καθυστέρηση απόκρισης των λογικών πυλών που παρεμβάλλονται μεταξύ της εισόδου του σήματος ρολογιού και της εξόδου.
- Στα ακμοπυροδοτούμενα φλιπ-φλοπ, θα πρέπει να λαμβάνονται υπόψη δύο χρονικοί περιορισμοί που σχετίζονται με την ανταπόκριση τους στις αλλαγές τιμής της (των) εισόδου(ων) δεδομένων και του σήματος ρολογιού.

# Χρονικοί περιορισμοί στα φλιπ-φλοπ

- Οι περιορισμοί αυτοί αφορούν το **χρόνο προετοιμασίας (setup time,  $t_s$ )** και το **χρόνο παραμονής (hold time,  $t_h$ )**.
- **Χρόνος προετοιμασίας** σε ένα φλιπ-φλοπ D είναι το ελάχιστο χρονικό διάστημα πριν από την έλευση της ακμής του σήματος ρολογιού, στην οποία πυροδοτείται το φλιπ-φλοπ, κατά το οποίο η είσοδος δεδομένων θα πρέπει να διατηρείται σταθερή στην επιθυμητή λογική τιμή, ώστε αυτή να μεταφερθεί στην έξοδο του φλιπ-φλοπ.
- **Χρόνος παραμονής** είναι το ελάχιστο χρονικό διάστημα μετά την έλευση της ακμής του σήματος ρολογιού στην οποία πυροδοτείται το φλιπ-φλοπ, κατά το οποίο η είσοδος δεδομένων θα πρέπει να παραμείνει σταθερή στην επιθυμητή λογική τιμή.

# Χρονικοί περιορισμοί στα φλιπ-φλοπ

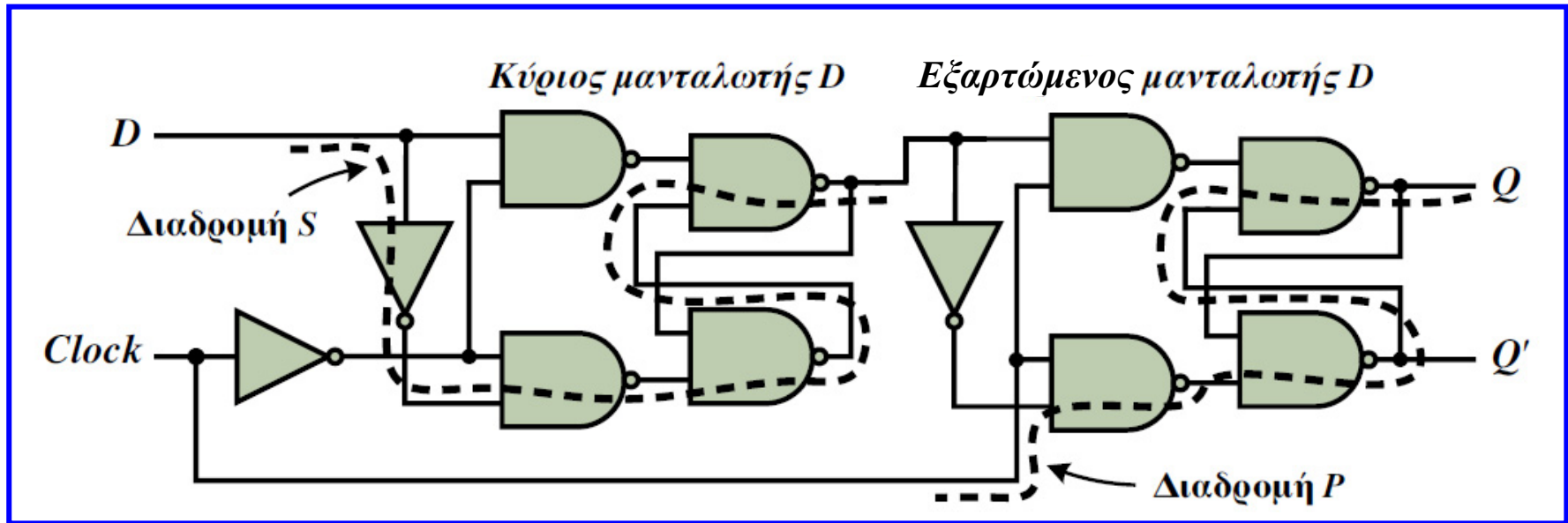


# Άσκηση 6

---

Εάν υποθέσουμε ότι καθεμία από τις λογικές πύλες που συνθέτουν τα φλιπ-φλοπ D κύριου-εξαρτώμενου έχει καθυστέρηση απόκρισης 5 ns, να προσδιορίσετε την καθυστέρηση διάδοσης ( $t_p$ ), το χρόνο προετοιμασίας ( $t_s$ ) και το χρόνο διατήρησης ( $t_h$ ) του φλιπ-φλοπ.

# Άσκηση 6



Στο φλιπ-φλοπ δύο επιπέδων, η καθυστέρηση από την έλευση της ανερχόμενης ακμής του ρολογιού έως τη μεταβολή της εξόδου του φλιπ-φλοπ καθορίζεται από τη διαδρομή *P*. Η καθυστέρηση αυτή ισούται με την καθυστέρηση απόκρισης τριών πυλών NAND, δηλαδή  $t_p = 3 \times 5 \text{ ns} = 15 \text{ ns}$ . Η τιμή της εισόδου δεδομένων (*D*) μεταφέρεται στην έξοδο του κύριου μανταλωτή, όταν το σήμα ρολογιού έχει τιμή 0, έτσι ώστε η τιμή αυτή να μεταφερθεί στην έξοδο του φλιπ-φλοπ κατά την ανερχόμενη ακμή του σήματος ρολογιού.

# Άσκηση 6

Συνεπώς, για να λειτουργεί αξιόπιστα το κύκλωμα, θα πρέπει η έξοδος του κύριου μανταλωτή να έχει σταθεροποιηθεί στην επιθυμητή τιμή της εισόδου δεδομένων, πριν από την έλευση της ανερχόμενης ακμής του σήματος ρολογιού. Ο χρόνος που απαιτείται γι' αυτό (χρόνος προετοιμασίας,  $t_s$ ) καθορίζεται από τη διαδρομή  $S$ , και ισούται με την καθυστέρηση απόκρισης ενός αντιστροφέα και τριών πυλών NAND, δηλαδή  $t_s = 4 \times 5 \text{ ns} = 20 \text{ ns}$ . Για την αξιόπιστη λειτουργία του φλιπ-φλοπ, θα πρέπει, επίσης, η επιθυμητή τιμή της εισόδου δεδομένων να παραμένει σταθερή για χρονικό διάστημα που αναφέρεται ως χρόνος συγκράτησης ( $t_h$ ), μετά την έλευση της ανερχόμενης ακμής του σήματος ρολογιού. Ο χρόνος συγκράτησης ισούται με την καθυστέρηση απόκρισης του αντιστροφέα μέσω του οποίου τροφοδοτείται το σήμα ρολογιού στον κύριο μανταλωτή (δηλαδή  $t_h = 5 \text{ ns}$ ), λόγω του ότι αυτός είναι ο χρόνος που απαιτείται, ώστε η μηδενική έξοδος του αντιστροφέα να αποτρέψει την πρόσβαση νέας τιμής της εισόδου δεδομένων στον κύριο μανταλωτή.

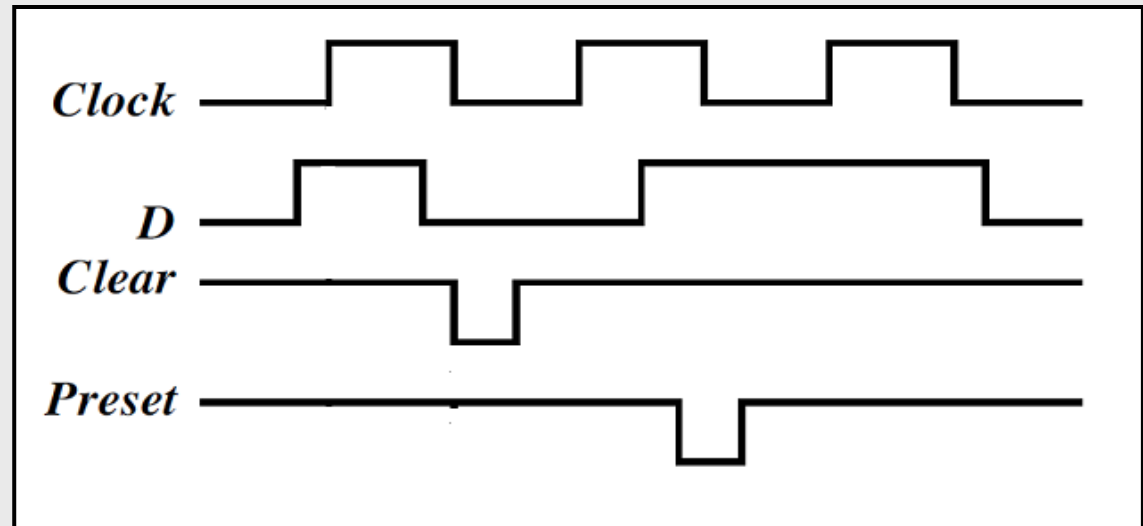
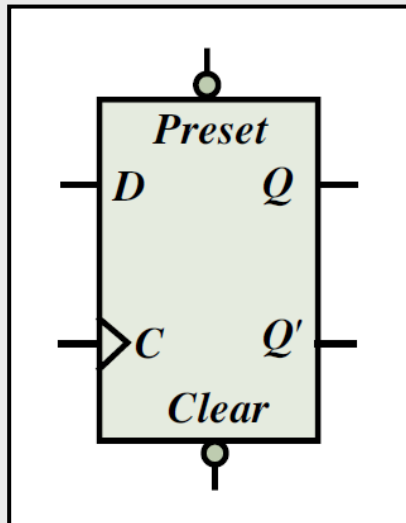


# Ασύγχρονες εισοδοι στα φλιπ-φλοπ

- Στα φλιπ-φλοπ είναι δυνατή η προσθήκη **ασύγχρονων εισόδων (asynchronous inputs)**, των οποίων η επίδραση στη λειτουργία των στοιχείων είναι άμεση και ανεξάρτητη από το σήμα ρολογιού.
- Οι εισοδοι αυτές χρησιμοποιούνται για να οδηγήσουν τα φλιπ-φλοπ σε κατάσταση θέσης ή σε κατάσταση μηδενισμού, σε οποιαδήποτε χρονική στιγμή και ανεξάρτητα από την τιμή των υπόλοιπων εισόδων.
- Για το λόγο αυτόν αναφέρονται ως εισοδοι **πρόθεσης (preset)** και **καθαρισμού (clear)**.
- Οι εισοδοι πρόθεσης και μηδενισμού ενεργοποιούνται όταν λαμβάνουν λογική τιμή 0, και η περίπτωση ταυτόχρονης ενεργοποίησής τους θα πρέπει να αποφεύγεται, αφού οδηγεί το φλιπ-φλοπ σε απροσδιόριστη κατάσταση.

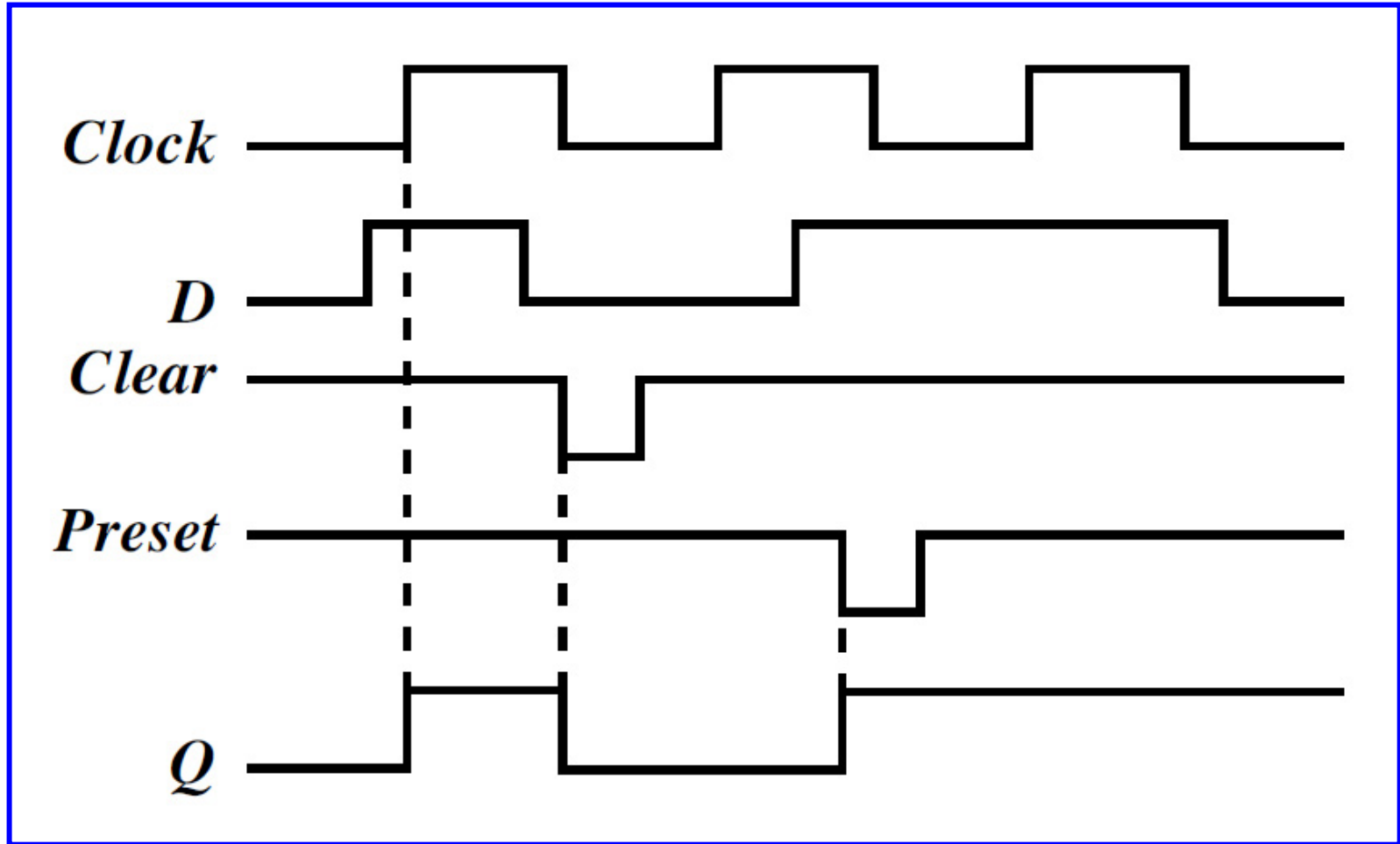
# Άσκηση 7

Για τις ακόλουθες κυματομορφές (χρονοδιαγράμματα) της εισόδου δεδομένων (D), των ασύγχρονων εισόδων και του σήματος ρολογιού ενός φλιπ-φλοπ D, να σχεδιάσετε την κυματομορφή της εξόδου του Q.



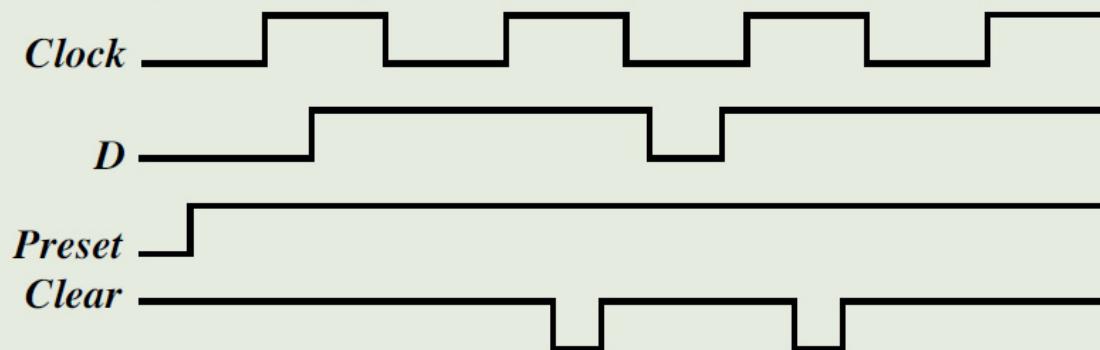


# Άσκηση 7



# Άσκηση 8

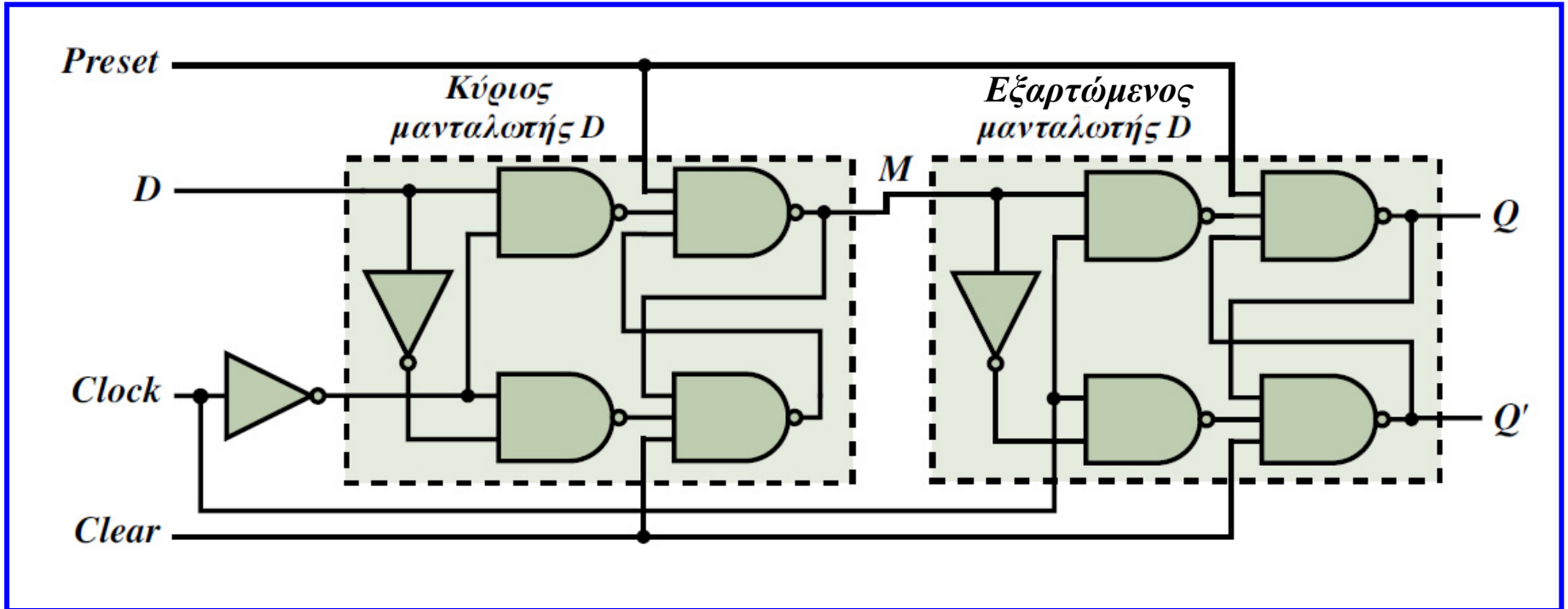
Αφού τροποποιήσετε το φλιπ-φλοπ κύριου-εξαρτώμενου, ώστε να περιλαμβάνει ασύγχρονες εισόδους πρόθεσης και καθαρισμού, να σχεδιάσετε τις κυματομορφές των εξόδων του κύριου και του εξαρτώμενου μανταλωτή, με βάση τις κυματομορφές του σήματος ρολογιού, της εισόδου δεδομένων και των ασύγχρονων εισόδων, που δίνονται στο παρακάτω σχήμα. Να θεωρήσετε ότι οι καθυστερήσεις απόκρισης όλων των πυλών που συνθέτουν το φλιπ-φλοπ είναι μηδενικές.



