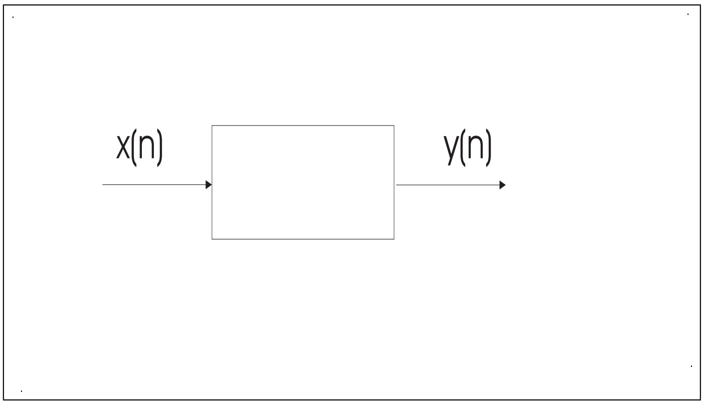
ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ Γ.Γλεντής

1. Εισαγωγή
2. Συστήματα Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος
3. Σήματα και Συστήματα
4. Ψηφιοποίηση Αναλογικών Σημάτων
5. Γραμμικά Χρονικά Αναλλοίωτα Συστήματα
6. Ο Μετασχηματισμός $\mathcal{Z}$
7. Το Πεδίο της Συχνότητας
8. Αναλογικά Φίλτρα
9. Ψηφιακά Φίλτρα
10. Διακριτοί Ορθογώνιοι Μετασχηματισμοί
11. Εφαρμογή στα Ψηφιακά Τηλ/κά Συστήματα
12. Εφαρμογή στις Κατευθυντικές Συστοιχίες Κεραιών

ΓΡΑΜΜΙΚΑ ΧΡΟΝΙΚΑ ΑΝΑΛΛΟΙΩΤΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ



$$x(n) \to y(n) = \mathcal{F}(x(n))$$

- Το γραμμικό σύστημα (αρχή της υπέρθεσης)

$$\mathcal{F}(ax_1(n) + bx_2(n)) = a\mathcal{F}(x_1(n)) + b\mathcal{F}(x_2(n))$$

- Χρονικό αναλλοίωτο σύστημα

$$\mathcal{F}(x(n - D)) = y(n - D)$$

ΣΥΓΚΕΡΑΣΤΙΚΗ ΑΝΑΠΑΡΑΣΤΑΣΗ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΔΙΑΚΡΙΤΟΥ ΧΡΟΝΟΥ

- Το μοναδιαίο δείγμα

$$\delta(n) = \begin{cases} 1, & n = 0, \\ 0, & n \neq 0 \end{cases}$$

- Το σήμα εισόδου

$$x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(n-k)x(k)$$

- Το σήμα εξόδου

$$y(n) = \mathcal{F}(x(n)) = \mathcal{F}\left(\sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(n-k)x(k)\right)$$

ή λόγω της γραμμικότητας

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathcal{F}\left(\delta(n-k)\right) x(k)$$

- Ορίζουμε την οικογένεια των σημάτων

$$h_k(n) \equiv \mathcal{F}\left(\delta(n-k)\right)$$

- Το σήμα εξόδου

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h_k(n) x(k)$$

- Εάν το σύστημα είναι χρονικά αναλλοίωτο

$$h_k(n) = h(n-k)$$

$$h(n) \equiv h_0(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathcal{F}\left(\delta(n)\right)$$

- $\mathcal{F}(.)$ γραμμικό και χρονικά αναλλοίωτο σύστημα
- Απόκριση στο μοναδιαίο δείγμα

$$h(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} \mathcal{F}\left(\delta(n)\right)$$

- Το σήμα εξόδου

$$y(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(n-k)x(k)$$

- Η πράξη του συγκερασμού $\star$ (συνέλιξη, convolution)

$$y(n) \equiv h(n) \star x(n) = \sum_{k=-\infty}^{\infty} h(n-k)x(k)$$

ΕΙΔΙΚΕΣ ΠΕΡΙΠΤΩΣΕΙΣ

- αιτιατό σύστημα

$$y(n) \equiv h(n) \star x(n) = \sum_{k=-\infty}^{n} h(n-k)x(k)$$

και

$$h(n) = 0, \quad n < 0$$

- αιτιατό σύστημα με είσοδο αιτιατό σήμα

$$y(n) \equiv h(n) \star x(n) = \sum_{k=0}^{n} h(n-k)x(k)$$

και

$$y(n) = 0, \quad n < 0$$

ΠΑΡΑΔΕΙΓΜΑ

- Το σύστημα με απόκριση στο μοναδιαίο βήμα

$$h(n) = (\frac{1}{2})^n u_s(n)$$

- Σήμα εισόδου

$$x(n) = u_s(n)$$

- Υπολογισμός του σήματος εξόδου

$$y(n) \equiv h(n) \star x(n) = \sum_{k=0}^{n} h(n-k)x(k)$$

ή

$$y(n) = \sum_{k=0} (\frac{1}{2})^{n-k} u_s(n-k) u_s(k)$$

ή

$$y(n) = \sum_{\ell=0}^{n} (\frac{1}{2})^{\ell} = -(\frac{1}{2})^n + 2, n \geq 0$$

