# Θεωρία Οικονομικής Μεγέθυνσης και Ανάπτυξης

Απαντήσεις 2ου Σετ Ασκήσεων - Υπόδειγμα Solow

1. (α′) Η Συνάρτηση Παραγωγής είναι : Η Συνάρτηση Παραγωγής ανά Εργαζόμενο είναι

$$\frac{Y_t}{L_t} = \frac{1}{L_t} A {K_t}^{\alpha} {L_t}^{1-\alpha}$$
$$y_t = A \frac{K_t}{L_t}^{\alpha}$$
$$y_t = A {k_t}^{\alpha}$$

(β′) Η Συνάρτηση **Μέσου Προϊόντος**

$$\frac{f(k)}{k} = \frac{1}{k} A k^{\alpha}$$
$$\frac{f(k)}{k} = A k^{\alpha-1}$$

(γ′)

$$\lim_{k \to \infty} (APk) = \lim_{k \to \infty} A k^{\alpha-1} = 0$$

Διότι $\alpha < 1$

(δ′)

$$g_k = \frac{\dot{k}}{k}$$
$$\dot{k} = \frac{\partial k}{\partial t} = s f(k) - (n+\delta) k$$
$$g_k = \frac{s f(k)}{k} - (n+\delta)$$
$$g_k = s A k^{\alpha} - (n+\delta)$$
$$\frac{\partial g_k}{\partial k} = s A (\alpha - 1) k^{\alpha-2} < 0$$

(ε′) Στο Χρυσό Κανόνα Ισχύει

$$f'(k) = n + \delta$$
$$A\alpha k^{\alpha-1} = n + \delta$$
$$k^{\alpha-1} = \frac{n+\delta}{\alpha A}$$
$$k^{1-\alpha} = \frac{\alpha A}{n+\delta}$$
$$k^* = (\frac{\alpha A}{n+\delta})^{\frac{1}{1-\alpha}}$$
$$y^* = Ak^{*\alpha}$$
$$y^* = A(\frac{\alpha A}{n+\delta})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$
$$y^* = A^{\frac{1}{1-\alpha}}(\frac{\alpha}{n+\delta})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}}$$

(ϛ′) Ο Χρυσος Κανονας αφορά Μια Σταθερή Κατάσταση επομένως ισχύει:

$$sf(k^*) = (n+\delta)k^*$$
$$sA^{\frac{1}{1-\alpha}}(\frac{\alpha}{n+\delta})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = (n+\delta)(\frac{\alpha A}{n+\delta})^{\frac{1}{1-\alpha}}$$
$$sA^{\frac{1}{1-\alpha}}(\frac{\alpha}{n+\delta})^{\frac{\alpha}{1-\alpha}} = (n+\delta)A^{\frac{1}{1-\alpha}}(\frac{\alpha}{n+\delta})^{\frac{1}{1-\alpha}}$$
$$s = (n+\delta)(\frac{\alpha}{n+\delta})^{\frac{1}{1-\alpha}}(\frac{\alpha}{n+\delta})^{\frac{-\alpha}{1-\alpha}}$$
$$s = (n+\delta)(\frac{\alpha}{n+\delta})$$

$$s = \alpha$$

2. (α′) Καθώς $y = f(k)$ ισχύει:

$$\dot{y} = f'(k)\dot{k}$$
$$\dot{y} = 0$$
$$g_y = \frac{\dot{y}}{y} = 0$$

(β′) Καθώς $c = (1-s)y$ ισχύει:

$$\begin{aligned} \dot{c} &= (1-s)\dot{y} \\ \dot{c} &= 0 \\ g_c &= \frac{\dot{c}}{c} = 0 \end{aligned}$$

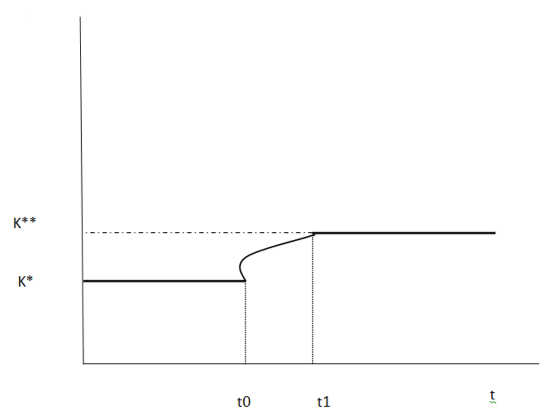
(γ′) Εχουμε:

$$\begin{aligned} k &= \frac{K}{L} \rightarrow K = kL \\ \frac{\dot{K}}{K} &= \frac{\dot{k}}{k} + \frac{\dot{L}}{L} \\ g_K &= g_k + g_L \\ g_K &= 0 + n = n \end{aligned}$$

Ομοίως και για τα άλλα Συνολικά Μεγέθη

3. Οπως γνωρίζουμε η μείωση του δ οδηγεί σε Νέα Σταθερή Κατάσταση όπου $\uparrow k, \uparrow y$

   (α′) Τόσο το Κεφάλαιο όσο και το Εισόδημα ανά Εργαζόμενο μεταπηδούν από τη Μια Σταθερή Κατάσταση στην Επόμενη, όπου και σταθεροποιούνται



(β΄) Ο Ρυθμός Μεγέθυνσης του Κεφαλαίου ανά Εργαζόμενο είναι *Μηδενικός* όσο διαρκεί η Σταθερή Κατάσταση.
Μετά τη Μείωση του δ παρατηρείται μια **απότομη** αύξηση που οδηγεί στην ↑ του k και μετά Επιστροφή στο Μηδέν.