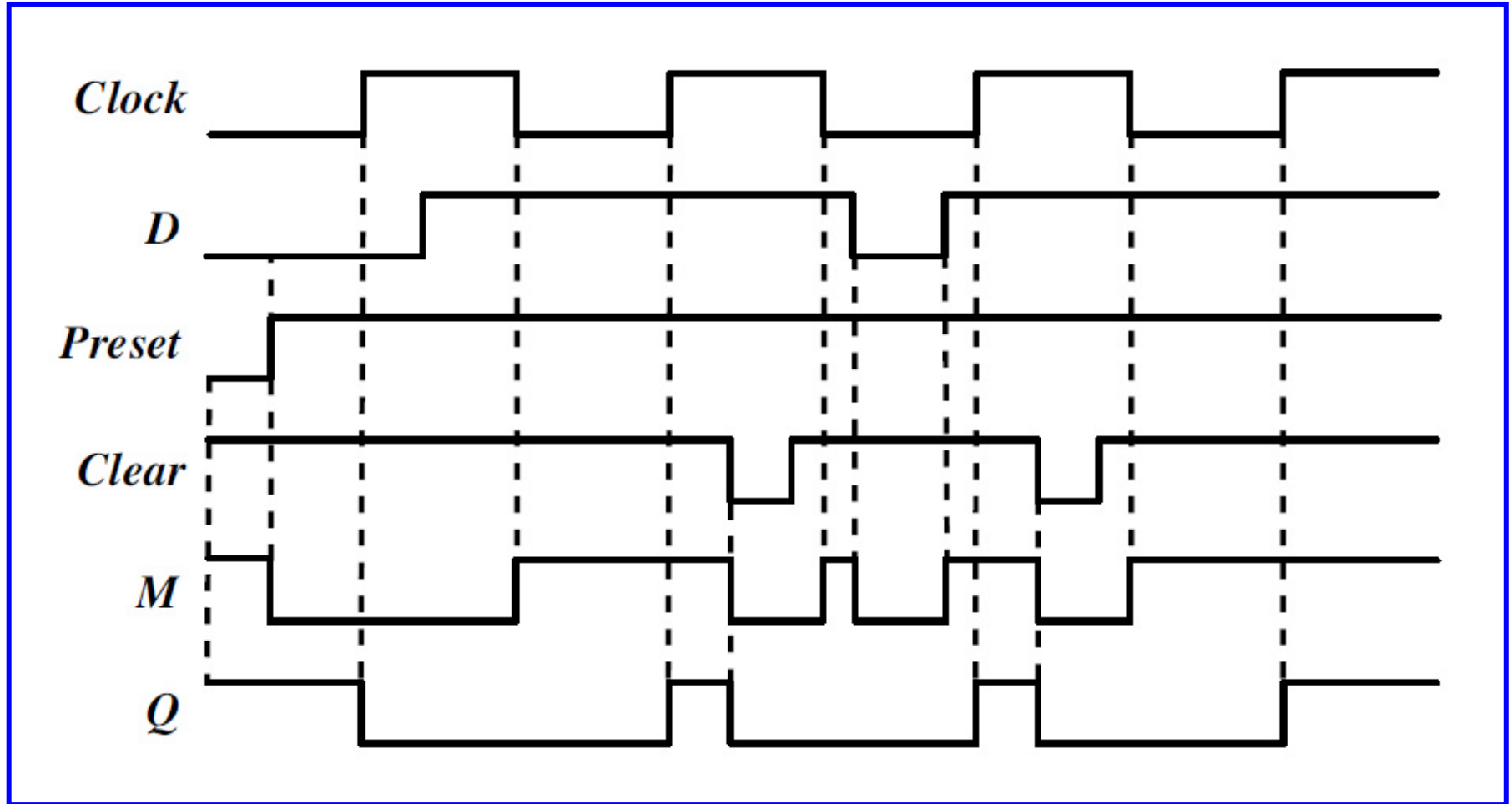
# Άσκηση 8

Αφού σκοπός των ασύγχρονων εισόδων πρόθεσης και καθαρισμού είναι η θέση ή ο μηδενισμός του φλιπ-φλοπ, ανεξάρτητα από τις τιμές των υπόλοιπων εισόδων του, θα πρέπει η προσθήκη στο φλιπ-φλοπ δύο επιπέδων να θέτει ή να μηδενίζει, αντίστοιχα, τους μανταλωτές SR εξόδου των δύο μανταλωτών D (κύριου και εξαρτώμενου). Αυτό μπορεί να γίνει εύκολα με αντικατάσταση των πυλών δύο εισόδων των δύο μανταλωτών SR με πύλες 3 εισόδων, στις οποίες θα πρέπει να τροφοδοτήσετε κατάλληλα τις εισόδους πρόθεσης και καθαρισμού. Στο κύκλωμα αυτό, όταν η είσοδος πρόθεσης λαμβάνει τιμή 0, τότε και οι δύο μανταλωτές D οδηγούνται σε κατάσταση θέσης, ενώ όταν η είσοδος καθαρισμού λαμβάνει τιμή 0, τότε οι δύο μανταλωτές D οδηγούνται σε κατάσταση μηδενισμού, ανεξάρτητα από την τιμή του σήματος ρολογιού και της εισόδου δεδομένων.

# Άσκηση 8



# Άσκηση 8



---

✓ Καταχωρητές

# Καταχωρητές

- Οι καταχωρητές (registers) είναι σύγχρονα ακολουθιακά κυκλώματα που χρησιμοποιούνται στα ψηφιακά συστήματα για την προσωρινή αποθήκευση δυαδικών δεδομένων.
- Περιλαμβάνουν συνήθως ένα συνδυαστικό τμήμα και φλιπ-φλοπ.
- Με δεδομένο ότι ένα φλιπ-φλοπ μπορεί να αποθηκεύσει πληροφορία ενός δυαδικού ψηφίου, ένας καταχωρητής πρέπει να περιλαμβάνει τόσα φλιπ-φλοπ, όσα είναι τα δυαδικά ψηφία που πρόκειται να αποθηκευτούν σε αυτόν.
- Η φόρτωση (loading) ή είσοδος των δυαδικών δεδομένων σε έναν καταχωρητή μπορεί να γίνει παράλληλα (δηλ. ταυτόχρονη φόρτωση του συνόλου των δυαδικών ψηφίων σε έναν παλμό του σήματος ρολογιού) ή σειριακά (δηλ. φόρτωση ενός δυαδικού ψηφίου σε κάθε παλμό του σήματος ρολογιού).

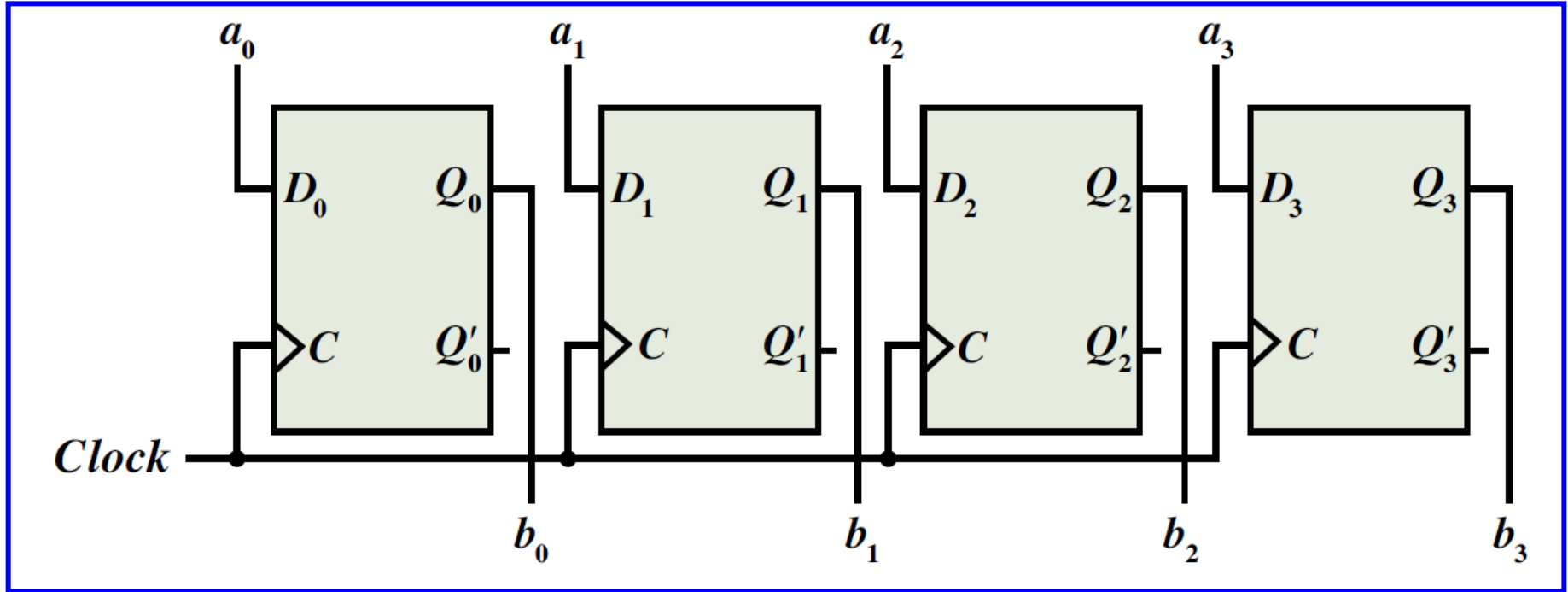
# Καταχωρητές

---

- Η **ανάγνωση (reading)** ή **έξοδος** των δυαδικών δεδομένων από έναν καταχωρητή μπορεί να γίνεται με τους **ίδιους τρόπους**.
- Οι καταχωρητές με **παράλληλη φόρτωση (είσοδο)** και **ανάγνωση (έξοδο)** των δυαδικών δεδομένων αναφέρονται ως **παράλληλοι καταχωρητές (parallel registers)**
- Οι καταχωρητές με **σειριακή φόρτωση ή/και ανάγνωση** των δεδομένων, αναφέρονται ως **καταχωρητές ολίσθησης (shift registers)**, αφού η δυαδική πληροφορία ολισθαίνει κατά μήκος της αλυσίδας των φλιπ-φλοπ των καταχωρητών.

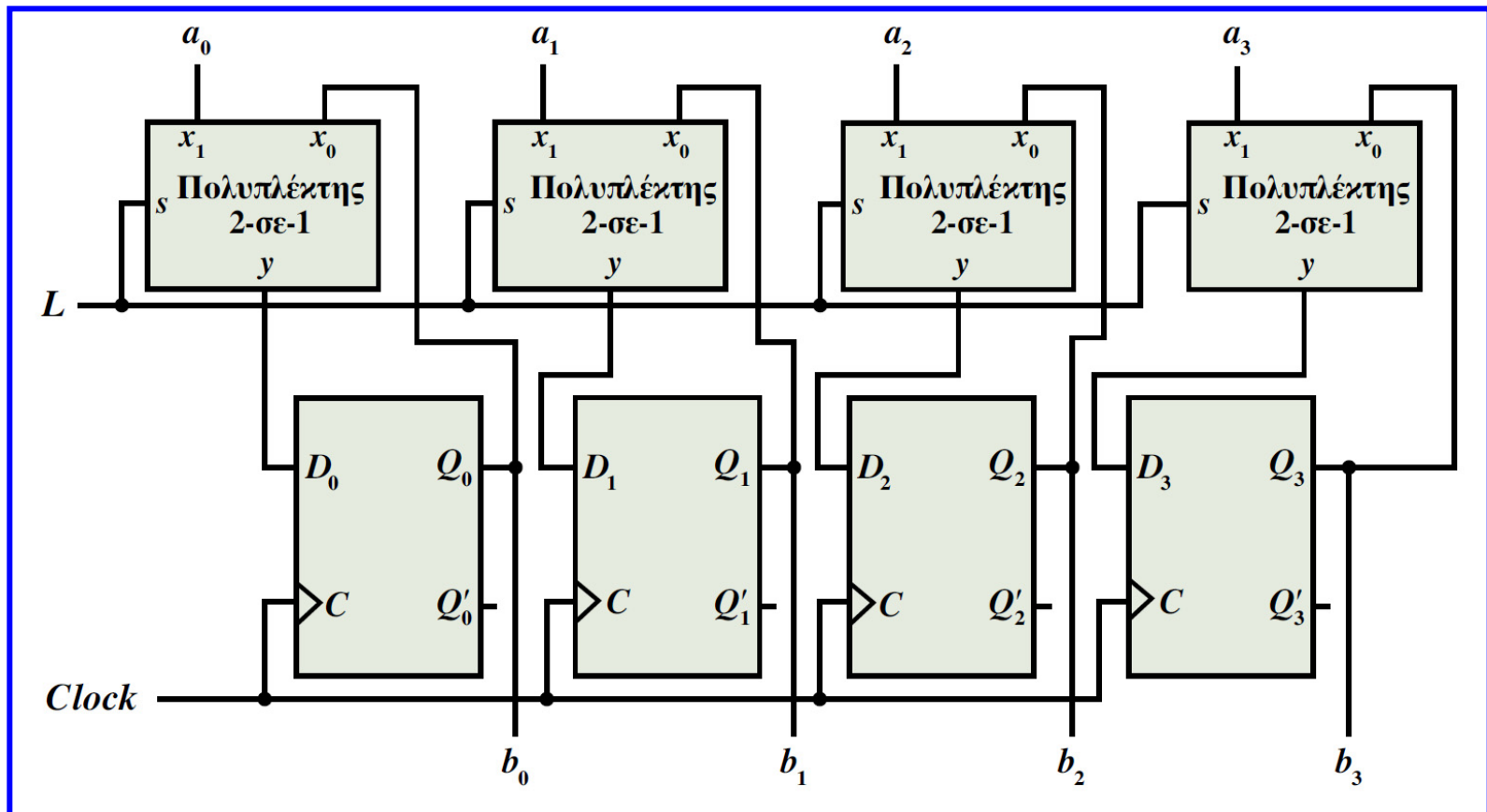


# Απλός παράλληλος καταχωρητής



# Παράλληλος καταχωρητής με είσοδο φόρτωσης

- Με είσοδο ελέγχου παράλληλης εισόδου ή είσοδο φόρτωσης.
- $L = 0$ : δεδομένα καταχωρητή αναλλοίωτα
- $L = 1$ : νέα δεδομένα στη ανερχόμενη ακμή του σήματος ρολογιού.



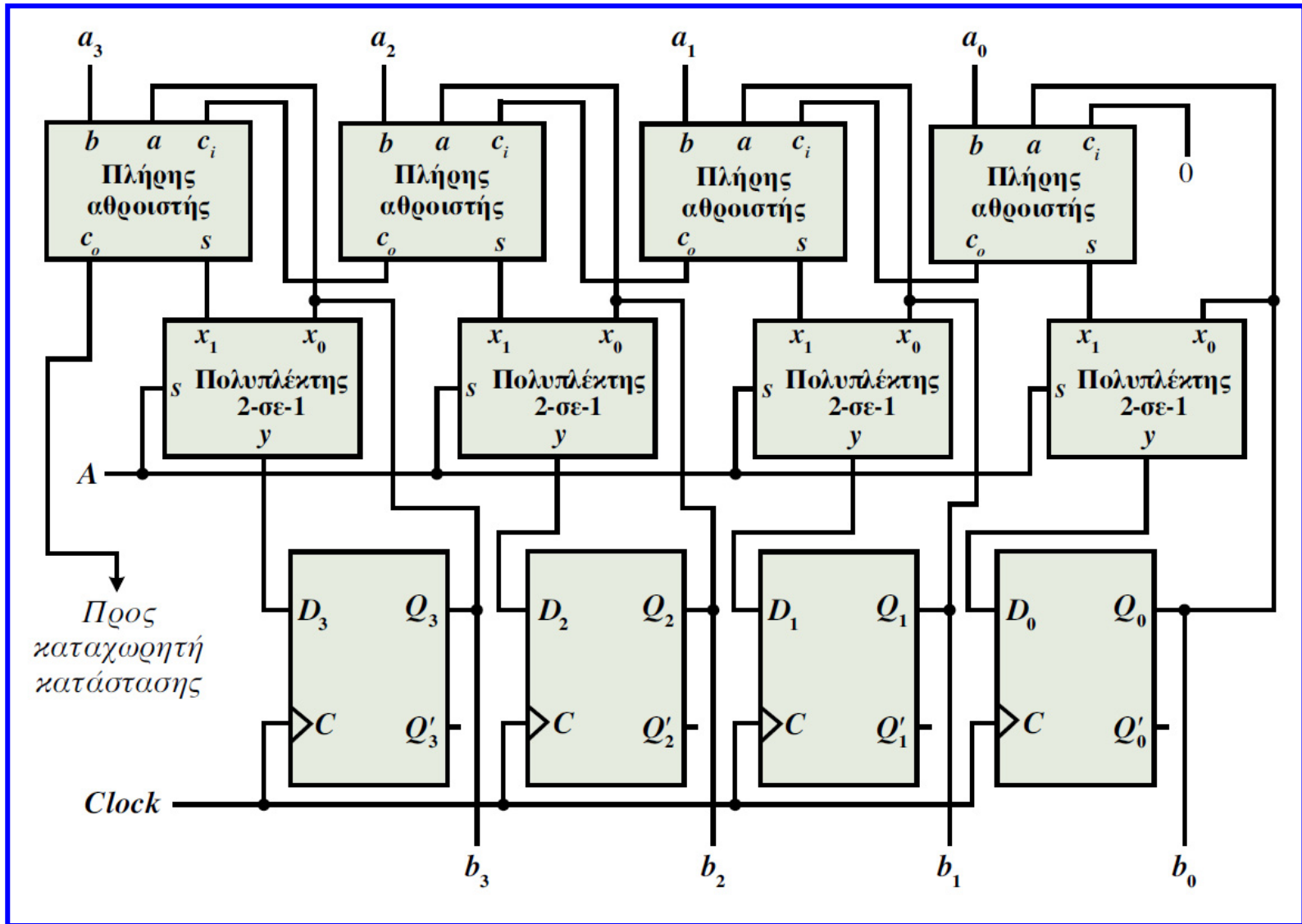
## Άσκηση 9

Αρκετοί ψηφιακοί επεξεργαστές περιλαμβάνουν ειδικούς καταχωρητές, που αναφέρονται ως συσσωρευτές (*accumulators*), οι οποίοι διαθέτουν τη δυνατότητα να προσθέτουν στο περιεχόμενό τους έναν εισερχόμενο δυαδικό αριθμό και να αποθηκεύουν το αποτέλεσμα της πρόσθεσης. Εάν έχετε στη διάθεσή σας έναν αθροιστή διάδοσης κρατούμενου τεσσάρων ψηφίων και επαρκή αριθμό φλιπ-φλοπ D και πολυπλεκτών 2-σε-1, να συνθέσετε συσσωρευτή τεσσάρων δυαδικών ψηφίων με παράλληλη φόρτωση και ανάγνωση, ο οποίος να εκτελεί τη λειτουργία που περιγράφηκε, όταν η λογική τιμή ενός σήματος ελέγχου είναι 1, διαφορετικά να διατηρεί το περιεχόμενό του. Να θεωρήσετε ότι οι αριθμοί που αποθηκεύονται στο συσσωρευτή είναι μη προσημασμένοι και να αγνοήσετε το τελικό κρατούμενο της πρόσθεσης, αφού αυτό αποθηκεύεται σε άλλον καταχωρητή του επεξεργαστή, που συνήθως αναφέρεται ως καταχωρητής κατάστασης (*state register*).