ΙΔΙΟΤΗΤΕΣ ΤΟΥ ΣΥΓΚΕΡΑΣΜΟΥ

- αντιμεταθετική

$$h_1(n) \star h_2(n) = h_2(n) \star h_1(n)$$

- προσεταιριστική

$$h_1(n) \star (h_2(n) \star h_3(n)) = (h_1(n) \star h_2(n)) \star h_3(n)$$

- επιμεριστική ως προς τον πολ/σμο και την πρόσθεση

$$(ah_1(n) + bh_2(n)) \star h_3(n) = a\,(h_1(n) \star h_3(n)) + b\,(h_2(n) \star h_3(n))$$

- μοναδιαίο στοιχείο

$$x(n) \star \delta(n) = x(n)$$

- αντιστροφή

$$h(n) \star h^{-1}(n) = \delta(n)$$

ΣΥΝΔΕΣΜΟΛΟΓΙΕΣ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ

- $h_1(n)$ και $h_2(n)$ εν σειρά:

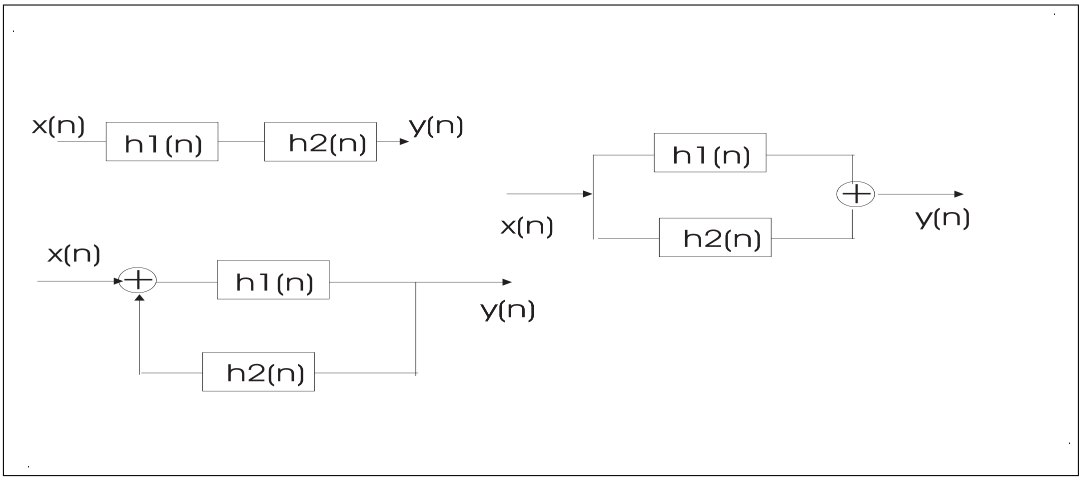
$$h(n) = h_1(n) \star h_2(n) = h_2(n) \star h_1(n)$$

- $h_1(n)$ και $h_2(n)$ παράλληλα:

$$h(n) = h_1(n) + h_2(n)$$

- Σύνδεση με ανατροφοδότηση:

$$h(n) = (\delta(n) - h_1(n) \star h_2(n))^{-1} \star h_1(n)$$



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΠΕΠΕΡΑΣΜΕΝΗΣ ΚΡΟΥΣΤΙΚΗΣ ΑΠΟΚΡΙΣΗΣ

