ΨΗΦΙΑΚΗ ΕΠΕΞΕΡΓΑΣΙΑ ΣΗΜΑΤΟΣ Γ.Γλεντής

1. Εισαγωγή
2. Συστήματα Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος
3. Σήματα και Συστήματα
4. Ψηφιοποίηση Αναλογικών Σημάτων
5. Γραμμικά Χρονικά Αναλλοίωτα Συστήματα
6. Ο Μετασχηματισμός $\mathscr{Z}$
7. Το Πεδίο της Συχνότητας
8. Ψηφιακά Φίλτρα

ΨΗΦΙΑΚΑ ΦΙΛΤΡΑ

Φίλτρο (Γραμμικό) Σύστημα Διακρττού Χρόνου που μεταβάλλει (περιορίζει) το (μέτρο) του φασματικόυ περιεχόμενου των σημάτων.

$$y(n) = h(n) \star x(n) \longleftrightarrow Y(\omega) = H(\omega)X(\omega)$$

- Φιλτράρισμα:

$$|Y(\omega)| = |H(\omega)||X(\omega)|$$

- Απόσβεση

$$\alpha = 20 \log (|H(\omega)|) \;\; dB$$

1. Επιλογή του μέτρου της απόκρισης συχνότητας του φίλτρου $H(\omega)$ κατά τον επιθυμητό τρόπο.

2. Γραμμική φάση $\quad \Theta_H(\omega) = -\omega k$

Παρατήρηση: Λόγω της περιδικότητας (δειγματοληψία και ΔΦΤ)

$$\omega := \frac{\omega}{\omega_s/2}$$

όπου ω_s η κυκλική συχνότητα δειγματοληψίας

Ιδανικό φίλτρο διέλευσης χαμηλών συχνοτήτων (**LPF**)

$$|H_{LP}(\omega)| = \begin{matrix} 1 & |\omega| < \omega_c \\ 0 & \omega_c < |\omega| < \pi \end{matrix}$$

- ω_c: Συχνότητα αποκοπής

Ιδανικό φίλτρο διέλευσης υψηλών συχνοτήτων (**HPF**)

$$|H_{HP}(\omega)| = \begin{matrix} 0 & |\omega| < \omega_c \\ 1 & |\omega_c| < \omega| < \pi \end{matrix}$$

Ιδανικό φίλτρο διέλευσης ζώνης συχνοτήτων (**BPF**)

$$|H_{BP}(\omega)| = \begin{matrix} 1 & \omega_{c1} < |\omega| < \omega_{c2} \\ 0 & \alpha\lambda\lambda o\upsilon \end{matrix}$$

Ιδανικό φίλτρο αποκοπής ζώνης συχνοτήτων (**BSF**)

$$|H_{BS}(\omega)| = \begin{matrix} 0 & \alpha\lambda\lambda o\upsilon \\ 1 & \omega_{c1} < |\omega| < \omega_{c2} \end{matrix}$$

Σχεδίαση Φίλτρων

Προδιαγραφές

- ζώνη διέλευσης $\quad 0 < \omega < \omega_p$
- ζώνη αποκοπής $\quad \omega_p < \omega < \pi$
- ζώνη μετάβασης $\quad \omega_p < \omega < \omega_s$
- συχνότητα διέλευσης $\quad \omega_p$
- συχνότητα αποκοπής $\quad \omega_s$
- κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης $\quad \alpha_p = 20 \log \left(\frac{V_0}{V_1})\right) \ dB$
- απόσβεση στη ζώνη αποκοπής $\quad \alpha_s = 20 \log \left(\frac{V_0}{V_2})\right) \ dB$

Στόχοι σχεδίασης

- μικρή κυμάτωση στη ζώνη διέλευσης
- μεγάλη απόσβεση στη ζώνη αποκοπής
- μικρό εύρος μεταβατικής ζώνης
- απλή κυκλωματική υλοποίηση

Μέθοδοι σχεδίασης αναδρομικών φίλτρων βασισμένες σε αναλογικά φίλτρα

$$y(n) = \sum_{i=1}^{q} a_i y(n-i) + \sum_{i=0}^{p} b_i x(n-i)$$

- Φίλτρα Butterworth
- Φίλτρα Chebychev I, II
- Ελλειπτικά Φίλτρα
- ...

Μέθοδοι σχεδίασης φίλτρων πεπερασμένης κρουστικής απόκρισης (**FIR**

$$y(n) = \sum_{i=0}^{p} b_i x(n-i)$$

- Μέθοδος παραθύρωσης
- Ισοκυματική μέθοδος

Μέθοδοι σχεδίασης αναδρομικών φίλτρων βασισμένες σε αναλογικά φίλτρα

Φίλτρα **Butterworth**

$$|H(\omega)| = \sqrt{\frac{1}{1 + (\frac{\omega}{\omega_o})^{2n}}}$$

Φίλτρα **Chebychev** τύπου I

$$|H(\omega)| = \sqrt{\frac{1}{1 + \epsilon^2 C_n^2(\frac{\omega}{\omega_o})}}$$

Φίλτρα **Chebychev** τύπου II

$$|H(\omega)| = \sqrt{\frac{\epsilon C_n(\frac{\omega}{\omega_o})}{1 + \epsilon^2 C_n^2(\frac{\omega}{\omega_o})}}$$