# Άσκηση 9

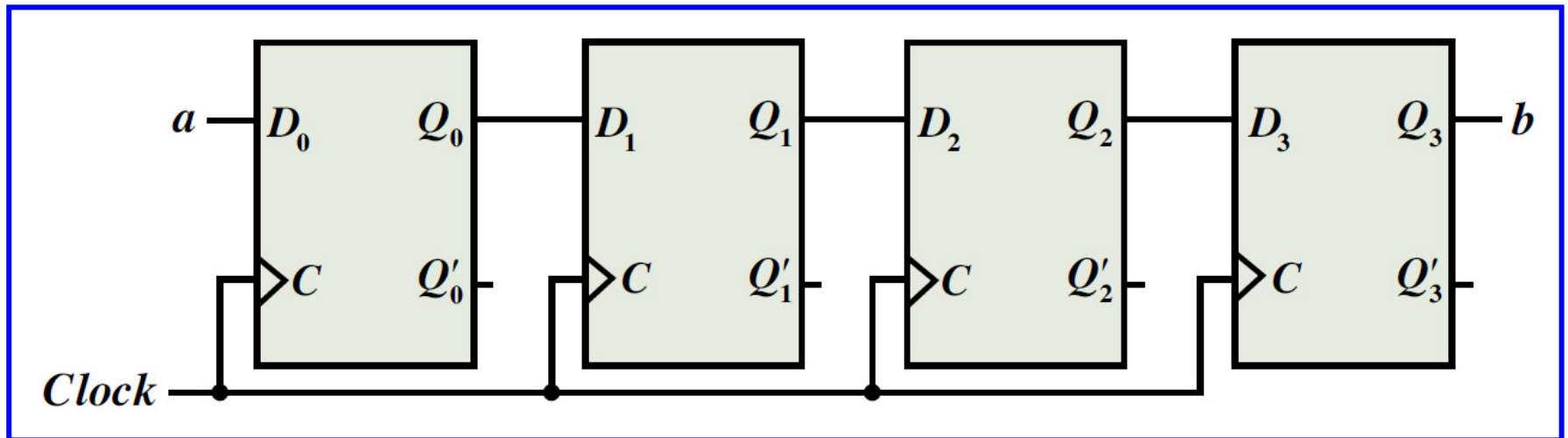
Για τη σύνθεση του ζητούμενου συσσωρευτή, εκτός από το διαθέσιμο αθροιστή διάδοσης κρατούμενου τεσσάρων ψηφίων, χρειάζεστε έναν καταχωρητή τεσσάρων ψηφίων με παράλληλη φόρτωση και ανάγνωση, που να έχει τη δυνατότητα διατήρησης του περιεχομένου του, όταν το σήμα ελέγχου του συσσωρευτή έχει λογική τιμή 0. Όταν το σήμα ελέγχου του συσσωρευτή έχει τιμή 1, τότε ο εισερχόμενος δυαδικός αριθμός τεσσάρων ψηφίων θα πρέπει να προστίθεται στο περιεχόμενο του καταχωρητή και το άθροισμα που προκύπτει να αποθηκεύεται σε αυτόν. Μπορείτε, λοιπόν, να συμπεράνετε ότι η απαιτούμενη διπλή λειτουργία του κυκλώματος προϋποθέτει τη χρήση πολυπλεκτών 2-σε-1, ισάριθμων με τα φλιπ-φλοπ του καταχωρητή.

# Άσκηση 9



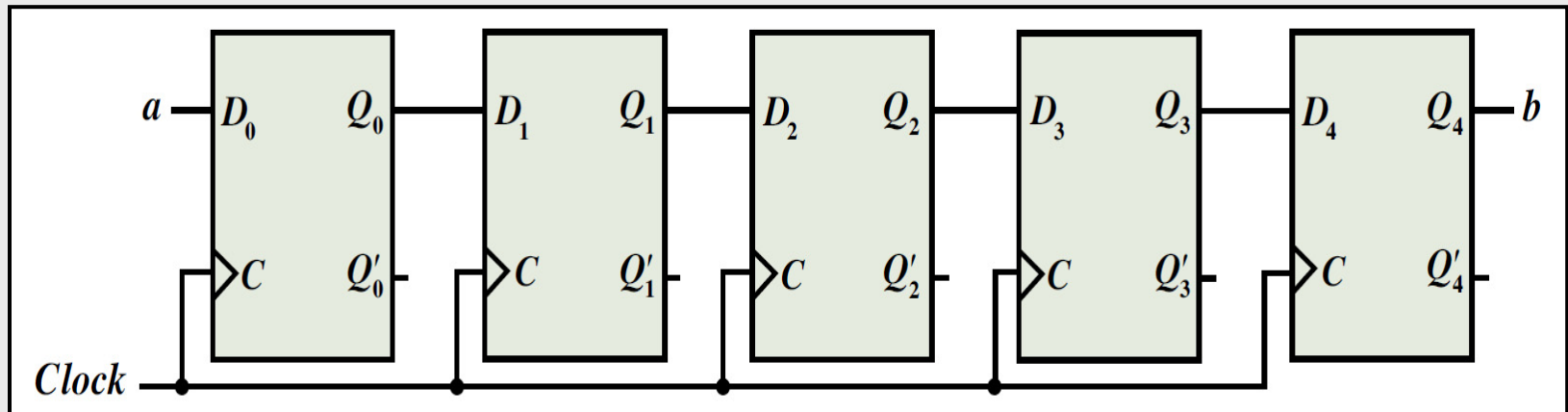
# Καταχωρητής ολίσθησης με σειριακή είσοδο & έξοδο

- Αλυσίδα από φλιπ-φλοπ που τροφοδοτούνται με κοινό σήμα ρολογιού.

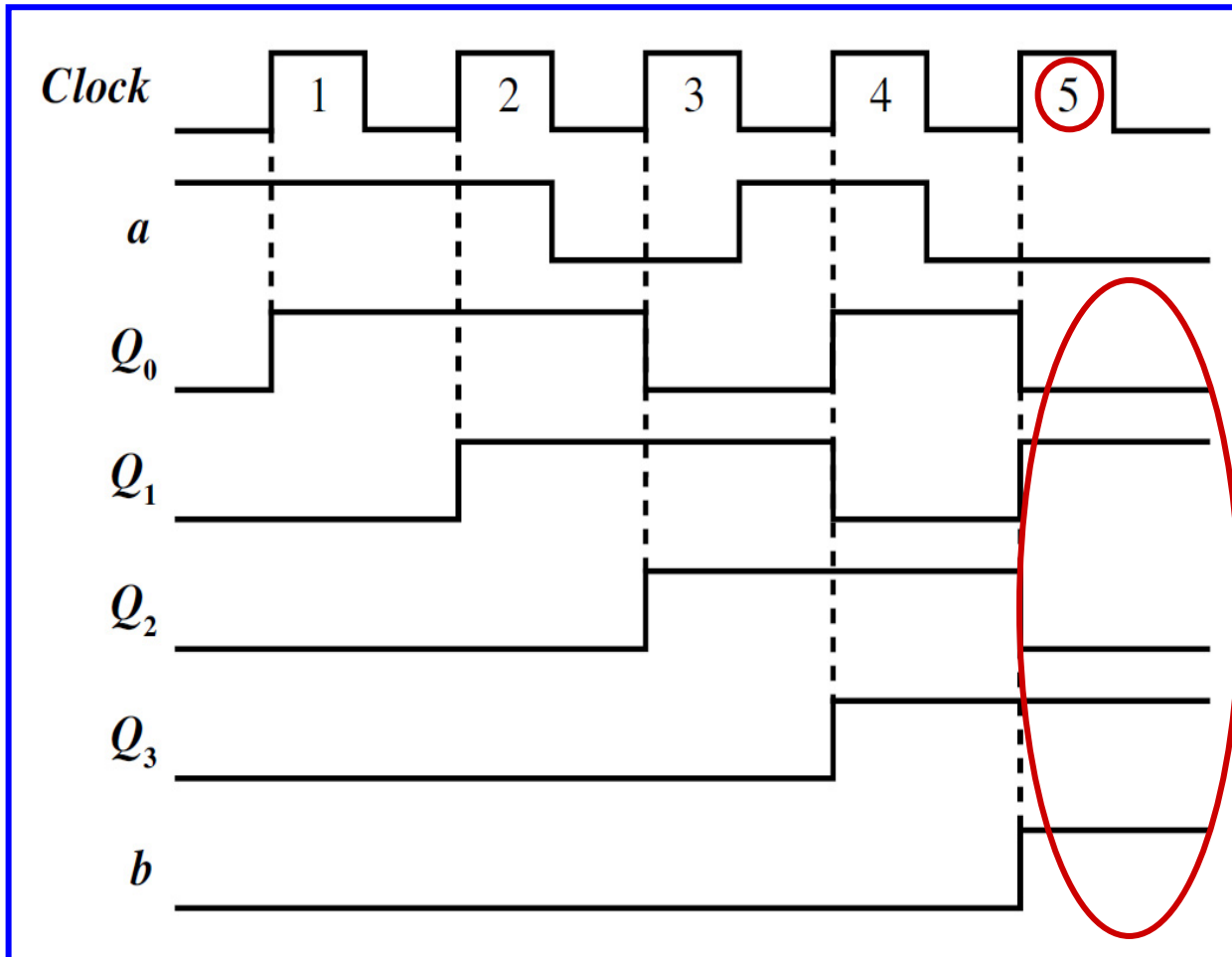


# Άσκηση 10

Στην είσοδο ενός καταχωρητή ολίσθησης με σειριακή είσοδο και σειριακή έξοδο εισάγεται σε συγχρονισμό με το σήμα ρολογιού, η ακολουθία δυαδικών ψηφίων 11010. Να σχεδιάσετε τις κυματομορφές των σημάτων του κυκλώματος (είσοδοι, έξοδοι και ενδιάμεσα σήματα) για χρονικό διάστημα 5 παλμών του σήματος ρολογιού.



# Άσκηση 10

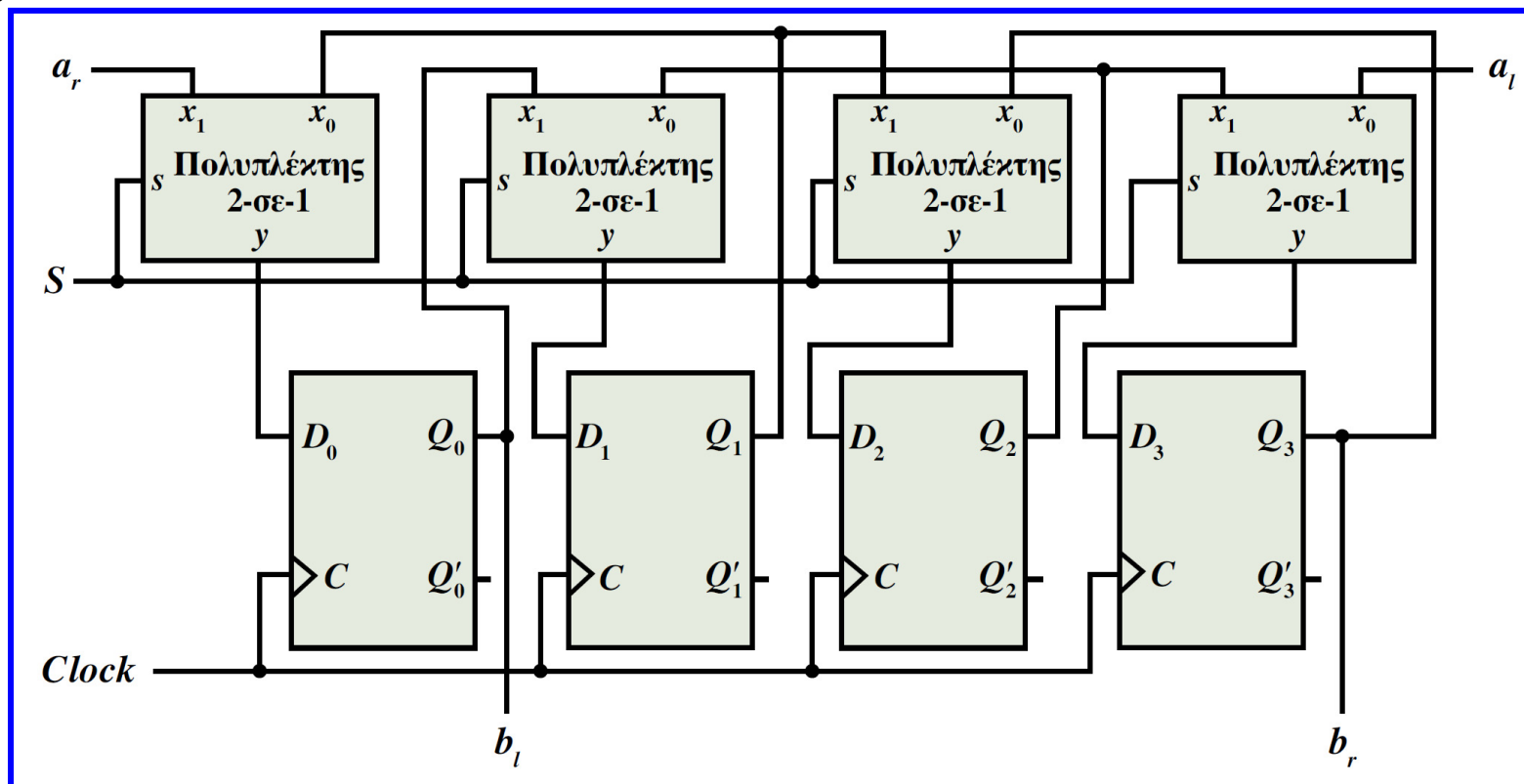


Μετά από 5 παλμούς  
σήματος ρολογιού, το  
περιεχόμενο του  
καταχωρητή  
ολίσθησης (δηλαδή  
οι τιμές των εξόδων  
των φλιπ-φλοπ) είναι  
η ακολουθία  
 $bQ_3Q_2Q_1Q_0 = 11010$ ,  
που συμπίπτει με  
την εισερχόμενη  
ακολουθία



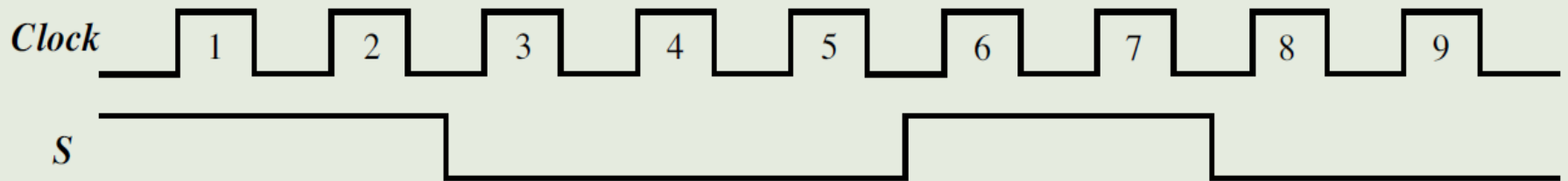
# Αμφίδρομος καταχωρητής ολίσθησης

- Είσοδος  $S$  που ελέγχει τη φορά της ολίσθησης
- $S = 1$ : δεξιά ολίσθηση (σειριακή είσοδος  $a_r$ , σειριακή έξοδος  $b_l$ )
- $S = 0$ : αριστερή ολίσθηση (σειριακή είσοδος  $a_l$ , σειριακή έξοδος  $b_r$ )



# Άσκηση 11

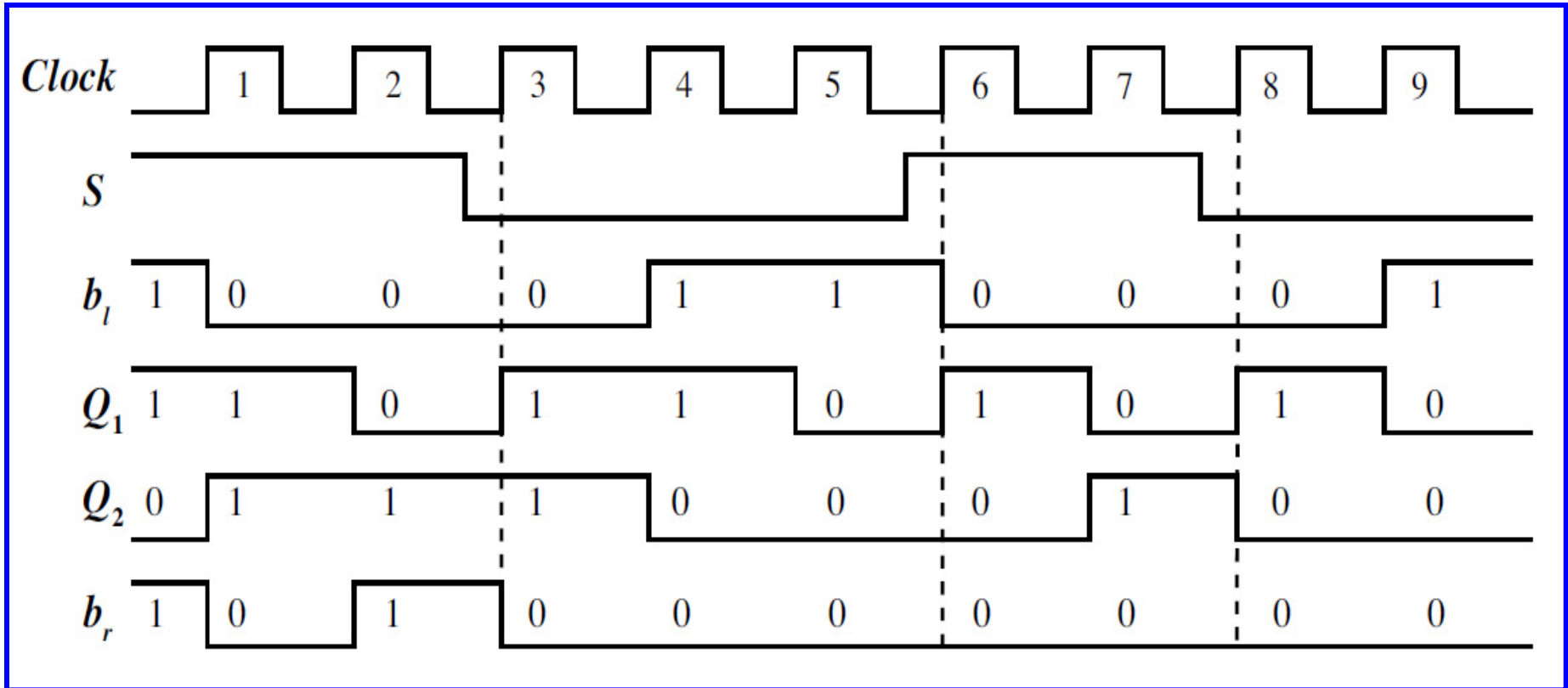
Σε αμφίδρομο καταχωρητή ολίσθησης 4 ψηφίων με είσοδο ελέγχου φοράς  $S$  που έχει την κυματομορφή που ακολουθεί, σχεδιάσετε τις κυματομορφές των εξόδων των φλιπ-φλοπ του καταχωρητή, και προσδιορίσετε το περιεχόμενό του, μετά την ανερχόμενη ακμή καθενός από τους παλμούς ρολογιού για το χρονικό διάστημα 9 παλμών ρολογιού. Οι σειριακές εισοδοί  $a_r$  και  $a_l$  έχουν σταθερή λογική τιμή 0 και οι αρχικές τιμές των εξόδων των φλιπ-φλοπ του καταχωρητή, ξεκινώντας από το πρώτο αριστερά, είναι, κατά σειρά, 1, 1, 0 και 1.



# Άσκηση 11

Όταν η είσοδος  $S$  που ελέγχει τη φορά της ολίσθησης, έχει τιμή 1, τότε στην είσοδο κάθε φλιπ-φλοπ συνδέεται η έξοδος του προηγούμενου φλιπ-φλοπ. Όταν η είσοδος  $S$  έχει τιμή 0, τότε στην είσοδο κάθε φλιπ-φλοπ συνδέεται η έξοδος του επόμενου φλιπ-φλοπ. Έτσι, στην πρώτη περίπτωση το κύκλωμα εκτελεί ολίσθηση προς τα δεξιά, ενώ στη δεύτερη περίπτωση εκτελεί ολίσθηση προς τα αριστερά. Με βάση την κυματομορφή της εισόδου ελέγχου, που δίνεται, η λειτουργία του κυκλώματος διακρίνεται σε τέσσερις φάσεις, οι οποίες υποδεικνύονται με διακεκομμένες γραμμές.

# Άσκηση 11



# Άσκηση 11

---

Κατά την ανερχόμενη ακμή του πρώτου, του δεύτερου, του έκτου και του έβδομου παλμού του σήματος ρολογιού, το κύκλωμα εκτελεί μετατόπιση των δεδομένων προς τα δεξιά, ενώ κατά την ανερχόμενη ακμή του τρίτου, του τέταρτου του πέμπτου, του όγδοου και του ένατου παλμού του σήματος ρολογιού, το κύκλωμα εκτελεί μετατόπιση των δεδομένων προς τα αριστερά.