- Συστήματα (φίλτρα) πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης F(inite) I(mpulse) R(esponse)

$$h(n) = \begin{cases} h(n) = h_n, \quad n = 0, 1, \dots p \\ h(n) = 0, allo'u \end{cases}$$

$$y(n) = h(n) \star x(n) = \sum_{k=0}^{n} h(n-k)x(k)$$

ή

$$y(n) = \sum_{i=0}^{p} h_i x(n-i)$$

Παράδειγμα:

$$x(n) = 2x(n) - 3x(n-1) + \frac{1}{2}x(n-2)$$

$$p = 2$$

$$h_0 = 2, \quad h_1 = -3, \quad h_2 = \frac{1}{2}$$

ΥΛΟΠΟΙΗΣΗ ΓΡΑΜΜΙΚΩΝ ΣΥΣΤΗΜΑΤΩΝ ΜΕ ΔΙΑΚΡΙΤΑ ΣΤΟΙΧΕΙΑ

- Στοιχείο μοναδιαίας καθυστέρησης

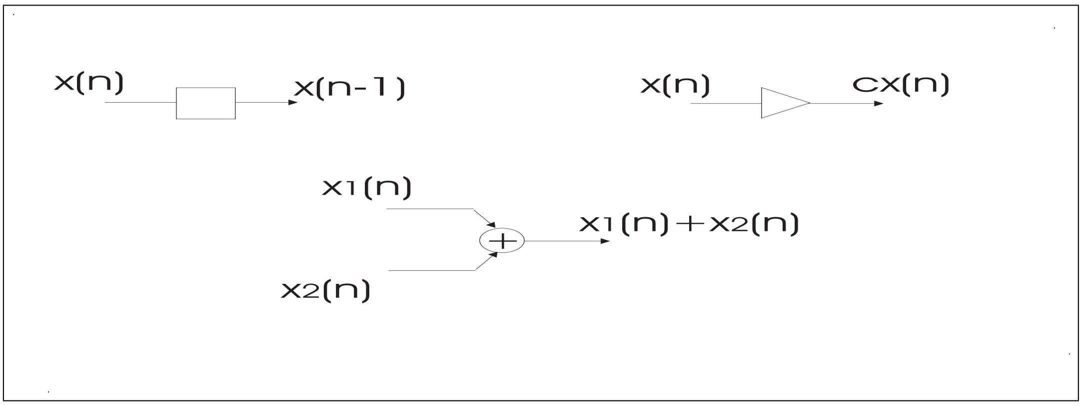
$$y(n) = \mathcal{D}(x(n)) = x(n-1)$$

- Αθροιστής

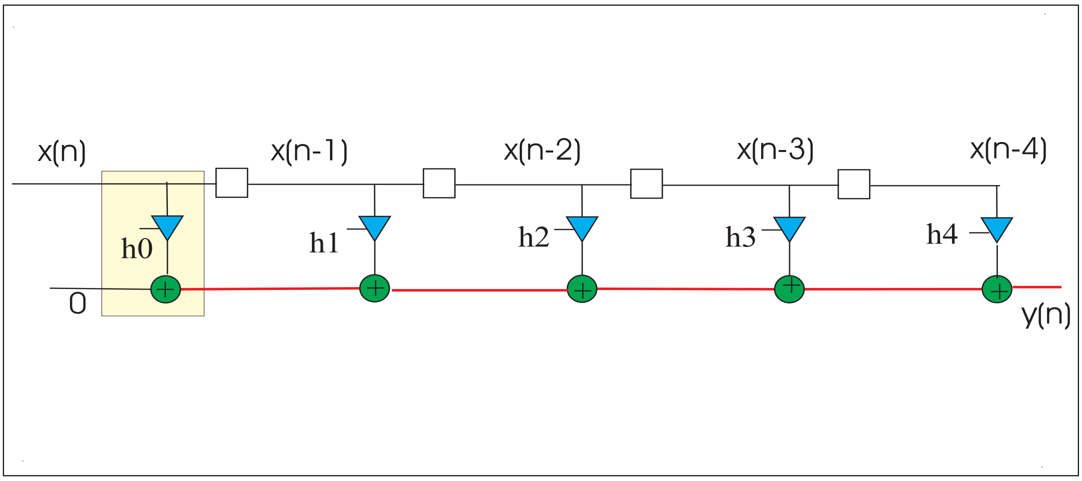
$$y(n) = x_1(n) + x_2(n)$$

- Βαθμωτό

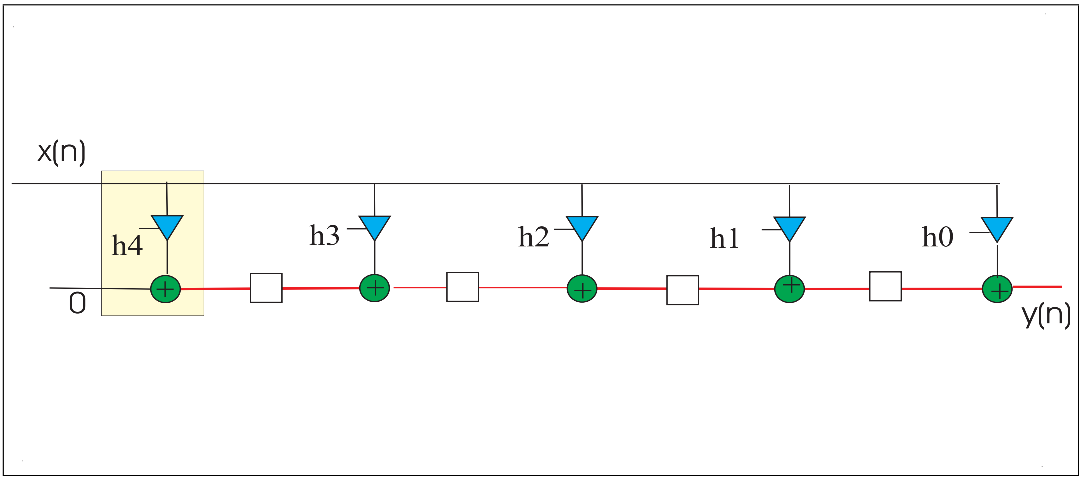
$$y(n) = ax(n)$$



$$y(n) = \sum_{i=0}^{4} h_i x(n-i)$$

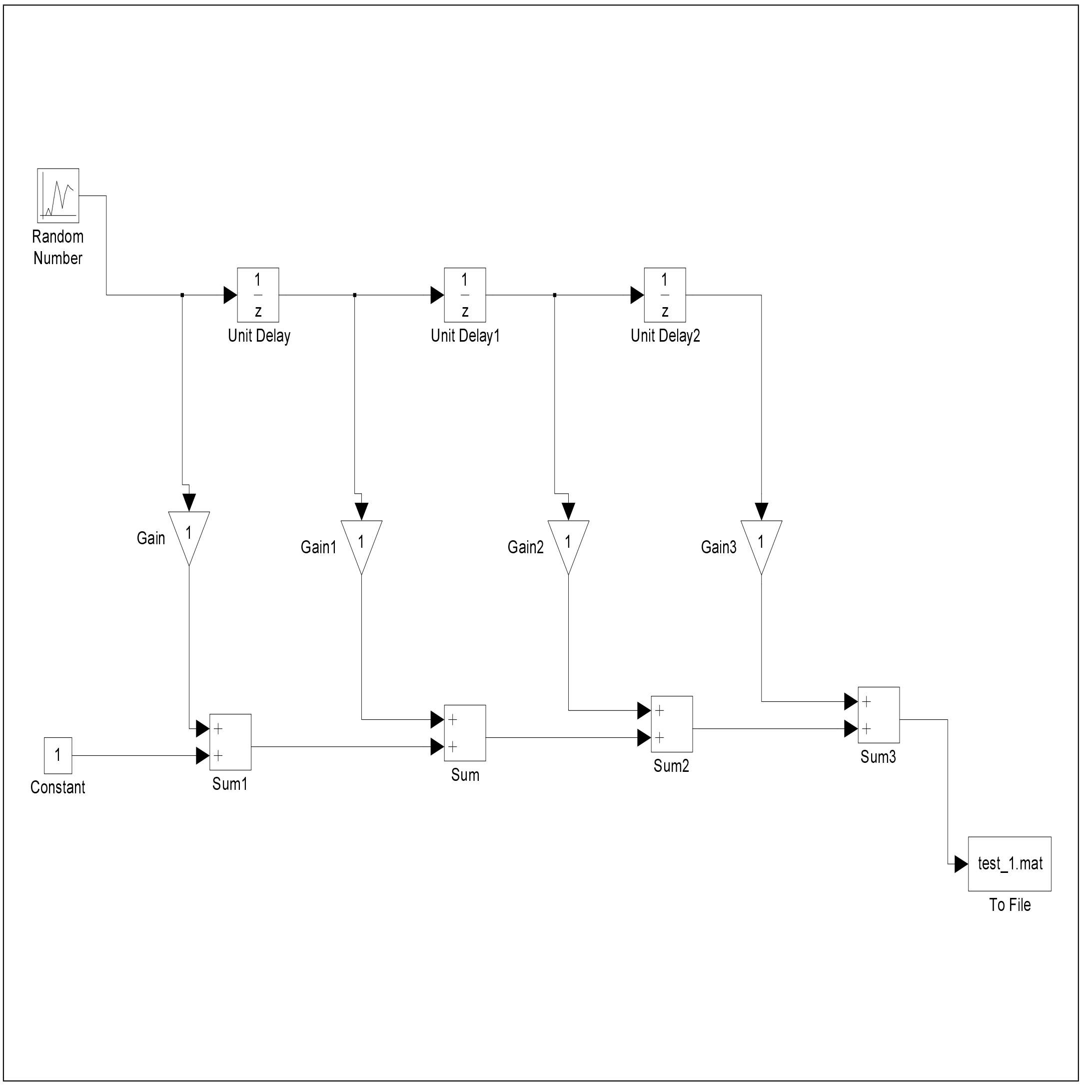


Άμεση υλοποίηση



Ανάστροφη υλοποίηση

FIR σύστημα στο SIMULINK



ΑΝΑΔΡΟΜΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ

- Γραμμικά συστήματα με ανάδραση (ανατροφοδότιση του σήματος εξόδου)