Ελλειπτικά Φίλτρα

$$|H(\omega)| = \sqrt{\frac{1}{1 + \epsilon^2 G_n^2(\frac{\omega}{\omega_o})}}$$

Μετασχηματισμός του αναλογικού Φίλτρου σε Ψηφιακό

- Διγραμμικός μετασχηματισμός

$$s = \frac{2}{T}\frac{z-1}{z+1}$$

- Αναλλοίωτο κρουστικής απόκρισης

-

$$z = e^{sT}$$

- Προς τα πίσω διαφόριση

$$s = \frac{1-z^{-1}}{T}$$

Ψηφιακές προδιαγραφές

- Συνάρτηση στρέβλωσης συχνότητας (ωαρπινγ)

$$\omega = 2arctan\left(\frac{\Omega T_s}{2}\right)$$

ή

$$\Omega = \frac{2}{T_s}tan(\frac{\omega}{2})$$

- Σχεδίαση αναλογικού φίλτρου $H(s)$

$$\Omega_i, |H(\omega)|$$

-

$$H(z) = H(s)|_{s=\frac{1-z^{-1}}{T}}$$

MATLAB

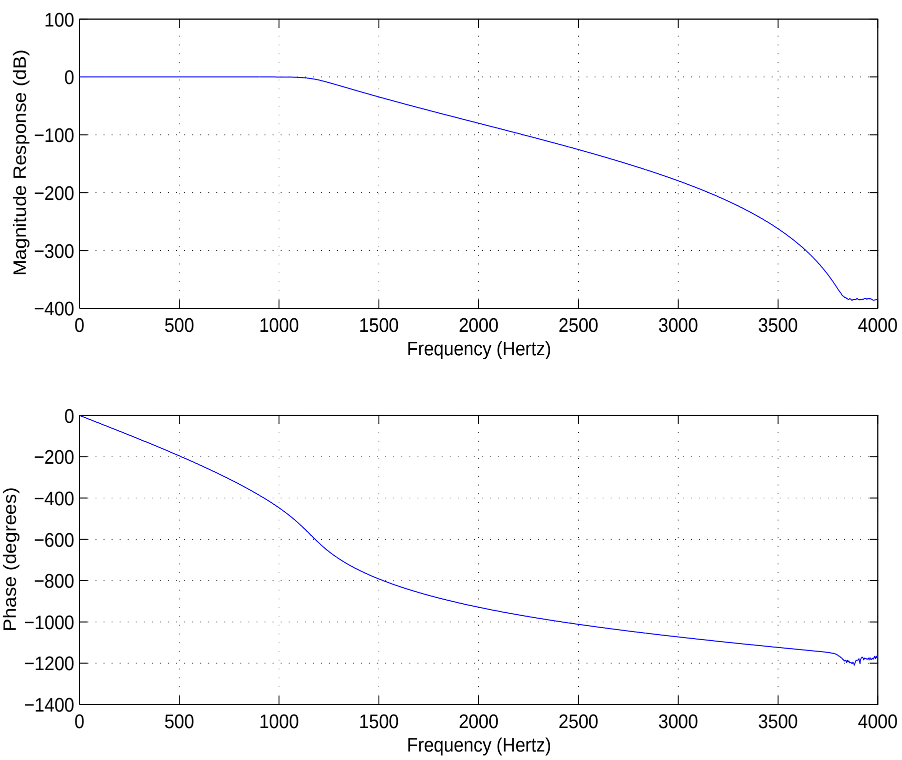
Κανονικοποιημένο φίλτρο **Butterworth**

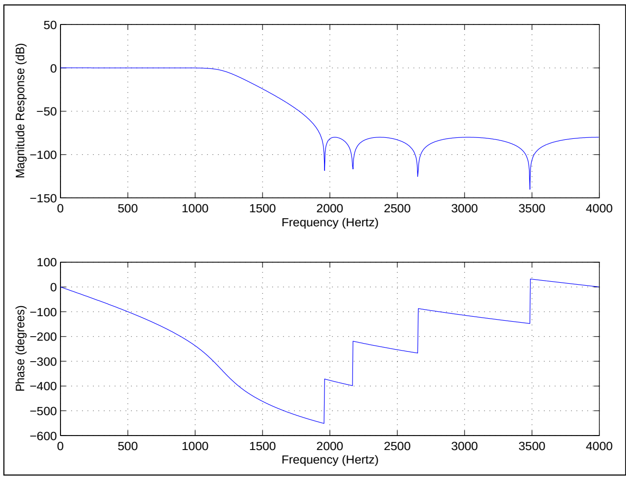
LP [b,a]= butter(N,Wn)
HP [b,a]= butter(N,Wn,'high')
BP [b,a]= butter(N,Wn), Wn=[W1 W2]
BS [b,a]= butter(N,Wn,'stop'), Wn=[W1 W2]

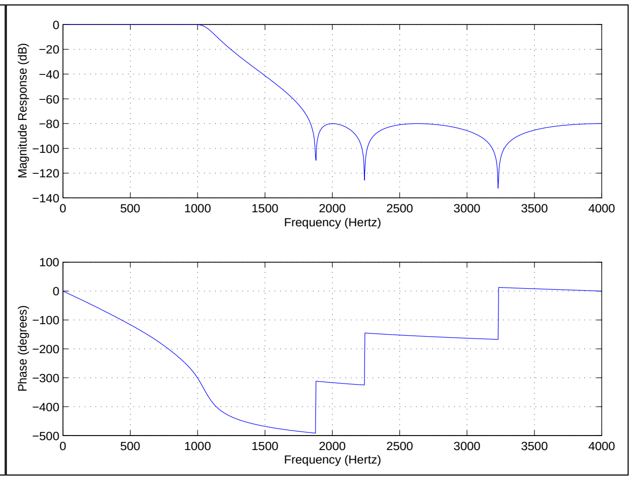
Να σχεδιαστει φίλτρο Butterworth LP με προδιαγραφές

$\omega_s = 8\ KHz$, $\omega_p = 1\ KHz$, $\omega_c = 2.0\ KHz$, $\alpha_p = .1$, $\alpha_s = 80\ dB$.