Προκύπτει ότι, μετά την ανερχόμενη παρυφή του πρώτου παλμού, το περιεχόμενο του καταχωρητή είναι 0110, μετά την ανερχόμενη παρυφή του δεύτερου παλμού είναι 0011, κ.ο.κ.

# Άσκηση 12

---

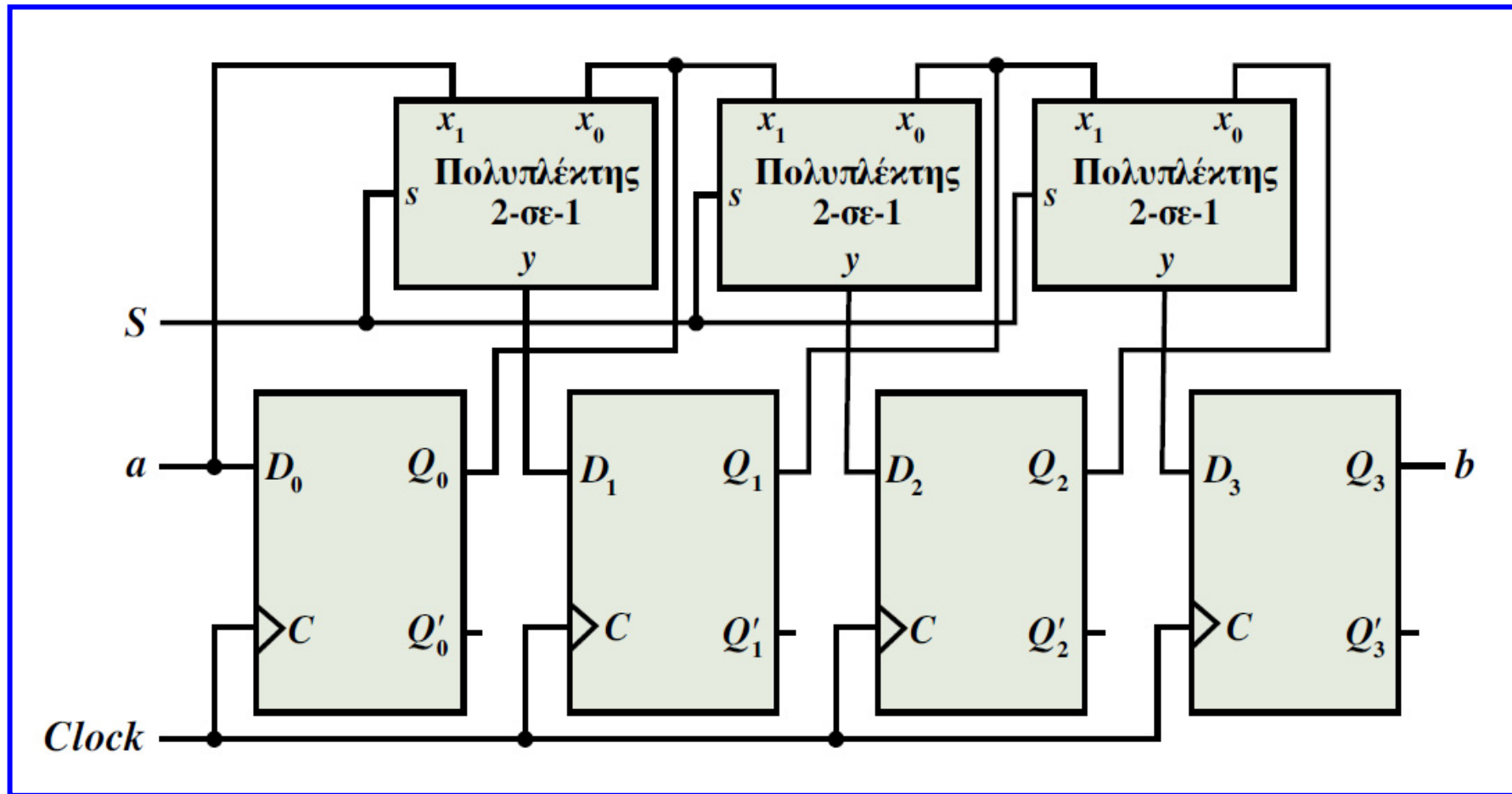
Να συνθέσετε έναν καταχωρητή ολίσθησης τεσσάρων ψηφίων με σειριακή φόρτωση και ανάγνωση, ο οποίος να έχει τη δυνατότητα μετατόπισης των δεδομένων κατά μία ή δύο θέσεις προς τα δεξιά στην ανερχόμενη ακμή κάθε παλμού του σήματος ρολογιού, ανάλογα με τη λογική τιμή μίας εισόδου ελέγχου.



# Άσκηση 12

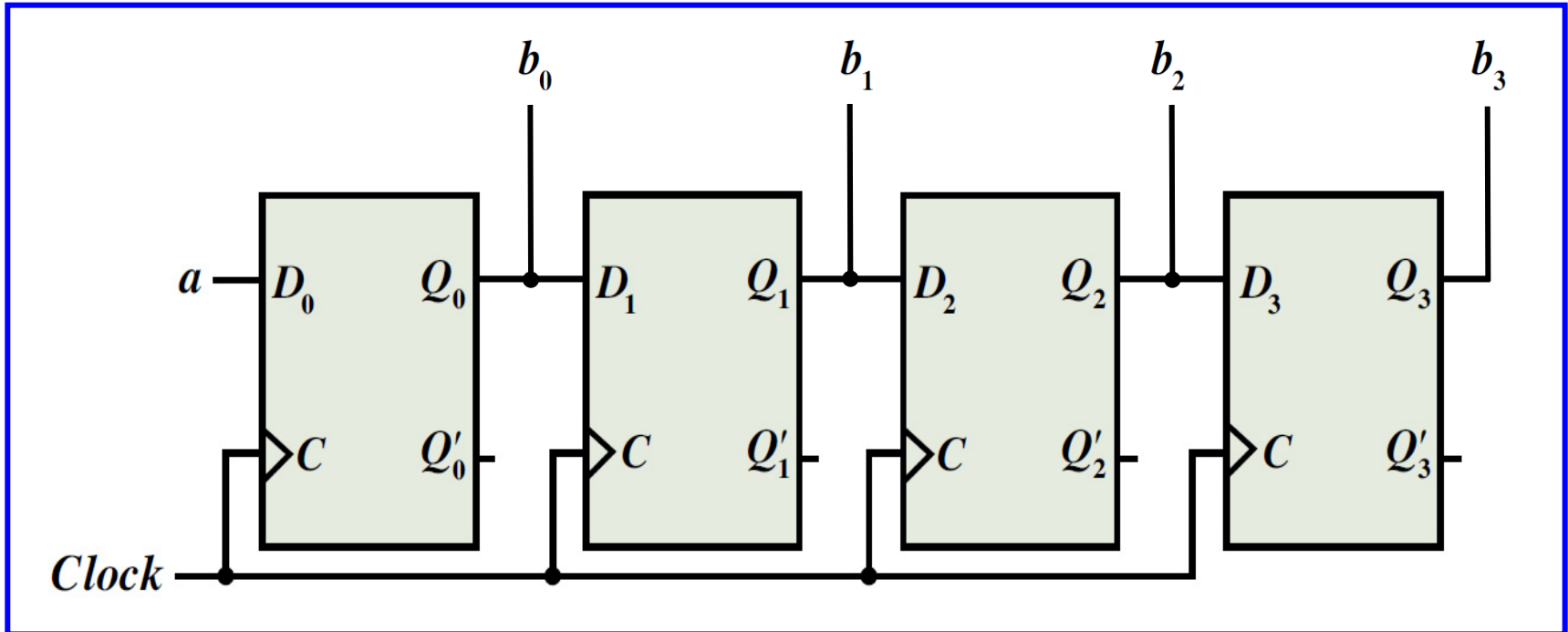
Χρησιμοποιώντας την τεχνική που βασίζεται στην παρεμβολή πολυπλεκτών μεταξύ των φλιπ-φλοπ των καταχωρητών, μπορείτε να συνθέσετε τον ζητούμενο καταχωρητή ολίσθησης. Ο καταχωρητής αυτός μετατοπίζει τα δεδομένα που εισέρχονται σειριακά στην είσοδο  $a$  κατά μία ή δύο θέσεις προς τα δεξιά στην ανερχόμενη ακμή κάθε παλμού του σήματος ρολογιού, ανάλογα με την τιμή μιας εισόδου ελέγχου  $S$ . Όταν  $S = 1$ , το κύκλωμα μετατοπίζει τα δεδομένα εισόδου κατά μία θέση προς τα δεξιά σε κάθε παλμό ρολογιού. Όταν  $S = 0$ , η είσοδος  $a$  συνδέεται στην είσοδο του δεύτερου από αριστερά φλιπ-φλοπ, η έξοδος του πρώτου φλιπ-φλοπ συνδέεται στην είσοδο του τρίτου φλιπ-φλοπ, ενώ η έξοδος του δεύτερου φλιπ-φλοπ συνδέεται στην είσοδο του τελευταίου φλιπ-φλοπ. Έτσι, το κύκλωμα μετατοπίζει τα δεδομένα εισόδου κατά δύο θέσεις προς τα δεξιά, σε κάθε παλμό του σήματος ρολογιού, με την προϋπόθεση ότι  $S = 0$ .

# Άσκηση 12



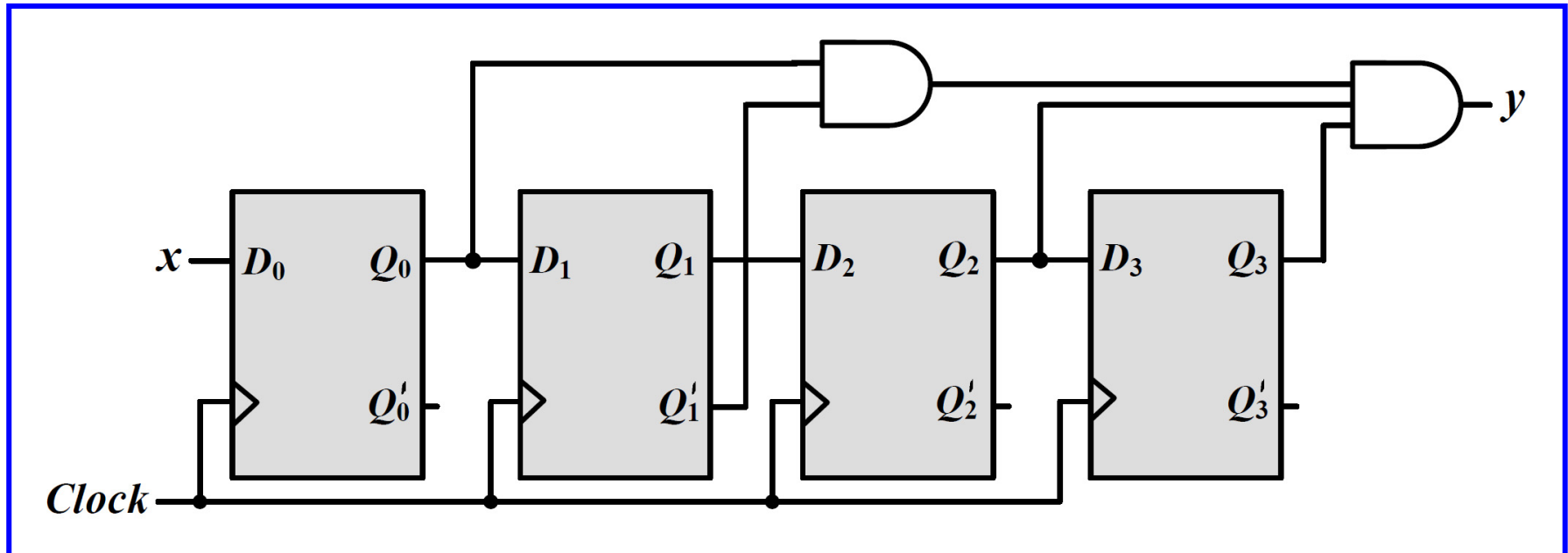


# Καταχωρητής με σειριακή είσοδο & παράλληλη έξοδο



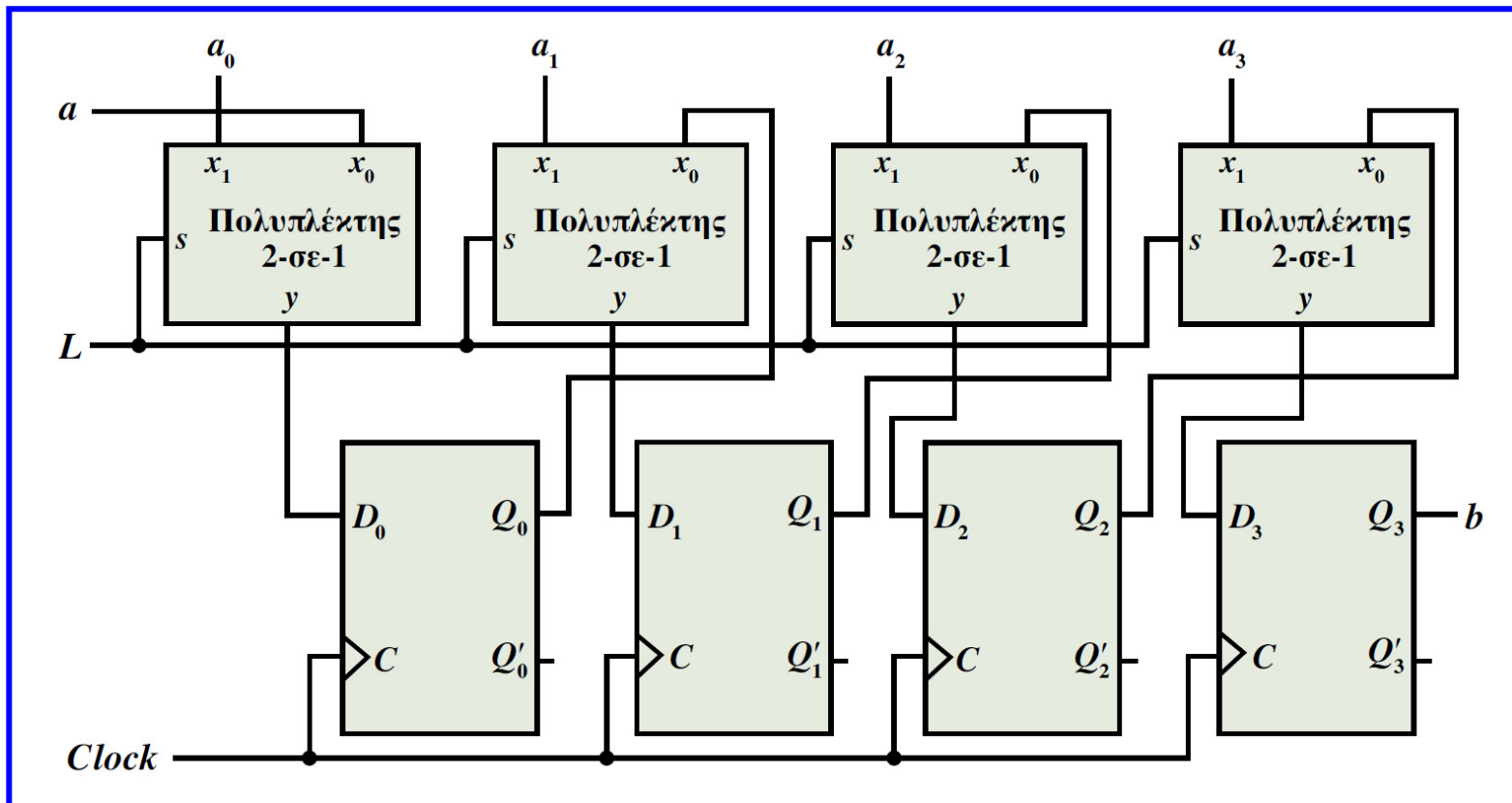
# Άσκηση 13

Χρησιμοποιώντας καταχωρητή 4 ψηφίων με σειριακή είσοδο και παράλληλη έξοδο και πύλες AND 2 και 3 εισόδων, να σχεδιαστεί σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα που ανιχνεύει την ακολουθία 1101 όταν αυτή λαμβάνεται στη σειριακή του είσοδο (ένα δυαδικό ψηφίο ανά παλμό του σήματος ρολογιού).



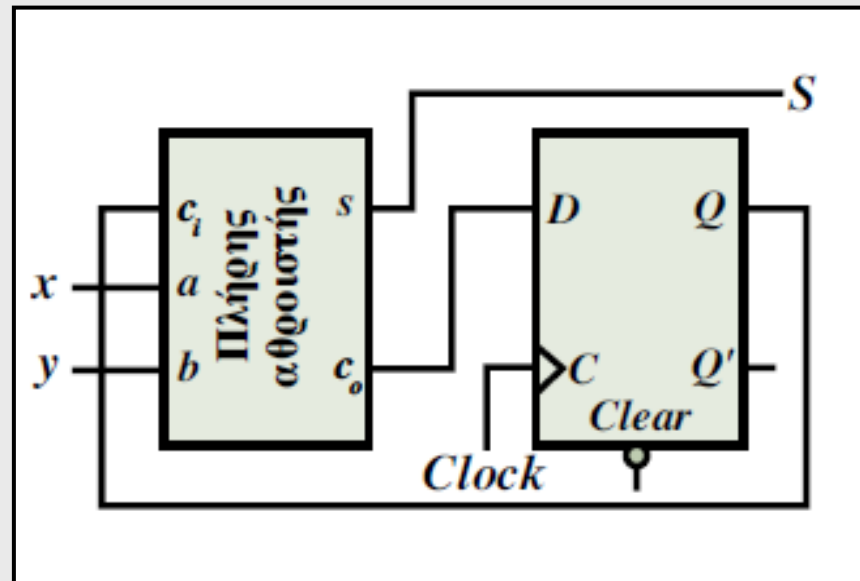
# Καταχωρητής με παράλληλη είσοδο & σειριακή έξοδο

- Είσοδος  $L$  ελέγχου παράλληλης εισόδου (φόρτωσης) δεδομένων.
- $L = 0$ : ολίσθηση με σειριακή είσοδο ( $a$ ) και σειριακή έξοδο ( $b$ ).
- $L = 1$ : παράλληλη φόρτωση των δεδομένων.