- Συστήματα (φίλτρα) άπειρης κρουστικής απόκρισης (I(nfitite) I(mpulse) R(esponse)

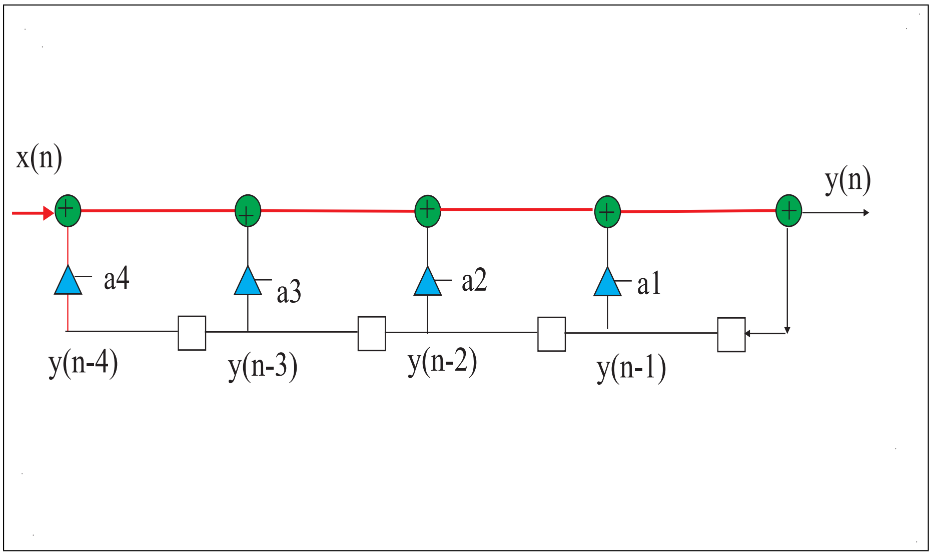
$$y(n) = \sum_{\text{ı}=1}^{p} h_a(n-i) + \sum_{i=0}^{q} h_b(n-i)$$

- Απόκριση στο μοναδιαίο δείγμα ;;; Επίλυση εξίσωσης διαφορών !

Παράδειγμα:

$$y(n) = 2y(n-1) - y(n-2) + x(n) + \frac{1}{3}x(n-1)$$

$$y(n) = \sum_{i=1}^{4} a_i y(n-i) + x(n)$$



ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΕΚΤΙΜΗΣΗ ΜΕΣΗΣ ΤΙΜΗΣ

- Μέση τιμή σήματος

$$m_x = \mathcal{E}(x(k))$$

- Προσέγγιση με κυλιώμενο τετράγωνο παράθυρο μήκους L

$$m_x(n) = \frac{1}{L} \sum_{i=n-L+1}^{n} x(i)$$

ή

$$m_x(n) = \frac{1}{L} \sum_{i=0}^{L} x(n-i)$$

- FIR σύστημα με $L+1$ συντελεστές

$$h(0) = 1,\ h(1) = 1\ \ldots h(L) = 1$$

Εναλλακτικά,

$$m_x(n) = \frac{1}{L}\left(\sum_{i=0}^{L} x(n-i) \pm x(n-L-1)\right)$$

ή

$$m_x(n) = \frac{1}{L} m_x(n-1) + \frac{1}{L} x(n) - \frac{1}{L} x(n-L-1)$$

- IIR σύστημα με 3 μή μηδενικούς συντελεστές

$$h_a(1) = \frac{1}{L},\ h_b(0) = \frac{1}{L},\ h_b(L) = -\frac{1}{L}$$

Γεννήτρια ημιτονικού σήματος

$$y(n) = Ay(n-1) + By(n-2) + Cx(n-1)$$

$$A = 2cos(\omega T), \quad B = -1, \quad C = sin(\omega T)$$

$$x(-1) = 0, \quad y(-1) = y(-2) = 0$$

- f επιθυμητή συχνότητα, $\omega = 2\pi f$
- T περίοδος δειγματοληψίας
- $x(n) = \delta(n)$

.