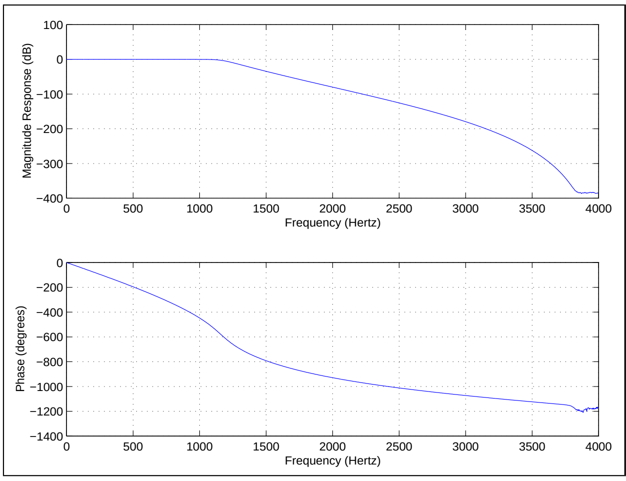
```
fs=8000; fp=1000; fc=2000;
 ap=.1; as=80;
 w1=fp/(.5*fs); w2=fc/(.5*fs);
 [n,wo]=buttord(w1,w2,ap,as)
 [b,a]=butter(n,wo)
freqz(b,a,1024,fs)
```

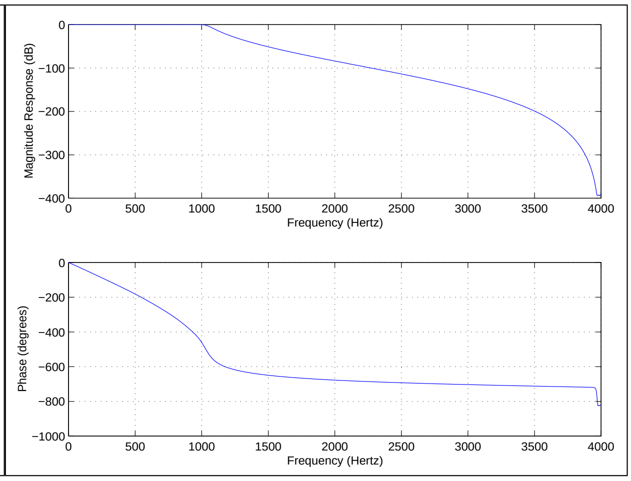






Φίλτρα Chebychev-II Ελλειπτικά LP





Butterworth Chebychev-I

Σύγκριση

Να σχεδιαστει φίλτρο Butterworth LP με προδιαγραφές

$\omega_s = 8\ KHz$

$\omega_p = 1\ KHz$, $\omega_c = 2.0\ KHz$

$\alpha_p = .1\ dB$, $\alpha_s = 80\ dB$.

- Τάξη n του φίλτρου
- Πλήθος συντελεστών ψηφιακού φίλτρου N

	B	$C-I$	$C-II$	EL
n	13	8	8	6
N	27	17	17	13

Σχεδίαση φίλτρων **FIR**

$$H(\omega) \Longrightarrow h(n)$$

$$h(n) = \frac{1}{F_s} \int_{-\frac{F_s}{2}}^{\frac{F_s}{2}} H(f) e^{j2\pi f n T} df$$

- Αποκοπή κεντρικού τμήματος της απόκρισης $h(n)$.

$$h(n), \quad n = [-M, \ldots 0, \ldots M], \quad M = \frac{N-1}{2}$$

FIR ψηφιακό φίλτρο

$$h(n-M), \quad n=[0,1,\ldots N-1], \quad M=\frac{N-1}{2}$$

Χαμηλοπερατό

$$2f_cT\mathrm{sinc}\left(2\pi f_cT(n-M)\right), \quad f_c=\frac{f_p+f_s}{2}$$

Υψιπερατό

$$\delta(n)-2f_cT\mathrm{sinc}\left(2\pi f_cT(n-M)\right), \quad f_c=\frac{f_p+f_s}{2}$$

Ζωνοπερατό

$$2f_{c_2}T\mathrm{sinc}\left(2\pi f_{c_2}T(n-M)\right)-2f_{c_1}T\mathrm{sinc}\left(2\pi f_{c_1}T(n-M)\right)$$

$$f_{c_1}=\frac{f_{p_1}+f_{s_1}}{2}, \quad f_{c_2}=\frac{f_{p_2}+f_{s_2}}{2}$$

Ζωνοφρακτικό

$$\delta(n)-2f_{c_2}T\mathrm{sinc}\left(2\pi f_{c_2}T(n-M)\right)+2f_{c_1}T\mathrm{sinc}\left(2\pi f_{c_1}T(n-M)\right)$$