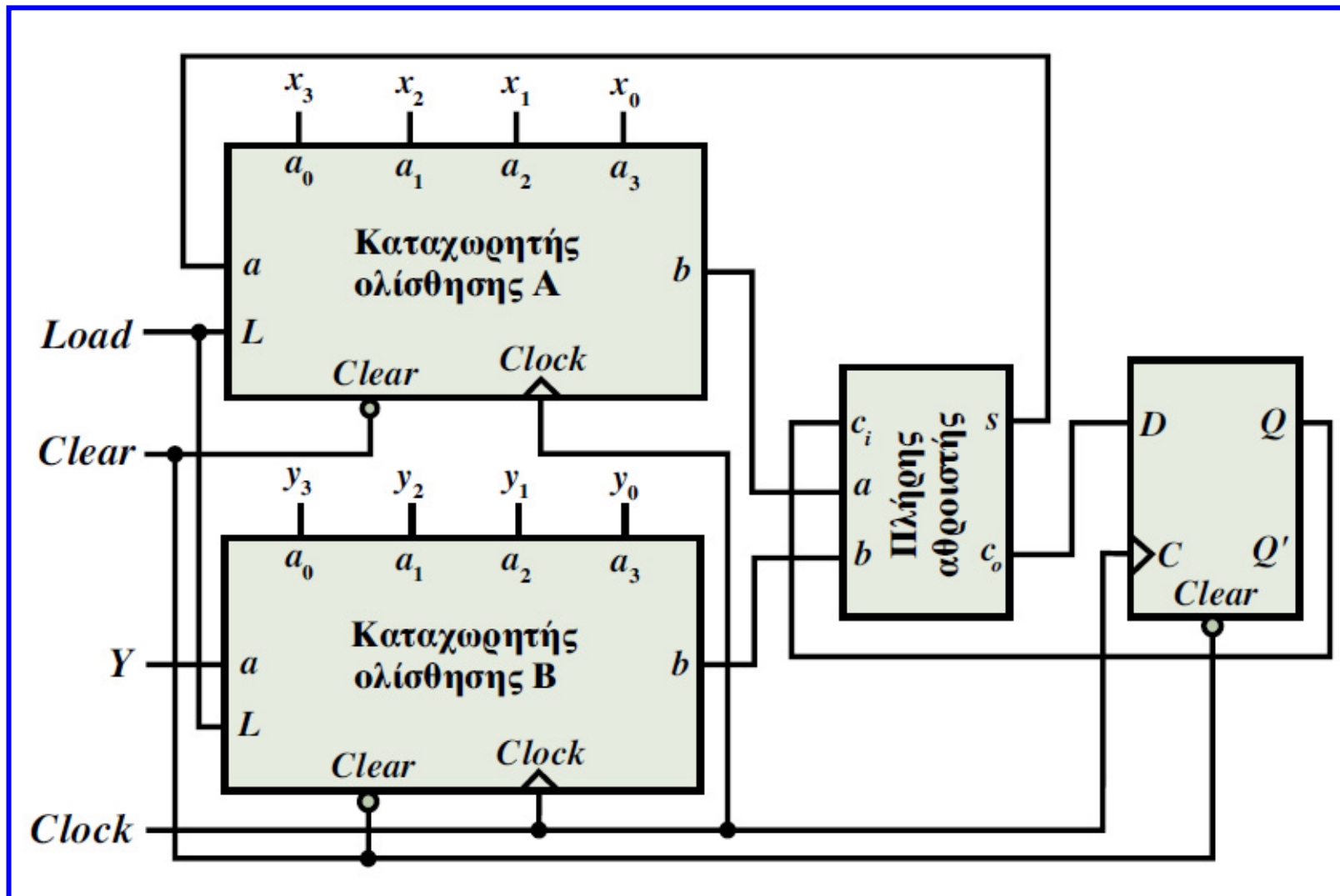


# Άσκηση 14

Χρησιμοποιώντας το παρακάτω κύκλωμα σειριακού αθροιστή (που προσθέτει ένα ζεύγος ψηφίων δύο δυαδικών αριθμών σε κάθε περίοδο του σήματος ρολογιού, ξεκινώντας από τα λιγότερο σημαντικά ψηφία τους) και καταχωρητές ολίσθησης, να σχεδιαστεί κύκλωμα σειριακής πρόσθεσης μιας λίστας δυαδικών αριθμών με τέσσερα δυαδικά ψηφία.



# Άσκηση 14



# Άσκηση 14

Ο καταχωρητής **A** χρησιμοποιείται για την εισαγωγή του πρώτου προσθετέου και την αποθήκευση του αθροίσματος, ενώ ο καταχωρητής **B** χρησιμοποιείται για την εισαγωγή των υπόλοιπων προσθετέων της λίστας. Πριν από την έλευση της ανερχόμενης ακμής του πρώτου παλμού του σήματος ρολογιού, μηδενίζεται το περιεχόμενο των καταχωρητών και του φλιπ-φλοπ του κυκλώματος πρόσθεσης με ενεργοποίηση της εισόδου **Clear** και, στη συνέχεια, φορτώνονται παράλληλα στους καταχωρητές **A** και **B** οι δύο πρώτοι αριθμοί της λίστας, με ενεργοποίηση της εισόδου **Load**. Η πρόσθεση των αριθμών αυτών εκτελείται από το βασικό κύκλωμα σειριακού αθροιστή, ανά ζεύγος ψηφίων, στις ανερχόμενες ακμές των τεσσάρων πρώτων παλμών του σήματος ρολογιού.

# Άσκηση 14

Το κρατούμενο ψηφίο που προκύπτει από την πρόσθεση δύο ψηφίων προστίθεται στο επόμενο ζεύγος ψηφίων των αριθμών, κατά την ανερχόμενη παρυφή του επόμενου παλμού του σήματος ρολογιού. Τα ψηφία του αθροίσματος των αριθμών εισέρχονται σειριακά και μετατοπίζονται στον καταχωρητή ολίσθησης **A**. Ταυτόχρονα με την πρόσθεση των ψηφίων των δύο πρώτων αριθμών, στον καταχωρητή **B** εισέρχεται σειριακά (μέσω της εισόδου **Y**) ο τρίτος δυαδικός αριθμός της λίστας, ώστε με την έλευση της ανερχόμενης παρυφής του πέμπτου παλμού του σήματος ρολογιού να ξεκινήσει η πρόσθεση του αθροίσματος των δύο πρώτων αριθμών με τον τρίτο αριθμό της λίστας. Η διαδικασία αυτή επαναλαμβάνεται μέχρι και την πρόσθεση του τελευταίου αριθμού της λίστας. Έτσι, αφού ολοκληρωθεί και η πρόσθεση του τελευταίου αριθμού, το περιεχόμενο του καταχωρητή ολίσθησης **A** θα είναι το άθροισμα όλων των αριθμών της λίστας.

# Άσκηση 15

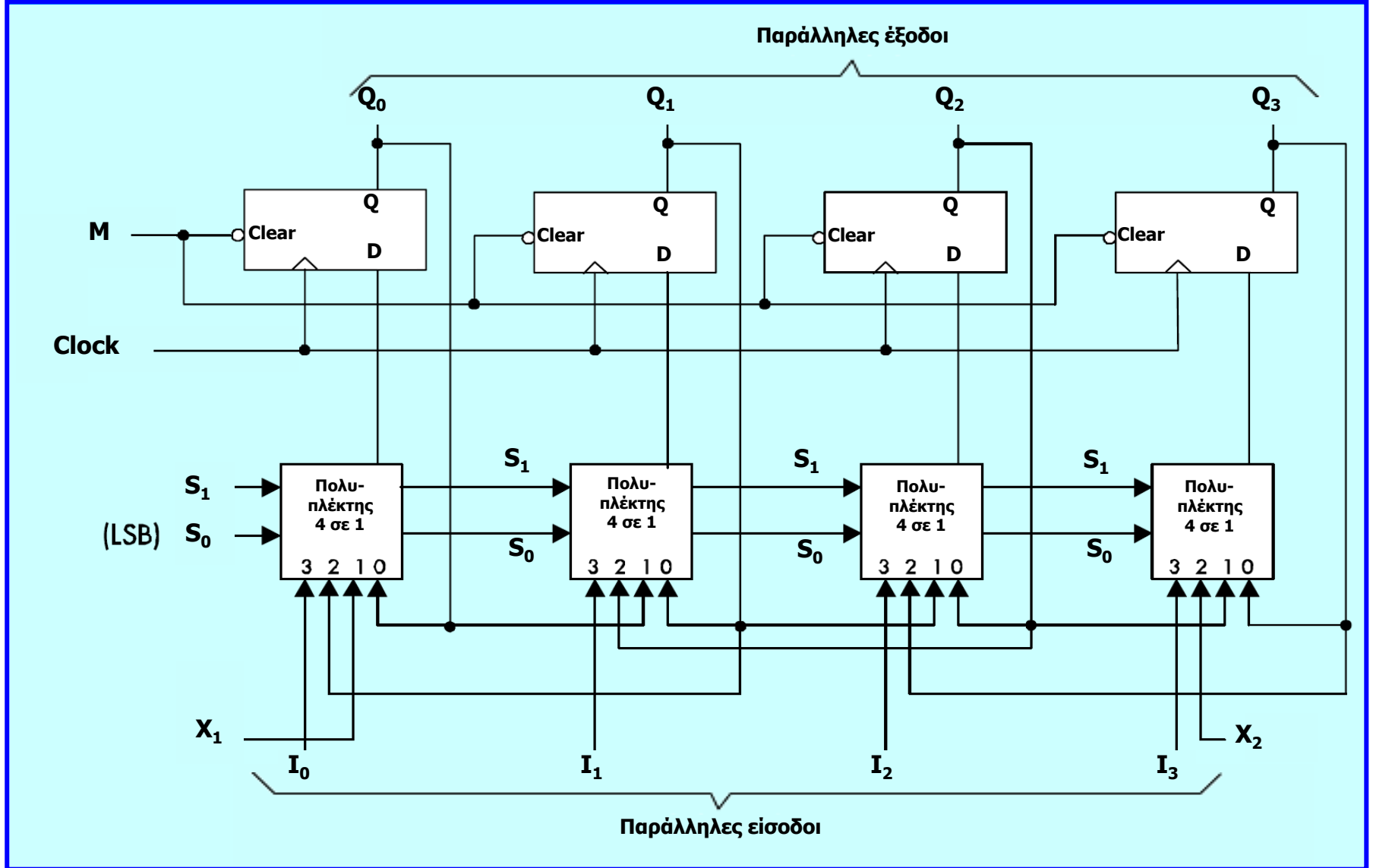
Οι διάφορες παραλλαγές καταχωρητών μπορούν να συνδυαστούν σε πιο σύνθετα κυκλώματα, με χρήση πολυπλεκτών περισσότερων εισόδων ή ακόμη και με την προσθήκη πιο σύνθετων συνδυαστικών κυκλωμάτων.

Να σχεδιαστεί αμφίδρομος καταχωρητής παράλληλης εισόδου και εξόδου με δυνατότητα διατήρησης των δεδομένων του και δυνατότητα σειριακής ολίσθησης προς τα δεξιά και προς τα αριστερά.

$S_1$	$S_0$	ΛΕΙΤΟΥΡΓΙΑ
0	0	Διατήρηση δεδομένων
0	1	Ολίσθηση δεξιά και παράλληλη έξοδος
1	0	Ολίσθηση αριστερά και παράλληλη έξοδος
1	1	Παράλληλη είσοδος και έξοδος



# Άσκηση 15



---

✓ Σύγχρονοι μετρητές (ή απαριθμητές)

# Μετρητές

- Οι **μετρητές (counters)** είναι ακολουθιακά κυκλώματα που διατρέχουν μια καθορισμένη ακολουθία καταστάσεων, καθεμία από τις οποίες αντιστοιχεί σε ένα φυσικό αριθμό.
- Ένας μετρητής που περιλαμβάνει  $n$  φλιπ-φλοπ μπορεί να διατρέξει μέχρι  $2^n$  διαφορετικές καταστάσεις (αριθμούς).
- Οι μετρητές διακρίνονται σε 2 βασικές κατηγορίες: τους **σύγχρονους μετρητές (synchronous counters)**, όπου όλα τα φλιπ-φλοπ και συνεπώς η αλλαγή κατάστασης ελέγχεται από ένα κοινό σήμα ρολογιού, και τους **ασύγχρονους μετρητές (asynchronous counters)** ή **μετρητές διάδοσης (ripple counters)**, όπου δεν υφίσταται έλεγχος από κοινό σήμα ρολογιού και η έξοδος κάθε φλιπ-φλοπ μπορεί να χρησιμοποιηθεί για την πυροδότηση άλλων φλιπ-φλοπ.

# Σύγχρονοι μετρητές

- Οι **σύγχρονοι δυαδικοί μετρητές (binary counters)**, είναι σύγχρονοι μετρητές οι οποίοι όταν αποτελούνται από  $n$  φλιπ-φλοπ, ακολουθούν τη φυσική αρίθμηση, μετρώντας ανοδικά ή καθοδικά μεταξύ των αριθμών 0 και  $2^n-1$ .
- Οι **μετρητές υπολοίπου διαίρεσης ως προς N (modulo-N counters)**, όπου  $N$  το πλήθος των αριθμών της ακολουθίας μέτρησης) είναι σύγχρονοι μετρητές επαναλαμβανόμενης ακολουθίας αριθμών, στους οποίους δεν ακολουθείται απαραίτητως η φυσική αρίθμηση και το πλήθος των αριθμών της ακολουθίας μέτρησης δεν αποτελεί δύναμη του δύο.

# Μεθοδολογία σχεδίασης σύγχρονων μετρητών

- Από την ακολουθία μέτρησης του μετρητή του οποίου ζητείται η υλοποίηση, σχεδιάζεται το **διάγραμμα καταστάσεων** του μετρητή.
- Σ' αυτό, οι καταστάσεις (τιμές των εξόδων των φλιπ-φλοπ) παριστάνονται με κύκλους μέσα στους οποίους αναγράφονται οι καταστάσεις (τιμές των εξόδων των φλιπ-φλοπ) και οι πυροδοτούμενες από το κοινό σήμα ρολογιού μεταβάσεις μεταξύ των καταστάσεων παριστάνονται με βέλη που συνδέουν τους αντίστοιχους κύκλους, πάνω στα οποία αναγράφονται (αν ορίζονται) οι τιμές των εισόδων που καθορίζουν τη μετάβαση.
- Επιλέγεται ο **τύπος φλιπ-φλοπ** που θα χρησιμοποιηθεί.

# Μεθοδολογία σχεδίασης σύγχρονων μετρητών

- Με βάση το διάγραμμα καταστάσεων καταστρώνεται ο **πίνακας καταστάσεων**, ο οποίος περιλαμβάνει όλες τις μεταβάσεις μεταξύ καταστάσεων και τις τιμές των εισόδων των φλιπ-φλοπ που απαιτούνται για να πραγματοποιηθούν οι αντίστοιχες μεταβάσεις.
- Για τον προσδιορισμό των τιμών των εισόδων των φλιπ-φλοπ χρησιμοποιούνται οι αντίστοιχοι **πίνακες διέγερσής** τους.
- Προσδιορίζονται ουμε τις απλοποιημένες εκφράσεις των εισόδων των φλιπ-φλοπ.
- Σχεδιάζεται το **λογικό κύκλωμα**.

# Πίνακες διέγερσης των φλιπ-φλοπ

Q	Q <sup>+</sup>	D
0	0	0
0	1	1
1	0	0
1	1	1

**D FF**

Q	Q <sup>+</sup>	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0

**JK FF**

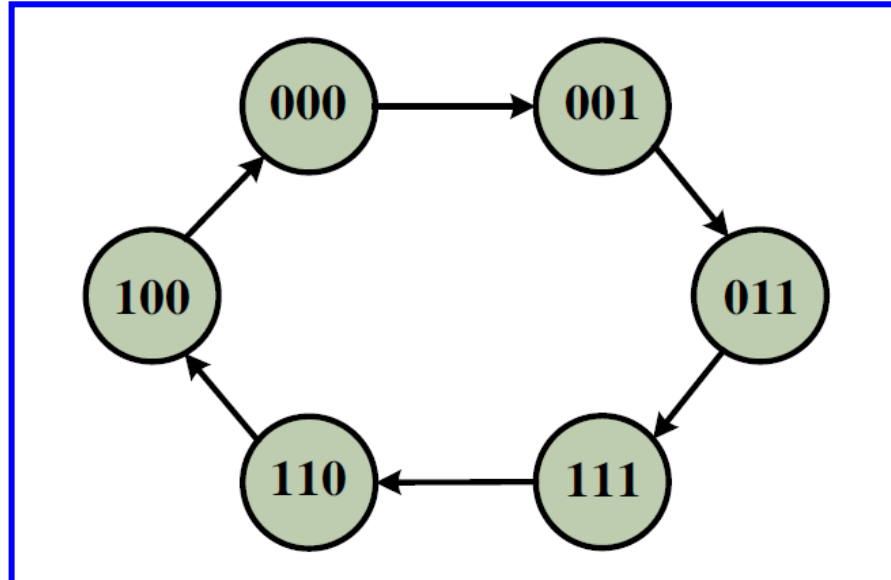
Q	Q <sup>+</sup>	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

**T FF**

# Άσκηση 16

Ακολουθώντας τη μεθοδολογία σχεδίασης σύγχρονων μετρητών και χρησιμοποιώντας φλιπ-φλοπ T και λογικές πύλες, να συνθέσετε σύγχρονο μετρητή, ο οποίος να παράγει την επαναλαμβανόμενη ακολουθία 0, 1, 3, 7, 6, 4.

Αρχικά σχεδιάζουμε το διάγραμμα καταστάσεων:





# Άσκηση 16

Με βάση το διάγραμμα καταστάσεων και τον πίνακα διέγερσης του φλιπ-φλοπ T, καταστρώνουμε τον πίνακα καταστάσεων:

Q	Q <sup>+</sup>	T
0	0	0
0	1	1
1	0	1
1	1	0

Για τις αχρησιμοποίητες καταστάσεις (010, 101), οι τιμές των εξόδων των φλιπ-φλοπ (επόμενη κατάσταση) και των εισόδων των φλιπ-φλοπ λαμβάνονται ως αδιάφορες

Παρούσα κατάσταση			Επόμενη κατάσταση			Είσοδοι φλιπ-φλοπ		
Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>0</sub>
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	0	×	×	×	×	×	×
0	1	1	1	1	1	1	0	0
1	0	0	0	0	0	1	0	0
1	0	1	×	×	×	×	×	×
1	1	0	1	0	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	1

# Άσκηση 16

Απλοποιούμε τις εκφράσεις των εισόδων των φλιπ-φλοπ:

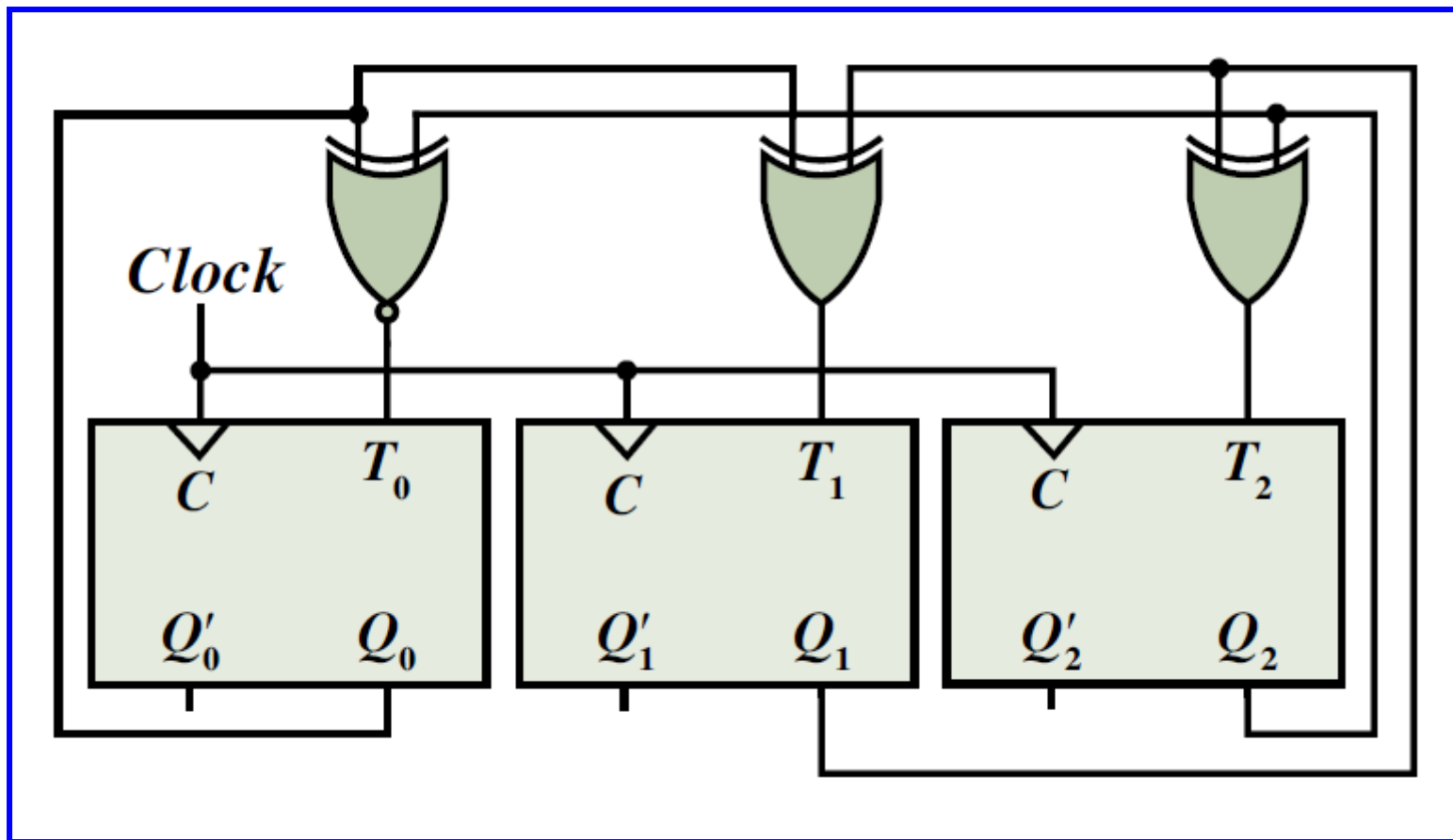
$T_2 = Q_1 Q_2' + Q_1' Q_2 = Q_1 \oplus Q_2$

