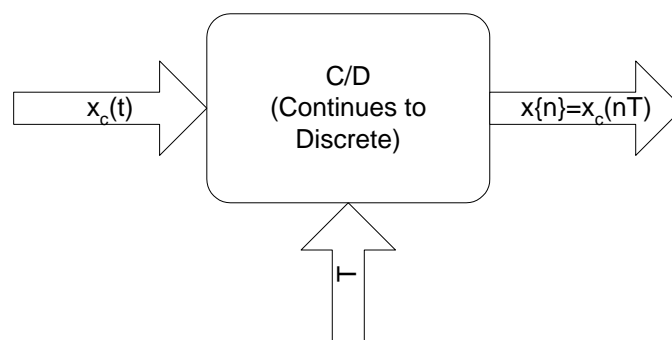


Βασικά Στοιχεία Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος (IV)



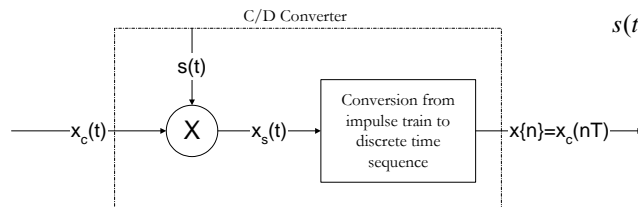
Περιοδική Δειγματοληψία



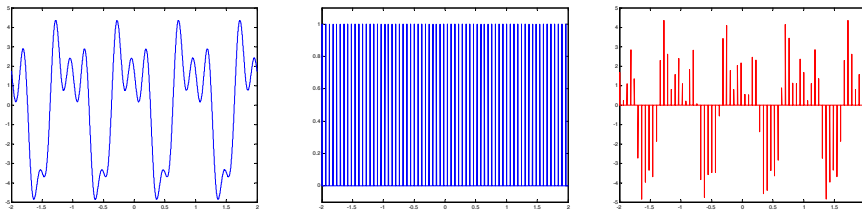
$$x\{n\} = x_c(nT), \quad -\infty < n < \infty$$

$$F_s = \frac{1}{T} \quad \Omega_s = 2\pi F_s$$

Δειγματοληψία

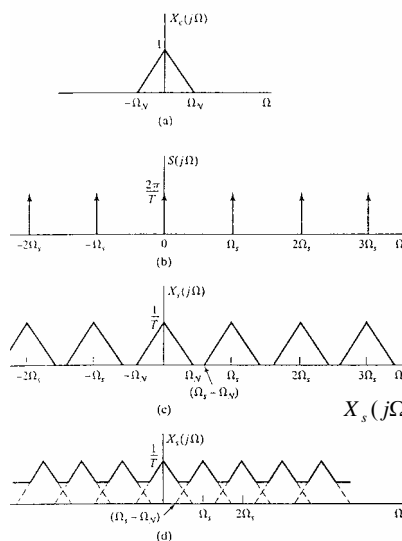


$$s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT)$$



$$x_s(t) = x_c(t)s(t) = x_c(t) \sum_{n=-\infty}^{\infty} \delta(t - nT) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x_c(nT)\delta(t - nT)$$

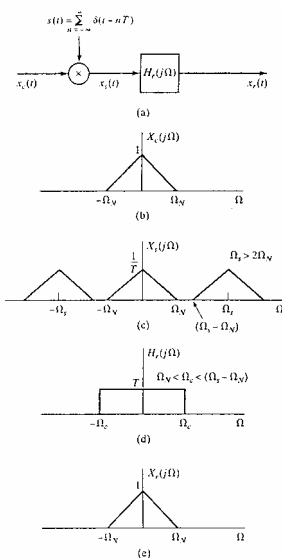
Δειγματοληψία (Απεικόνιση στο χώρο της Συχνότητας)



$$S(j\Omega) = \frac{2\pi}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} \delta(\Omega - k\Omega_s)$$

$$X_s(j\Omega) = \frac{1}{2\pi} X_c(j\Omega) * S(j\Omega) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c(j(\Omega - k\Omega_s))$$

Δειγματοληψία (Ανακατασκευή αρχικού σήματος συνεχούς χρόνου)



$$H(j\Omega) = \begin{cases} T, & |\Omega| \leq \Omega_c \\ 0, & |\Omega| > \Omega_c \end{cases}$$

Θεώρημα δειγματοληψίας του Nyquist

Έστω το σήμα $x_c(t)$ με πεπερασμένο εύρος ζώνης, δηλαδή $X_c(j\Omega) = 0$ για $|\Omega| > \Omega_N$