$$f_{c_1}=\frac{f_{p_1}+f_{s_1}}{2}, \quad f_{c_2}=\frac{f_{p_2}+f_{s_2}}{2}$$

$$\mathrm{sinc}(x)=\frac{\sin(x)}{x}$$

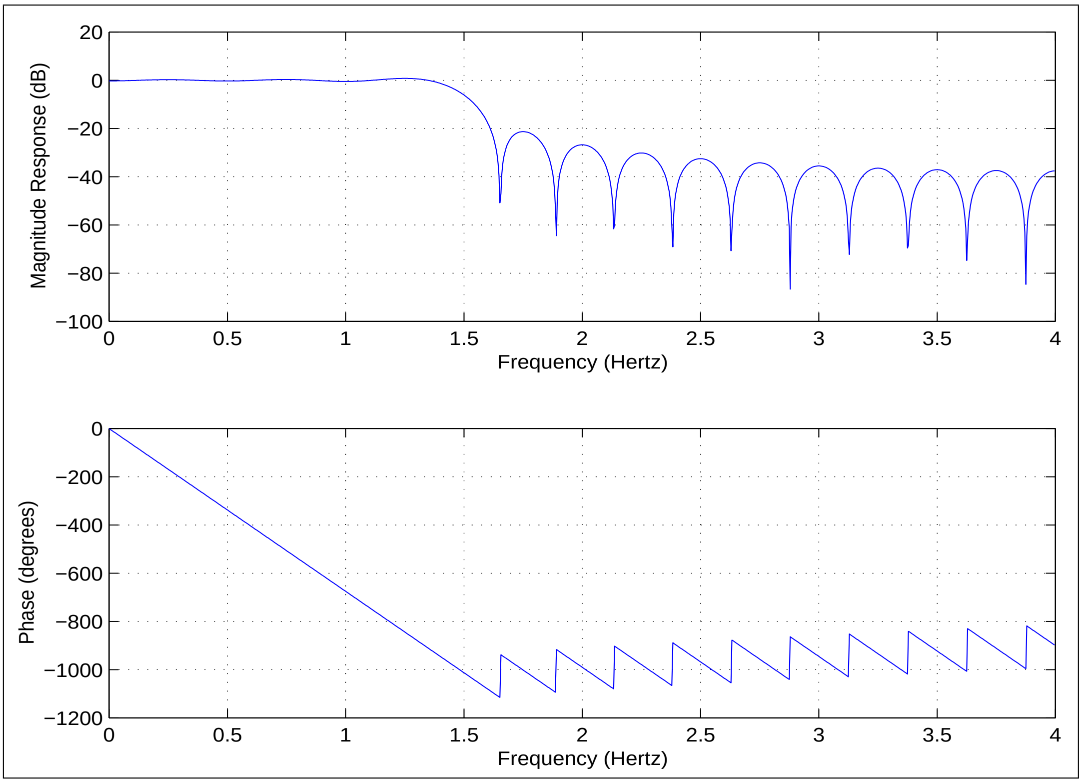
- Παράδειγμα

$F_s = 8\ KHz,\ f_p = 1\ KHz,\ f_s = 2\ KHz,\ N = 31$

Σχεδίαση

$$M = 15, \quad f_c = 1.5\ KHz$$

$$h(n) = 7.5\mathrm{sinc}(7.5\pi(n-15)), \quad n = 0, 1, \ldots 30$$



Χρήση παραθύρου

- $W(k)$ Παράθυρο

$$h_w(k) = h(k)w(k)$$

- $W(k)$, $k = 0, 1, \ldots N-1$

Τετραγωνικό, $a_p = 0.9\ dB$, $a_s = 20\ dB$

$$W(k) = 1, \quad k = 0, 1, \ldots N-1$$

Hamming, $a_p = 0.09\ dB$, $a_s = 40\ dB$

$$W(k) = 0.54 - 0.46\cos(\frac{2\pi k}{N-1}), \quad k = 0, 1, \ldots N-1$$

Blackman, $a_p = 0.009\ dB$, $a_s = 60\ dB$

$$W(k) = 0.42 - 0.50\cos(\frac{2\pi k}{N-1}) + 0.08\cos(\frac{4\pi k}{N-1}) +$$

$$k = 0, 1, \ldots N-1$$

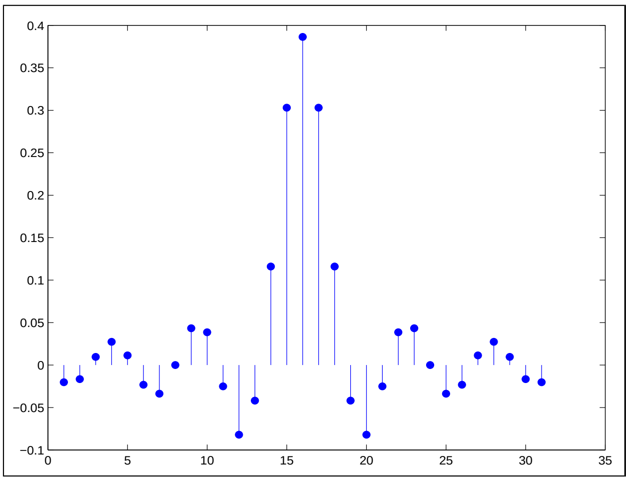
Kaiser ...

Hanning ...