$T_1 = Q_0 Q_1' + Q_0' Q_1 = Q_0 \oplus Q_1$

$T_0 = Q_0' Q_2' + Q_0 Q_2 = (Q_0 \oplus Q_2)'$

# Άσκηση 16

Σχεδιάζουμε το λογικό κύκλωμα:



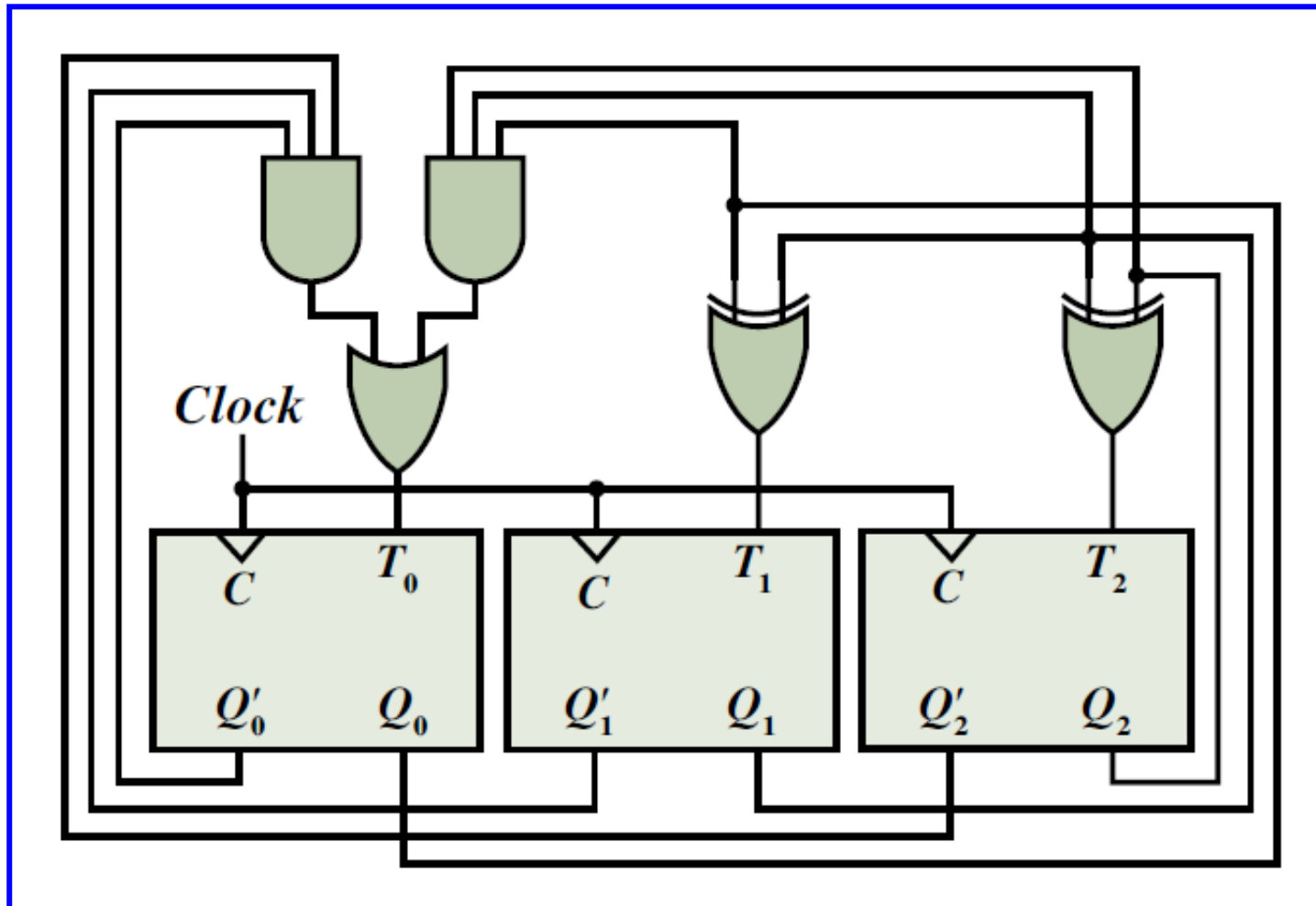
# Άσκηση 16

- Θέτοντας  $Q_2Q_1Q_0 = 010$  στις εκφράσεις των εισόδων των φλιπ-φλοπ, προκύπτει ότι  $T_2 = T_1 = T_0 = 1$  και με βάση τον πίνακα λειτουργίας του φλιπ-φλοπ  $T$ , η επόμενη κατάσταση του κυκλώματος είναι η  $Q_2Q_1Q_0 = 101$ .
- Θέτοντας,  $Q_2Q_1Q_0 = 101$  στις εκφράσεις των εισόδων των φλιπ-φλοπ, προκύπτει ξανά ότι  $T_2 = T_1 = T_0 = 1$ , με αποτέλεσμα η επόμενη κατάσταση του κυκλώματος να είναι η  $Q_2Q_1Q_0 = 010$ .
- Διαπιστώνουμε ότι το κύκλωμα του μετρητή που σχεδιάστηκε «εγκλωβίζεται» μεταξύ των δύο αχρησιμοποίητων καταστάσεων, εάν μεταβεί σε μία από αυτές.
- Συνεπώς, δεν αποτελεί μετρητή με αυτόματη διόρθωση και για το λόγο αυτόν θα πρέπει να γίνουν κατάλληλες τροποποιήσεις.

# Άσκηση 16

- Για παράδειγμα, μπορούμε να καθορίσουμε μεταβάσεις από τις καταστάσεις 010 και 101 στις καταστάσεις της ακολουθίας μέτρησης 100 και 011, αντίστοιχα.
- Εάν ακολουθήσουμε ξανά τη μεθοδολογία σχεδιασμού για το ζητούμενο κύκλωμα, διαπιστώνουμε ότι οι εκφράσεις των εισόδων των φλιπ-φλοπ θα παραμείνουν ίδιες, εκτός της έκφρασης της εισόδου  $T_0$  θα γίνει  $T_0 = Q_0Q_1Q_2 + Q'_0Q'_1Q'_2$ , απαιτώντας πλέον για την υλοποίησή της 2 πύλες AND τριών εισόδων και μία πύλη OR δύο εισόδων

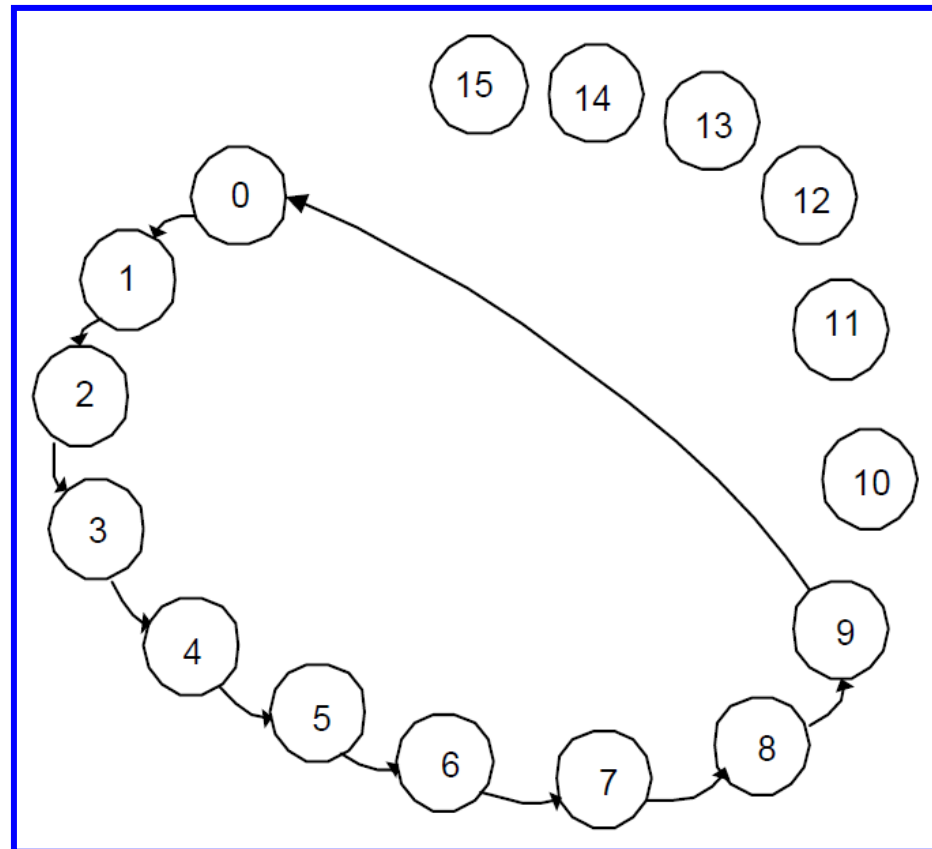
# Άσκηση 16



# Άσκηση 17

Σχεδιάζουμε με φλιπ-φλοπ JK, έναν σύγχρονο μετρητή που διατρέχει επαναλαμβανόμενα τις καταστάσεις από 0 έως 9.

Διάγραμμα  
καταστάσεων



# Άσκηση 17

Παρούσα κατάσταση				Επόμενη κατάσταση				Είσοδοι φλιπ-φλοπ			
Q <sub>3</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>	J <sub>3</sub> K <sub>3</sub>	J <sub>2</sub> K <sub>2</sub>	J <sub>1</sub> K <sub>1</sub>	J <sub>0</sub> K <sub>0</sub>
0	0	0	0	0	0	0	1	0X	0X	0X	1X
0	0	0	1	0	0	1	0	0X	0X	1X	X1
0	0	1	0	0	0	1	1	0X	0X	X0	1X
0	0	1	1	0	1	0	0	0X	1X	X1	X1
0	1	0	0	0	1	0	1	0X	X0	0X	1X
0	1	0	1	0	1	1	0	0X	X0	1X	X1
0	1	1	0	0	1	1	1	0X	X0	X0	1X
0	1	1	1	1	0	0	0	1X	X1	X1	X1
1	0	0	0	1	0	0	1	X0	0X	0X	1X
1	0	0	1	0	0	0	0	X1	0X	0X	X1
1	0	1	0	X	X	X	X	XX	XX	XX	XX
1	0	1	1	X	X	X	X	XX	XX	XX	XX
1	1	0	0	X	X	X	X	XX	XX	XX	XX
1	1	0	1	X	X	X	X	XX	XX	XX	XX
1	1	1	0	X	X	X	X	XX	XX	XX	XX
1	1	1	1	X	X	X	X	XX	XX	XX	XX

Πίνακας καταστάσεων

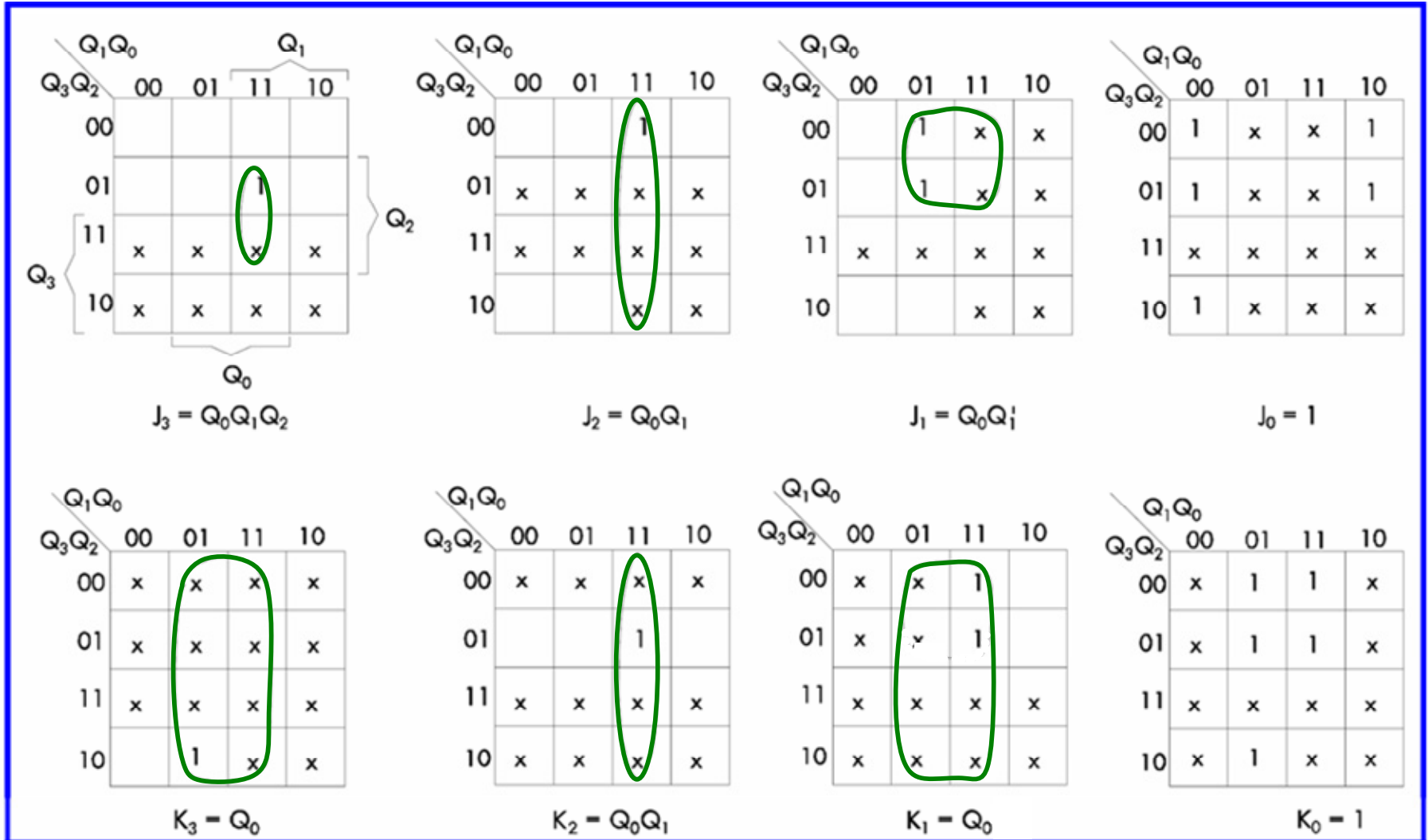
← Για τις αχρησιμοποίητες καταστάσεις 10, 11, 12, 13, 14, 15 αντιμετωπίζουμε ως αδιάφορους όρους τις επόμενες καταστάσεις

Q	Q <sup>+</sup>	J	K
0	0	0	X
0	1	1	X
1	0	X	1
1	1	X	0



# Άσκηση 17

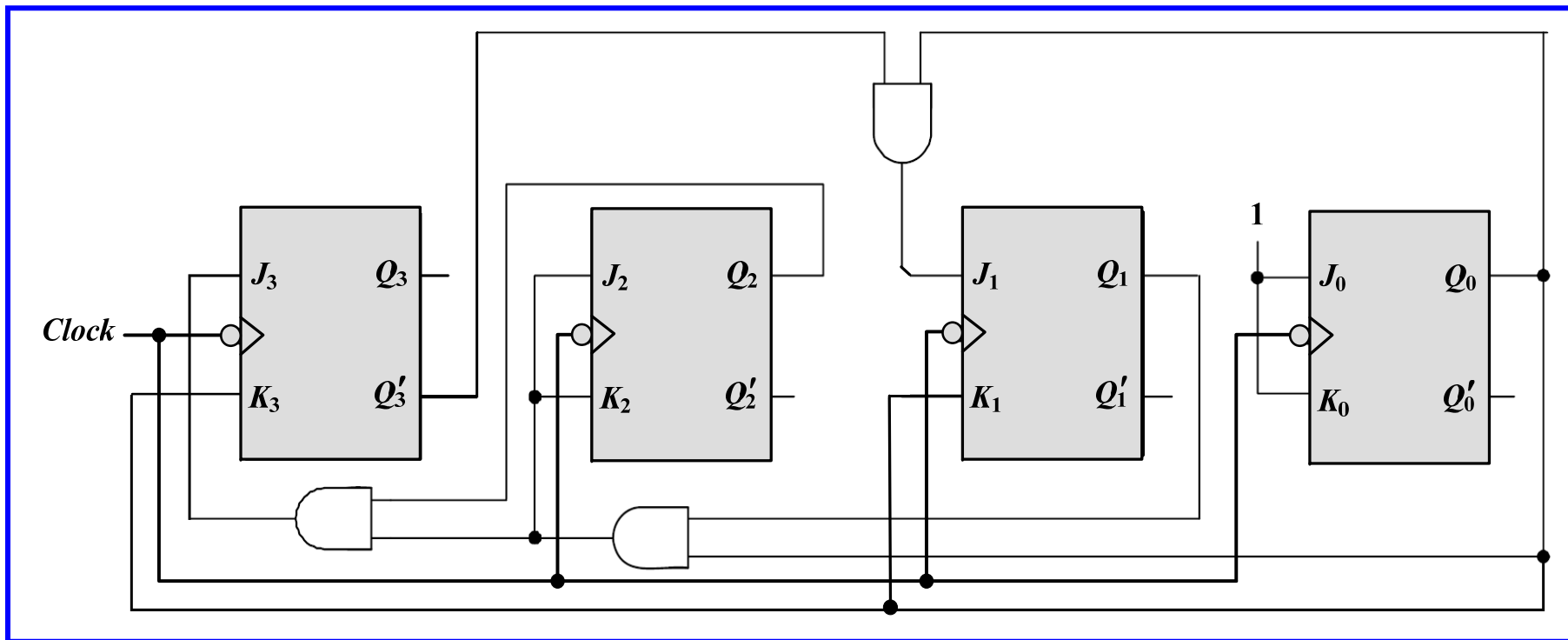
Προσδιορισμός των συναρτήσεων εισόδων των φλιπ-φλοπ



# Άσκηση 17

$$J_3 = Q_2 Q_1 Q_0 \quad J_2 = K_2 = Q_1 Q_0 \quad J_1 = Q_3' Q_0 \quad J_0 = K_0 = 1 \quad K_1 = K_3 = Q_0$$

Λογικό κύκλωμα



# Άσκηση 17

Προσδιορίζουμε την επόμενη κατάσταση για την περίπτωση όπου ο μετρητής που σχεδιάσαμε βρεθεί απροσδόκητα σε αχρησιμοποίητη κατάσταση.