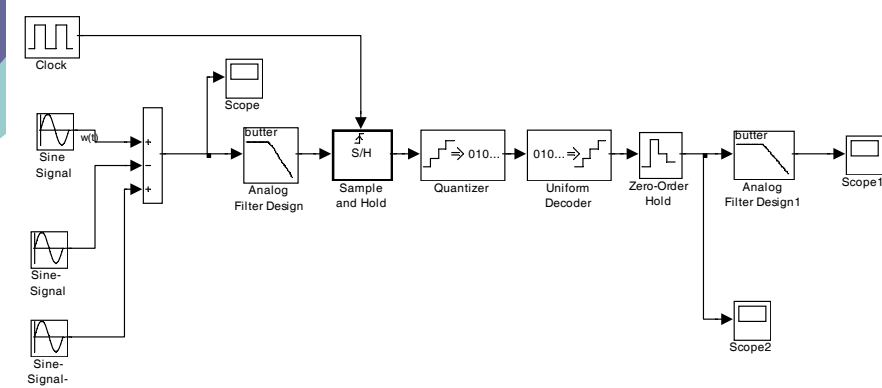
τότε το $x_c(t)$ μπορεί να υπολογιστεί από τα δείγματα του $x[n] = x_c(nT)$,

n ακέραιος, $-\infty < n < \infty$

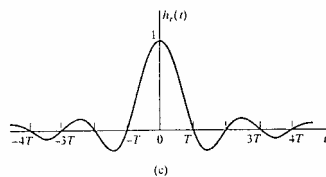
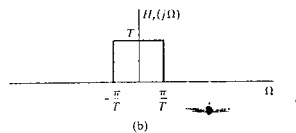
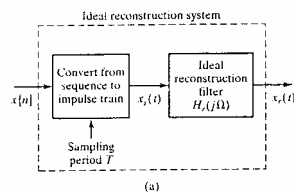
εφόσον η κυκλική συχνότητα δειγματοληψίας ικανοποιεί τη σχέση:

$$\Omega_s = \frac{2\pi}{T} \geq 2\Omega_N$$

Δειγματοληψία στην πράξη



Ανακατασκευή σημάτων πεπερασμένου εύρους από τα δείγματα τους



$$x_s(t) = \sum_{n=-\infty}^{\infty} x[n] \delta(t - nT)$$

$$H_r(j\Omega) = \begin{cases} T, & |\Omega| < \frac{\pi}{T} \\ 0, & |\Omega| \geq \frac{\pi}{T} \end{cases}$$

$$h_r(t) = \frac{\sin(\frac{\pi}{T}t)}{\frac{\pi}{T}t}$$

Ανακατασκευή σημάτων πεπερασμένου εύρους από τα δείγματα τους

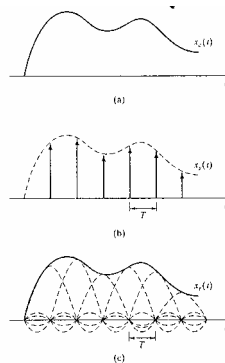
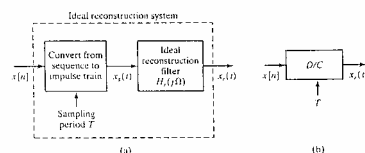
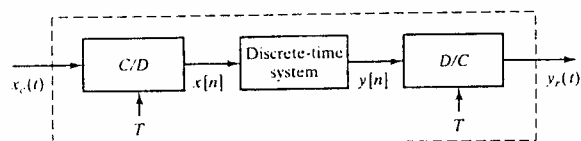


Figure 4.9 Ideal bandlimited interpolation.



Ψηφιακή επεξεργασία Σημάτων Συνεχούς Χρόνου



$$X(e^{j\omega}) = \frac{1}{T} \sum_{k=-\infty}^{\infty} X_c\left(\frac{\omega}{T} - \frac{2\pi}{T}k\right)$$

$$Y_r(j\Omega) = H_r(j\Omega)Y(e^{j\Omega T}) = \begin{cases} TY(e^{j\Omega T}), & |\Omega| \leq \frac{\pi}{T} \\ 0, & \text{αλλού} \end{cases}$$

$$Y_r(j\Omega) = H_{eff}(j\Omega)X_c(j\Omega) \quad H_{eff}(j\Omega) = \begin{cases} H(e^{j\Omega T}), & |\Omega| < \frac{\pi}{T} \\ 0, & |\Omega| \geq \frac{\pi}{T} \end{cases}$$