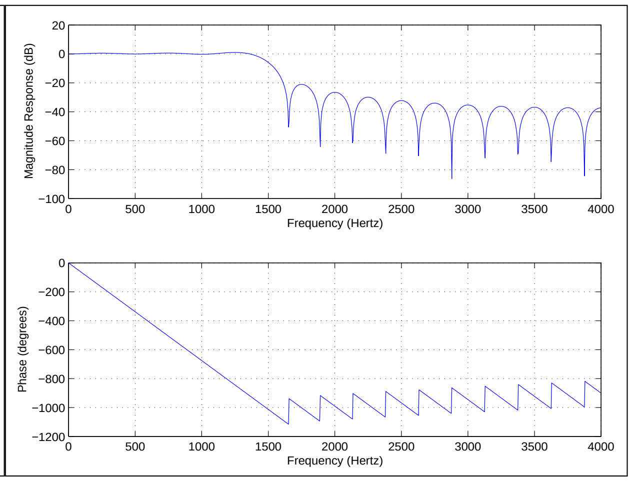
- Παράδειγμα

$F_s = 8\ KHz,\ f_p = 1\ KHz,\ f_s = 2\ KHz,\ N = 31$

```
Fs=8000; fp=1000; fs=2000;
fc=.5*(fs+fp); wc=fc/(.5*Fs); n=30
 [b,a]=fir1(n,wc,boxcar(n+1))
 stem(b,'fill'), freqz(b,a,1024,Fs)
```