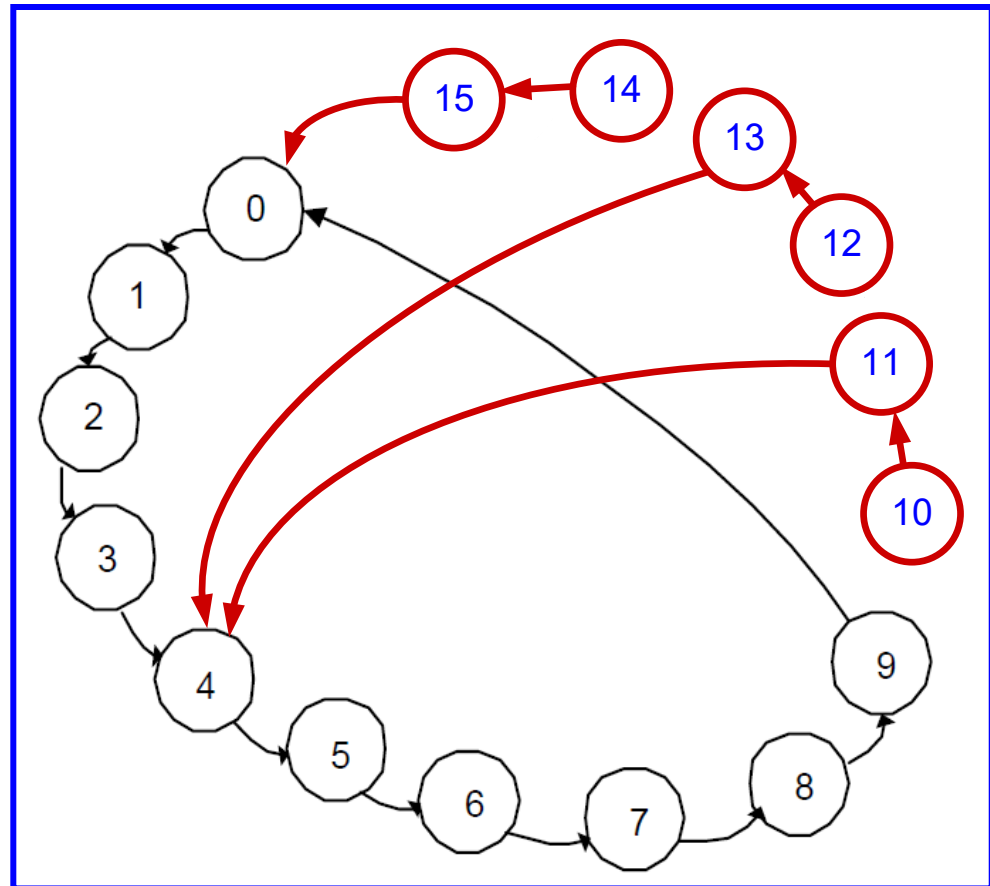
Παρούσα κατάσταση				Είσοδοι φλιπ-φλοπ						Επόμενη κατάσταση					
Q <sub>3</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>	J <sub>3</sub>	K <sub>3</sub>	J <sub>2</sub>	K <sub>2</sub>	J <sub>1</sub>	K <sub>1</sub>	J <sub>0</sub>	K <sub>0</sub>	Q <sub>3</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>
		.					.							.	
		.					.							.	
		.					.							.	
1	0	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	0	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	1	0	1	0	0
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	0	1
1	1	0	1	0	1	0	0	0	1	1	1	0	1	0	0
1	1	1	0	0	0	0	0	0	0	1	1	1	1	1	1
1	1	1	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	0	0	0

Αχρησιμοποίητες καταστάσεις

Για τον προσδιορισμό χρησιμοποιούμε τον πίνακα λειτουργίας του φλιπ-φλοπ JK

# Άσκηση 17

Διάγραμμα καταστάσεων που περιλαμβάνει και τις αχρησιμοποίητες καταστάσεις

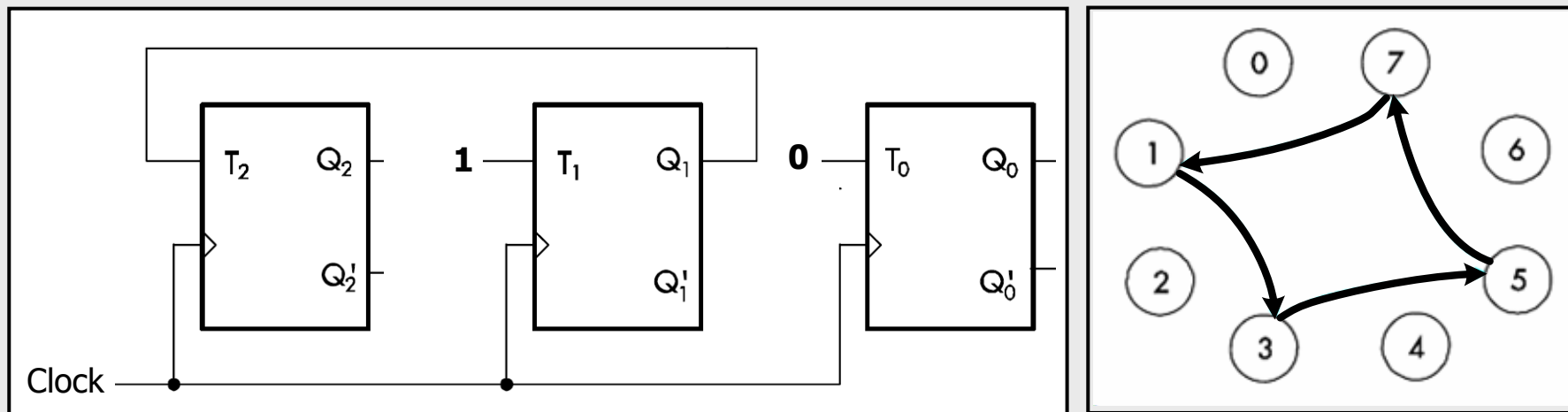


Διαπιστώνουμε ότι εάν ο μετρητής βρεθεί σε μία από τις αχρησιμοποίητες καταστάσεις, το αργότερο μετά από 2 παλμούς ρολογιού, επιστρέφει σε μία από τις έγκυρες καταστάσεις (κύκλωμα με αυτόματη διόρθωση).

# Άσκηση 18

Ο παρακάτω σύγχρονος μετρητής 3 ψηφίων που διατρέχει επαναλαμβανόμενα τις καταστάσεις 1, 3, 5, 7, σχεδιάστηκε αντιμετωπίζοντας ως αδιάφορους όρους τις επόμενες καταστάσεις που αντιστοιχούν στις αχρησιμοποίητες καταστάσεις 0, 2, 4, 6.

Να διαπιστωθεί εάν διαθέτει δυνατότητα αυτόματης διόρθωσης και αν δεν διαθέτει να τροποποιηθεί κατάλληλα ώστε να αποκτήσει την δυνατότητα αυτή.



# Άσκηση 18

Από το λογικό κύκλωμα διαπιστώνουμε ότι:

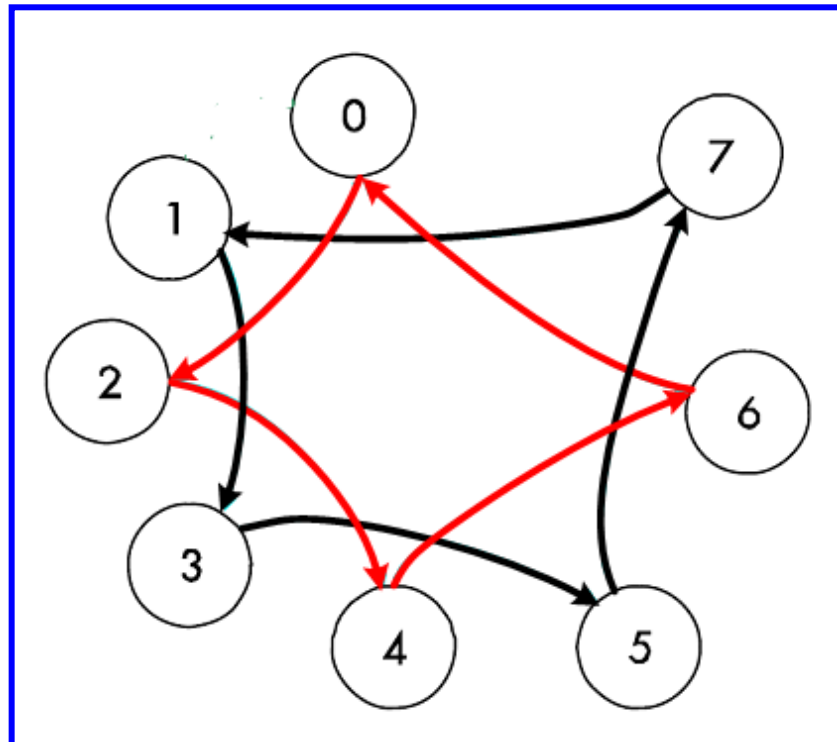
$$T_2=Q_1 \quad T_1=1 \quad T_0=0$$

και με βάση τον πίνακα λειτουργίας του φλιπ-φλοπ T, προσδιορίζουμε την επόμενη κατάσταση για την περίπτωση όπου ο μετρητής βρεθεί απροσδόκητα σε αχρησιμοποίητη κατάσταση.

Παρούσα κατάσταση			Είσοδοι φλιπ-φλοπ			Επόμενη κατάσταση		
Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>0</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>
0	0	0	0	1	0	0	1	0
0	0	1	0	1	0	0	1	1
0	1	0	1	1	0	1	0	0
0	1	1	1	1	0	1	0	1
1	0	0	0	1	0	1	1	0
1	0	1	0	1	0	1	1	1
1	1	0	1	1	0	0	0	0
1	1	1	1	1	0	0	0	1

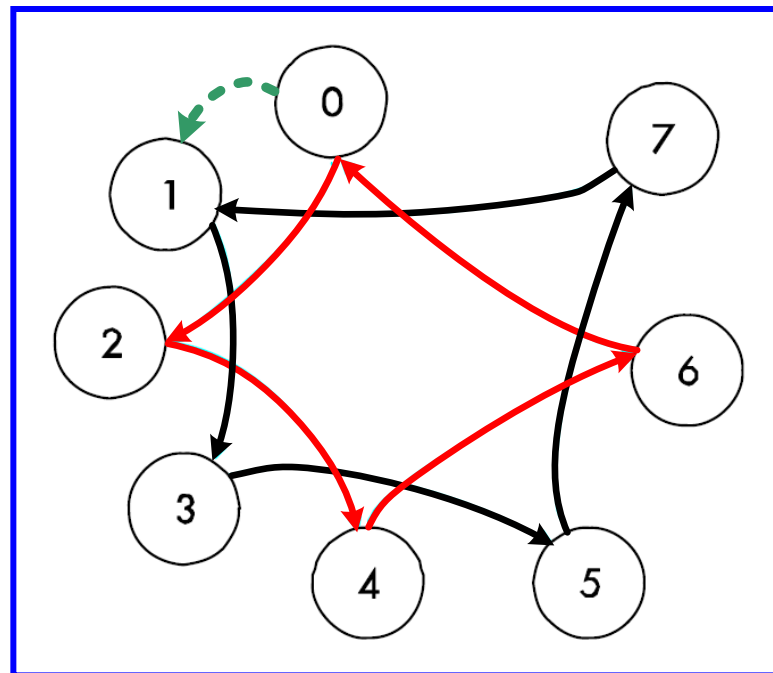
# Άσκηση 18

Με βάση το προηγούμενο πίνακα σχεδιάζουμε το διάγραμμα καταστάσεων του μετρητή που περιλαμβάνει και τις αχρησιμοποίητες καταστάσεις και διαπιστώνουμε ότι εάν ο μετρητής βρεθεί σε μία από τις αχρησιμοποίητες καταστάσεις, τότε εγκλωβίζεται στον βρόχο των αχρησιμοποίητων καταστάσεων 0, 2, 4, 6.



# Άσκηση 18

Για να αποκτήσει ο μετρητής δυνατότητα αυτόματης διόρθωσης παρεμβαίνουμε στο διάγραμμα καταστάσεων, αναγκάζοντας το κύκλωμα να μεταβεί από την κατάσταση 0 στην κατάσταση 1, έτσι ώστε να «σπάσει» ο βρόχος αχρησιμοποίητων καταστάσεων και ο μετρητής να επιστρέφει σε έναν ή περισσότερους παλμούς ρολογιού στην κανονική ακολουθία καταστάσεων.



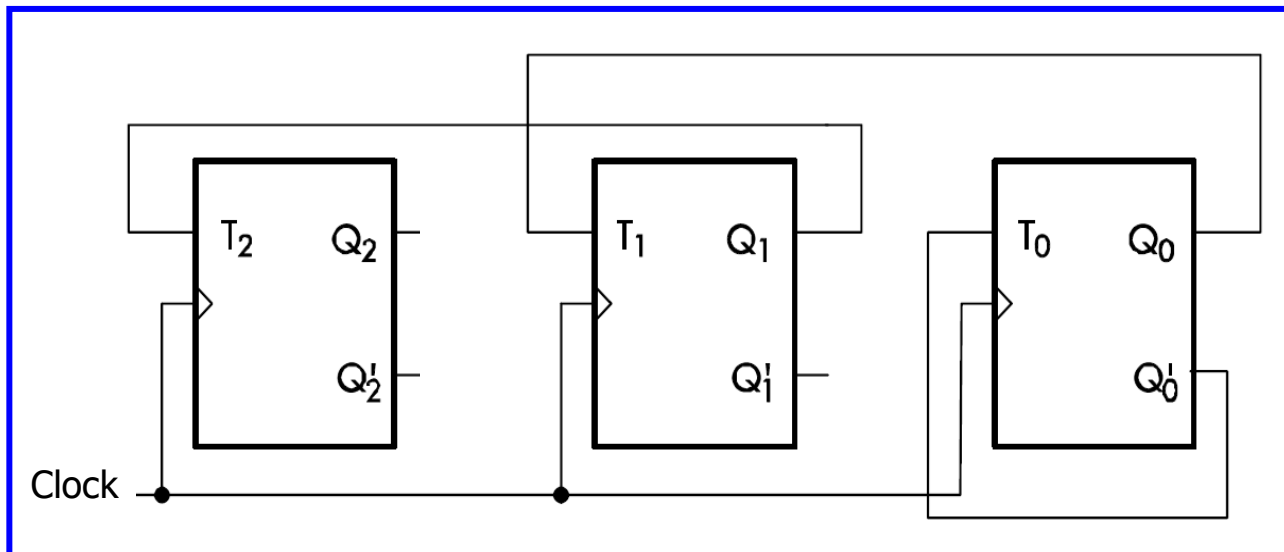
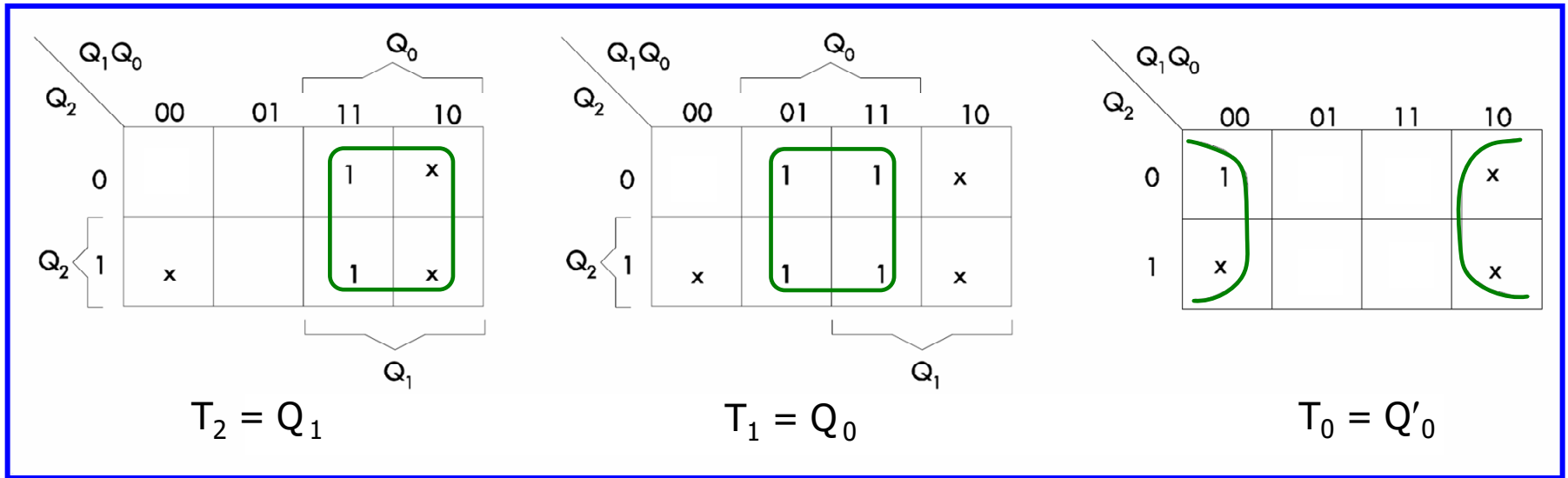


# Άσκηση 18

Επανασχεδιάζουμε τον μετρητή (καταστρωνουμε αρχικά τον πίνακα καταστάσεων), λαμβάνοντας υπόψη ότι εάν ο μετρητής βρεθεί στην κατάσταση 0, τότε μεταβαίνει στην κατάσταση 1.

Παρούσα κατάσταση			Επόμενη κατάσταση			Είσοδοι φλιπ-φλοπ		
Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>	Q <sub>2</sub>	Q <sub>1</sub>	Q <sub>0</sub>	T <sub>2</sub>	T <sub>1</sub>	T <sub>0</sub>
0	0	0	0	0	1	0	0	1
0	0	1	0	1	1	0	1	0
0	1	0	X	X	X	X	X	..
0	1	1	1	0	1	1	1	0
1	0	0	X	X	X	X	X	X
1	0	1	1	1	1	0	1	0
1	1	0	X	X	X	X	X	X
1	1	1	0	0	1	1	1	0

# Άσκηση 18



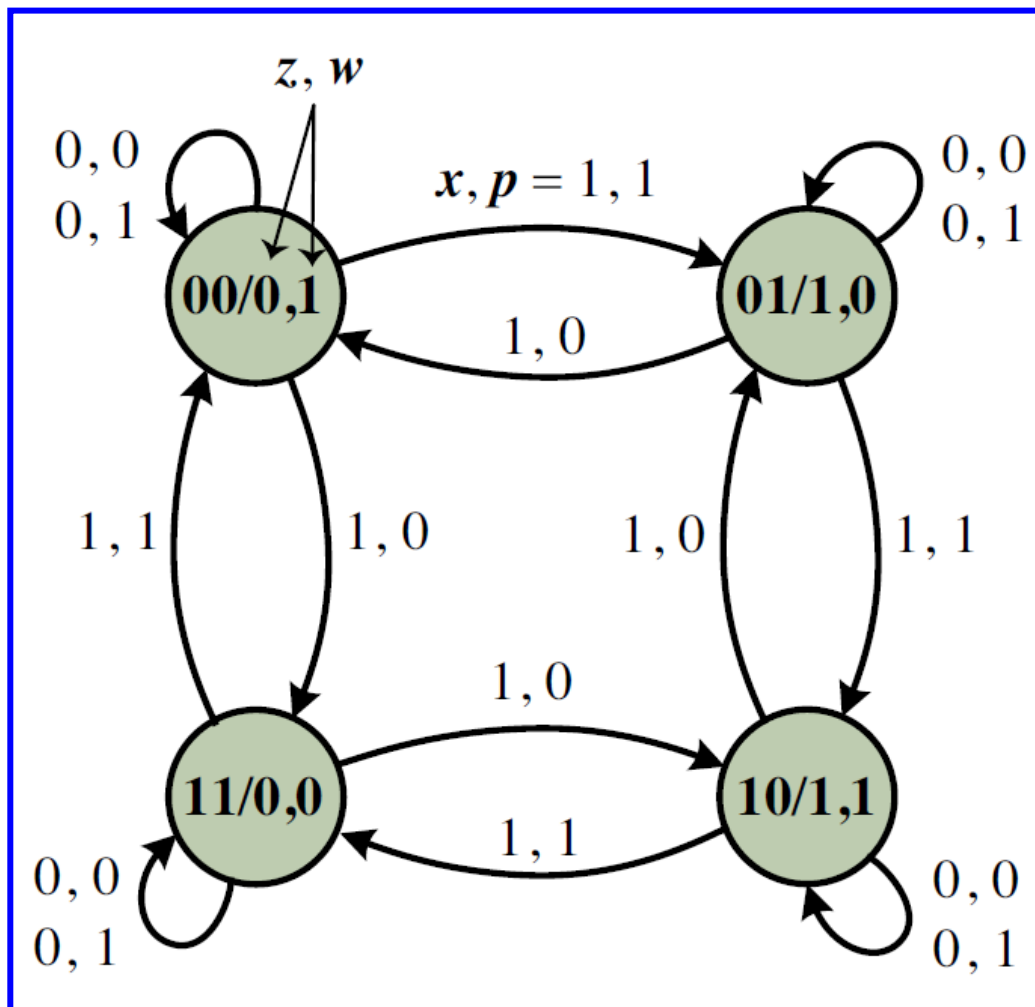
# Άσκηση 19

Εάν έχετε στη διάθεσή σας ένα φλιπ-φλοπ D, ένα φλιπ-φλοπ T, έναν πολυπλέκτη 8-σε-1 και δύο λογικές πύλες, να συνθέσετε ένα σύγχρονο δυαδικό μετροητή δύο ψηφίων με τις ακόλουθες ιδιότητες: (α) ο μετροητής να ακολουθεί ανοδική μέτρηση, όταν μία είσοδος  $p$  έχει τιμή 1, και καθοδική μέτρηση, όταν η ίδια είσοδος έχει τιμή 0, (β) η μέτρηση να «παγώνει», όταν μία είσοδος  $m$  έχει τιμή 0, και να συνεχίζεται κατά τη φορά που υποδεικνύει η τιμή της εισόδου  $p$ , όταν η είσοδος  $m$  έχει λογική τιμή 1, και (γ) ο μετροητής να παράγει ως έξοδο τη μετρούμενη τιμή προσαυξημένη κατά 1, αγνοώντας το κρατούμενο που πιθανώς προκύπτει από την προσαύξηση.

# Άσκηση 19

- Αφού πρόκειται για δυαδικό μετρητή 2 ψηφίων, οι καταστάσεις που διατρέχει είναι 4 (00, 01, 10, 11).
- Με βάση τις ιδιότητες του μετρητή, θα δημιουργήσουμε το διάγραμμα και τον πίνακα καταστάσεών του.
- Με βάση την περιγραφή της ιδιότητας ( $\gamma$ ) του μετρητή, συμπεραίνουμε ότι απαιτείται επιπλέον έξοδος που αποτελείται από 2 ψηφία ( $z, w$ ), των οποίων η τιμή εξαρτάται μόνο από την παρούσα κατάσταση του κυκλώματος (μετρούμενη τιμή).
- Όταν  $p = 1$ , ο μετρητής εκτελεί ανοδική μέτρηση, ενώ όταν  $p = 0$ , ο μετρητής εκτελεί καθοδική μέτρηση.
- Όταν  $m = 0$ , το κύκλωμα παραμένει στην ίδια κατάσταση, ενώ όταν  $m = 1$ , η κατάσταση του κυκλώματος αλλάζει, σύμφωνα με την τιμή της εισόδου  $p$ .

# Άσκηση 19



# Άσκηση 19

Ο πίνακας καταστάσεων περιλαμβάνει και τις τιμές των εισόδων που καθορίζουν τις μεταβάσεις, καθώς και τις τιμές των ψηφίων της επιπλέον εξόδου

Παρούσα κατάσταση		Είσοδοι		Επόμενη κατάσταση		Είσοδος φλιπ-φλοπ	Έξοδοι	
$Q_1$	$Q_0$	$m$	$p$	$Q_1$	$Q_0$	$T_0$	$z$	$w$
0	0	0	0	0	0	0	0	1
0	0	0	1	0	0	0	0	1
0	0	1	0	1	1	1	0	1
0	0	1	1	0	1	1	0	1
0	1	0	0	0	1	0	1	0
0	1	0	1	0	1	0	1	0
0	1	1	0	0	0	1	1	0
0	1	1	1	1	0	1	1	0
1	0	0	0	1	0	0	1	1
1	0	0	1	1	0	0	1	1
1	0	1	0	0	1	1	1	1
1	0	1	1	1	1	1	1	1
1	1	0	0	1	1	0	0	0
1	1	0	1	1	1	0	0	0
1	1	1	0	1	0	1	0	0
1	1	1	1	0	0	1	0	0

# Άσκηση 19

- Παρατηρώντας τον πίνακα καταστάσεων διαπιστώνουμε ότι  $T_0 = m$ , καθώς και ότι  $D_1(Q_1, Q_0, m, p) = \Sigma(2, 7, 8, 9, 11, 12, 13, 14)$ .
- Η υλοποίηση του συνδυαστικού κυκλώματος προσδιορισμού της εισόδου  $D_1$  επιτυγχάνεται με χρήση του διαθέσιμου πολυπλέκτη 8-σε-1.
- Τροφοδοτούμε τις εισόδους επιλογής του πολυπλέκτη με τις μεταβλητές  $Q_1, Q_0$  και την είσοδο  $m$ , και στις εισόδους δεδομένων του θέτουμε την κατάλληλη λογική τιμή ή την κατάλληλη μορφή της εισόδου  $p$ , ανάλογα με την τιμή που λαμβάνει η έκφραση της εισόδου  $D_1$  για καθέναν από τους 8 συνδυασμούς τιμών των μεταβλητών  $Q_1, Q_0$  και της εισόδου  $m$ .

# Άσκηση 19

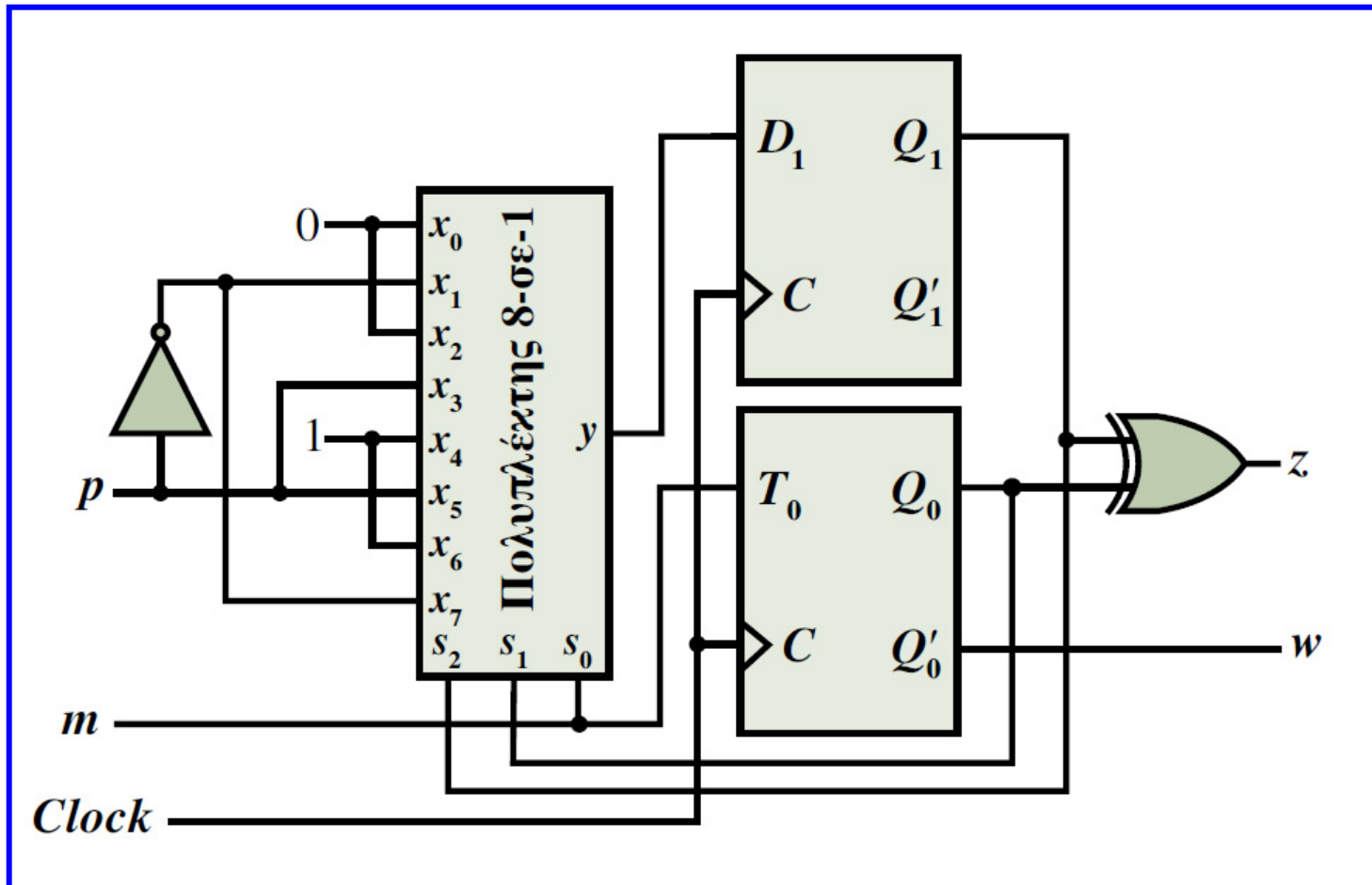
$Q_1$	$Q_0$	$m$	$p$	$D_1$	
0	0	0	0	0	$D_1 = 0$
0	0	0	1	0	
0	0	1	0	1	$D_1 = p'$
0	0	1	1	0	
0	1	0	0	0	$D_1 = 0$
0	1	0	1	0	
0	1	1	0	0	$D_1 = p$
0	1	1	1	1	
1	0	0	0	1	$D_1 = 1$
1	0	0	1	1	
1	0	1	0	0	$D_1 = p$
1	0	1	1	1	
1	1	0	0	1	$D_1 = 1$
1	1	0	1	1	
1	1	1	0	1	$D_1 = p'$
1	1	1	1	0	

- Όσον αφορά τον προσδιορισμό της εξόδου  $z$ , από τον πίνακα του καταστάσεων διαπιστώνουμε ότι αυτή λαμβάνει τιμή 1, όταν οι μεταβλητές  $Q_1$  και  $Q_0$  έχουν διαφορετική τιμή, ενώ μηδενίζεται, όταν οι μεταβλητές  $Q_1$  και  $Q_0$  έχουν ίδια λογική τιμή. Συνεπώς,  $z = Q_1 \oplus Q_0$ .
- Επίσης, όσον αφορά τον προσδιορισμό της εξόδου  $w$ , από τον ίδιο πίνακα προκύπτει ότι  $w = Q'_0$ .



# Άσκηση 19

Σχεδιάζουμε το ζητούμενο λογικό κύκλωμα, χρησιμοποιώντας τα διαθέσιμα εξαρτήματα:



## Άσκηση 20

Κατά την ενεργοποίηση ενός συστήματος συναγερμού, το οποίο συγχρονίζεται από ένα σήμα ρολογιού, μία είσοδος  $S$  λαμβάνει τιμή 1 για χρονικό διάστημα ενός παλμού του σήματος ρολογιού. Να συνθέσετε ένα σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα, το οποίο, όταν ενεργοποιείται ο συναγερμός, θα πρέπει να επιλέγει τον οκταψήφιο τηλεφωνικό αριθμό 11836640, δηλαδή θα πρέπει να εμφανίζονται τα ψηφία του αριθμού αυτού, κωδικοποιημένα σύμφωνα με τον κώδικα BCD, στις εξόδους  $a$ ,  $b$ ,  $c$  και  $d$  του κυκλώματος, με την ορθή σειρά και σε συγχρονισμό με το σήμα ρολογιού. Για τη σύνθεση του κυκλώματος, έχετε στη διάθεσή σας ένα σύγχρονο δυαδικό μετρητή τριών ψηφίων, τα φλιπ-φλοπ του οποίου διαθέτουν ασύγχρονη είσοδο καθαρισμού, ένα φλιπ-φλοπ JK, έναν αποκωδικοποιητή και λογικές πύλες AND και OR τριών εισόδων. Να θεωρήσετε ότι κατά την έναρξη λειτουργίας του κυκλώματος οι έξοδοι του σύγχρονου μετρητή και του φλιπ-φλοπ JK είναι μηδενικές.

## Άσκηση 20

Παρατηρήστε ότι το πλήθος των ψηφίων του τηλεφωνικού αριθμού είναι ίσο με 8 και με δεδομένη τη διαθεσιμότητα ενός σύγχρονου δυαδικού μετρητή τριών ψηφίων, ο οποίος διατρέχει οκτώ καταστάσεις, διαπιστώνετε ότι μπορείτε να αντιστοιχίσετε κάθε ψηφίο του τηλεφωνικού αριθμού με μία κατάσταση του μετρητή. Όταν η είσοδος  $S$  λάβει λογική τιμή 1 (με την ενεργοποίηση του συναγερμού), τότε θα πρέπει να ξεκινά η μέτρηση, και όταν ο μετρητής φτάσει στην τελευταία κατάστασή του (111), θα πρέπει να σταματά. Επομένως, μπορεί να χρησιμοποιηθεί το διαθέσιμο φλιπ-φλοπ JK ως «φύλακας» της τιμής της εισόδου  $S$  για το διάστημα που χρειάζεται ο μετρητής για να μετρήσει από το 0 έως 7, δηλαδή για το διάστημα που απαιτείται για την επιλογή του τηλεφωνικού αριθμού.



# Άσκηση 20

Εάν, όπως αναφέρεται στην εκφώνηση της άσκησης, η αρχική τιμή της εξόδου του φλιπ-φλοπ JK είναι 0, με βάση τον πίνακα λειτουργίας του, εάν τροφοδοτήσετε την είσοδο  $S$  στην είσοδο  $J$  του φλιπ-φλοπ, τότε όταν  $J = S = 1$ , η έξοδος του φλιπ-φλοπ λαμβάνει τιμή 1. Εάν συνδέσετε την έξοδο του φλιπ-φλοπ JK στις εισόδους καθαρισμού των φλιπ-φλοπ του σύγχρονου δυαδικού μετρητή, διαπιστώνετε ότι η μέτρηση θα συνεχιστεί και μετά το μηδενισμό της εισόδου  $S$ , υπό την προϋπόθεση ότι  $K = 0$ . Η μέτρηση θα πρέπει να σταματά με την ολοκλήρωση της ακολουθίας των οκτώ καταστάσεων και να ξαναρχίζει μόνο όταν η είσοδος  $S$  λάβει ξανά λογική τιμή 1. Συνεπώς, εάν τροφοδοτήσουμε την είσοδο  $K$  του φλιπ-φλοπ με την έξοδο μίας πύλης AND τριών εισόδων, οι οποίες τροφοδοτούνται με τις εξόδους του μετρητή, τότε η είσοδος  $K$  λαμβάνει τιμή 1 μόνο κατά τη λήξη της μέτρησης, με αποτέλεσμα το μηδενισμό της εξόδου του φλιπ-φλοπ JK και, κατά συνέπεια, το μηδενισμό του μετρητή. Με την έλευση του επόμενου παλμού του σήματος ρολογιού, η είσοδος  $K$  θα λάβει τιμή 0, αλλά η έξοδος του φλιπ-φλοπ θα παραμείνει 0, εκτός εάν ενεργοποιηθεί η είσοδος  $S$ , που σημαίνει ότι θα πρέπει να επαναληφθεί η μέτρηση.

# Άσκηση 20

Η αντιστοίχιση των οκτώ καταστάσεων που διατρέχει ο μετρητής με τα ψηφία του τηλεφωνικού αριθμού, μπορεί να επιτευχθεί με τη βοήθεια ενός αποκωδικοποιητή, η λειτουργία του οποίου περιγράφεται ως εξής:

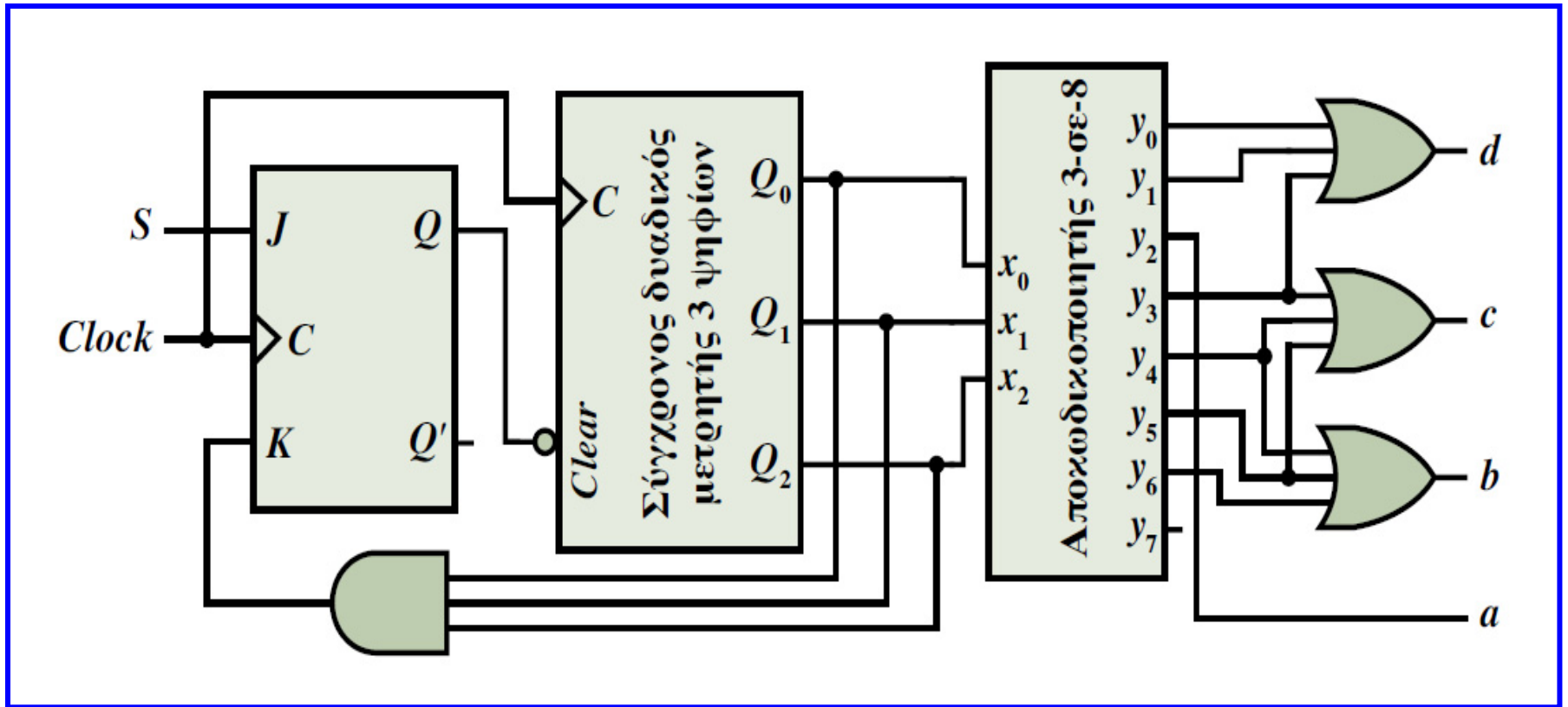
$Q_2$	$Q_1$	$Q_0$	$a$	$b$	$c$	$d$	Ψηφίο αριθμού
1	0	0	0	0	0	1	1
1	0	1	0	0	0	1	1
1	1	0	1	0	0	0	8
1	1	1	0	0	1	1	3
0	0	0	0	1	1	0	6
0	0	1	0	1	1	0	6
0	1	0	0	1	0	0	4
0	1	1	0	0	0	0	0

## Άσκηση 20

Ένα συνδυαστικό κύκλωμα με  $n$  εισόδους και  $m$  εξόδους μπορεί να υλοποιηθεί με έναν αποκωδικοποιητή  $n$ -σε- $2^n$  και  $m$  λογικές πύλες OR. Συνεπώς, στην προκειμένη περίπτωση, για την υλοποίηση του συνδυαστικού μέρους του κυκλώματος χρειαζόμαστε έναν αποκωδικοποιητή 3-σε-8 και τρεις πύλες OR, αφού για την υλοποίηση της λογικής έκφρασης της εξόδου  $a$  δεν απαιτείται πύλη, διότι συμμετέχει σε αυτήν μόνο ένας ελαχιστόρος.

Οι πύλες OR που απαιτούνται για την υλοποίηση των λογικών εκφράσεων των υπόλοιπων εξόδων, θα πρέπει να διαθέτουν τρεις εισόδους, όσοι είναι και οι ελαχιστόροι των εκφράσεων αυτών. Με βάση τα παραπάνω, μπορείτε να συνθέσετε το ζητούμενο σύγχρονο ακολουθιακό κύκλωμα που παρουσιάζεται που περιλαμβάνει σύγχρονο δυαδικό μετρητή τριών ψηφίων, αποκωδικοποιητή 3-σε-8, τέσσερις λογικές πύλες τριών εισόδων και ένα φλιπ-φλοπ JK.

# Άσκηση 20





Τέλος 5<sup>ης</sup> ενότητας ασκήσεων