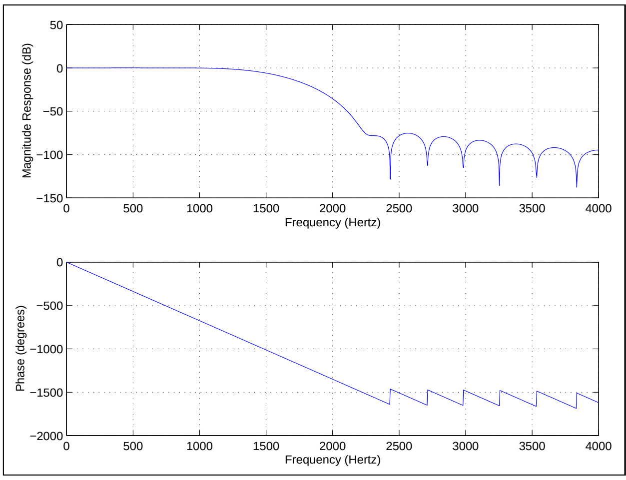


$h(k)$

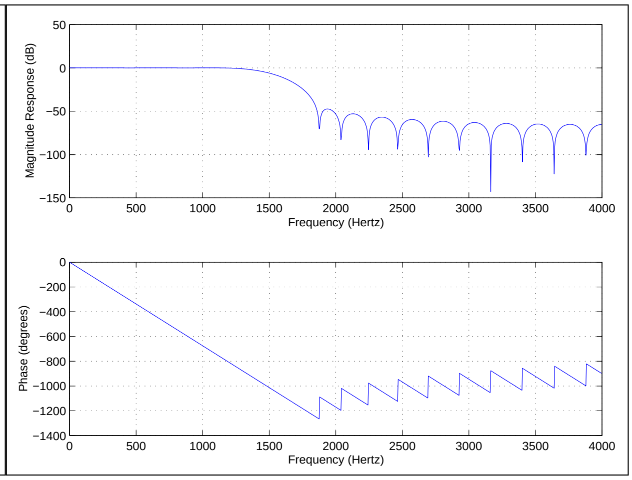


$H(\omega)$

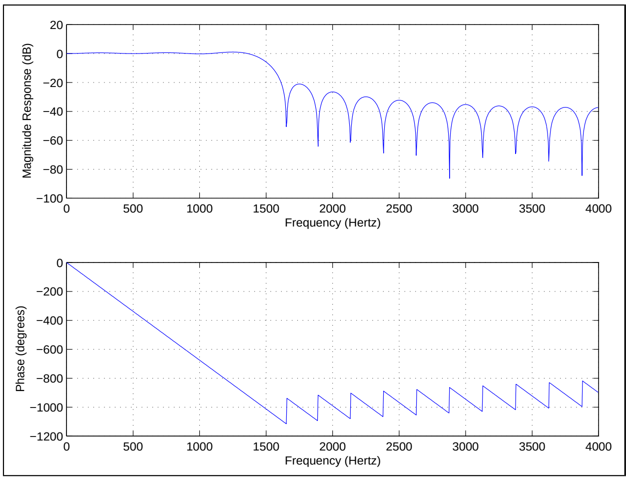
Φίλτρα LP $N =$



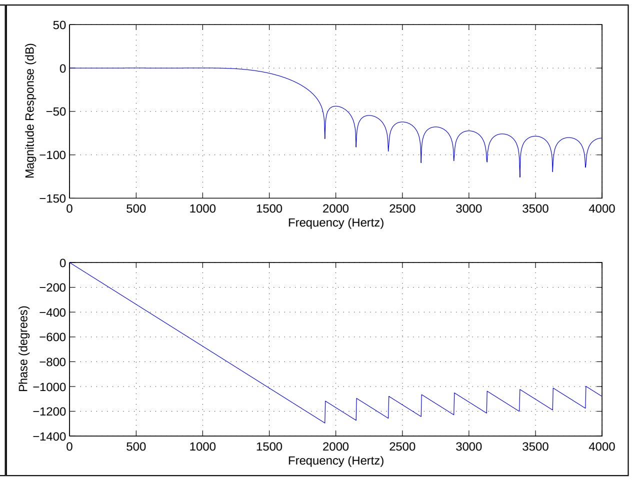
Blackman



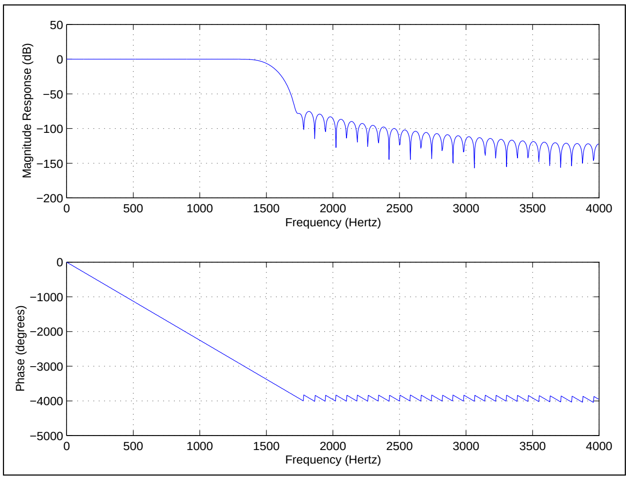
Kaiser

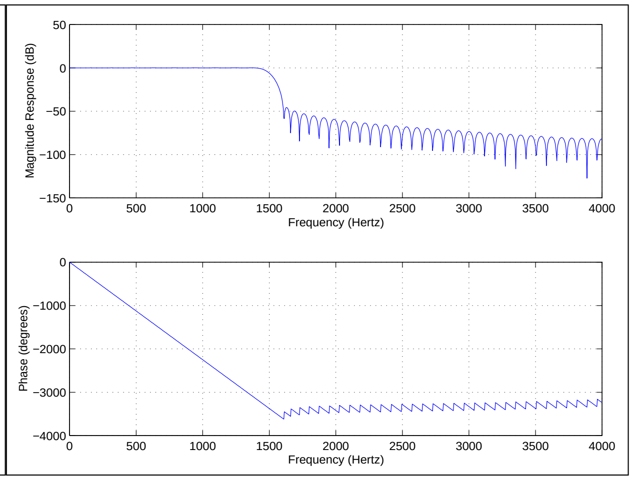


Τετραγωνικό

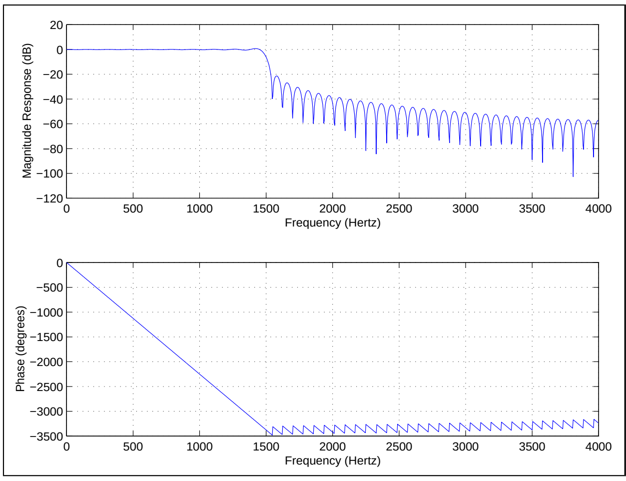


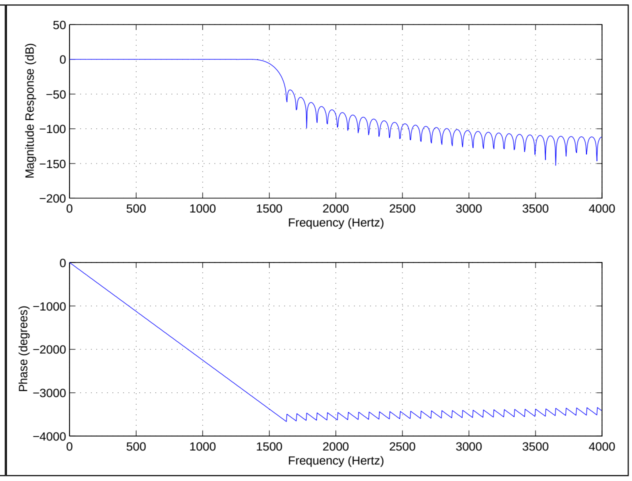
Hanning





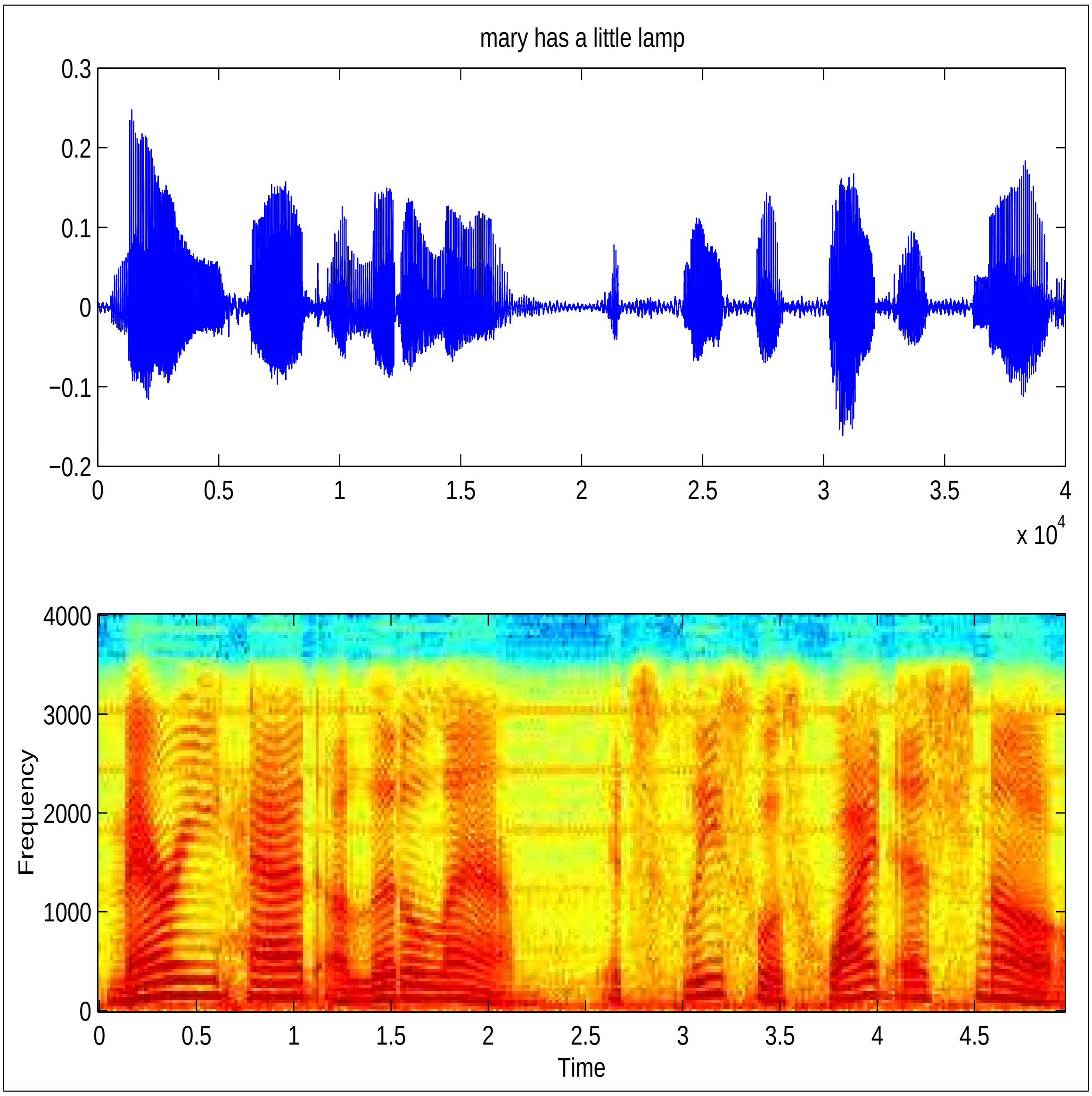
ίλτρα Blackman Kaiser LP, $N = 1$

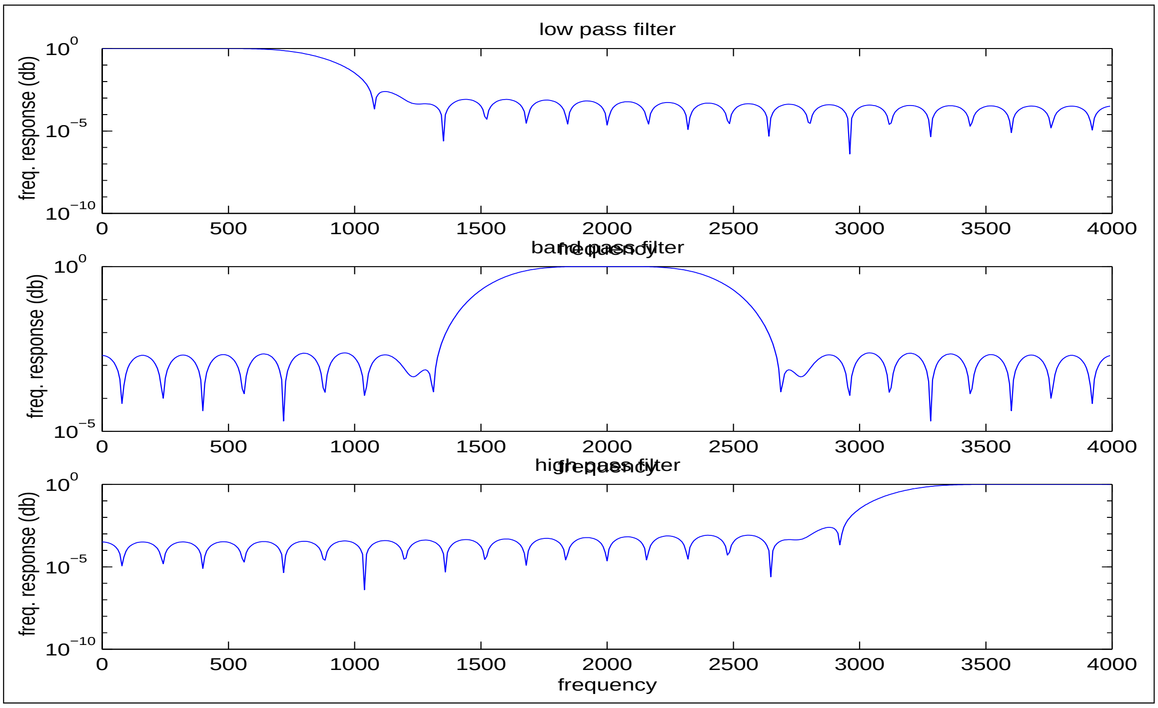


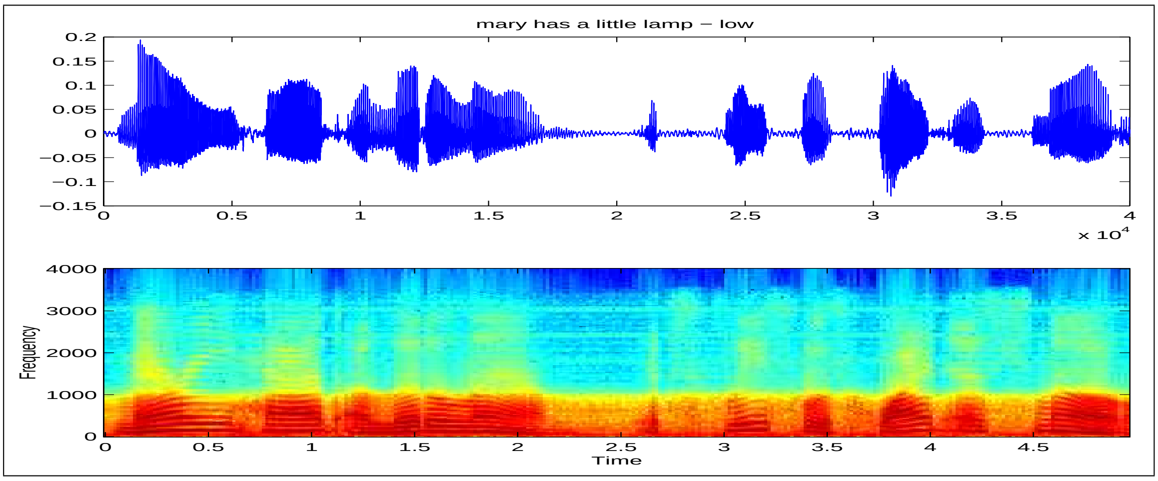


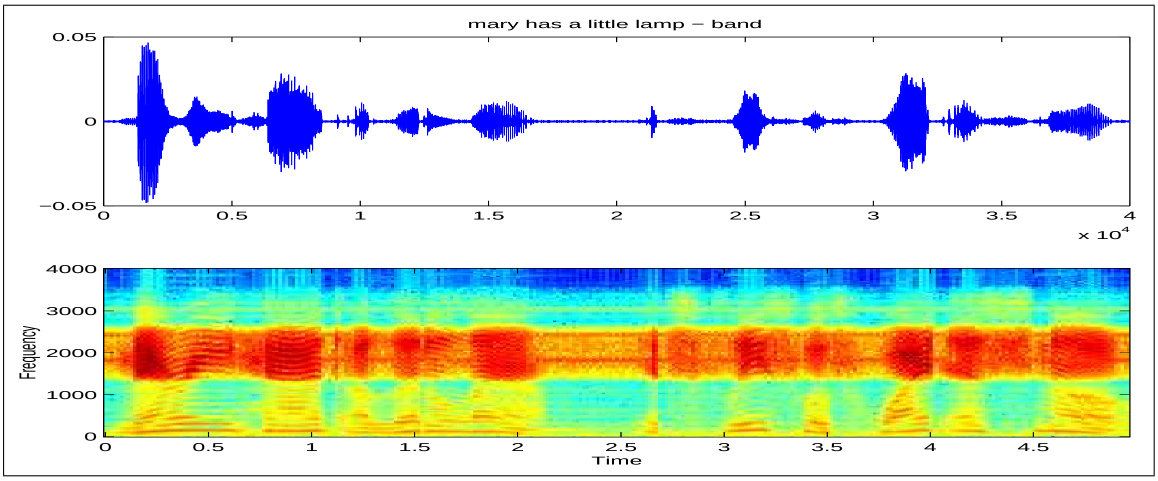
Tetragwnik'o Hanning

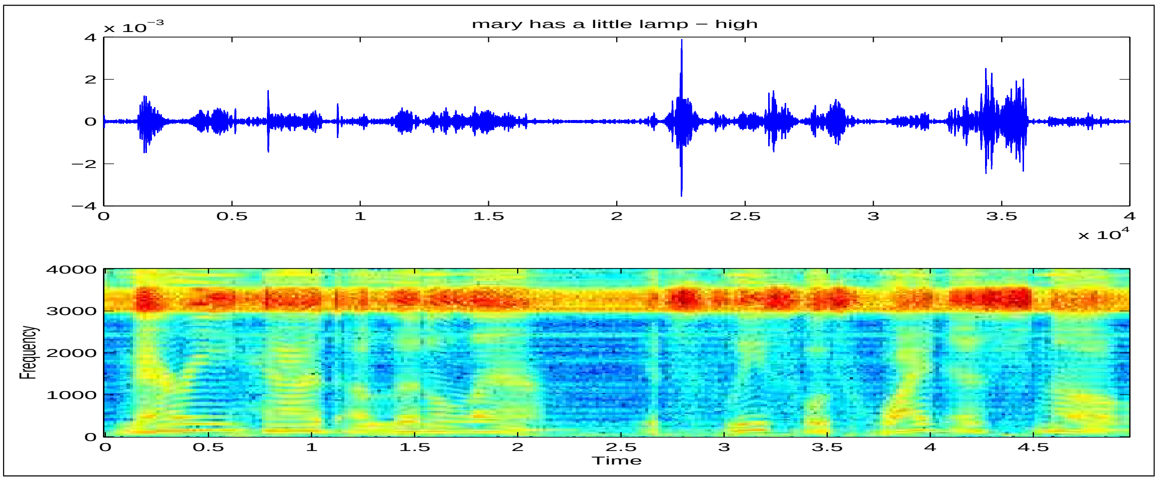
Παράδειγμα: Φιλτράρισμα σήματος φωνής




low pass filter
band pass filter
high pass filter
freq. response (db)
frequency
10^{0}
10^{-5}
10^{-10}
0
500
1000
1500
2000
2500
3000
3500
4000


mary has a little lamp − low
x 10^4
Frequency
Time


mary has a little lamp − band
x 10^4
Frequency
Time


mary has a little lamp − high
x 10^−3
x 10^4
Frequency
Time