

## Βασικά Στοιχεία Ψηφιακής Επεξεργασίας Σήματος (IV)

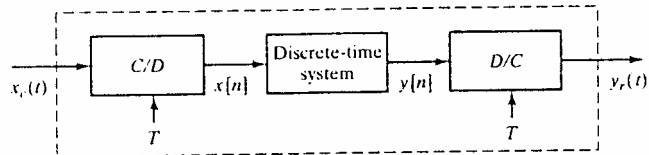


### Σχεδίαση Φίλτρων

Τα φίλτρα είναι μια ειδική κατηγορία ΓΧΑ συστημάτων τα οποία τροποποιούν συγκεκριμένες συχνότητες του σήματος εισόδου σε σχέση με κάποιες άλλες.

Η σχεδίαση ψηφιακών φίλτρων περιλαμβάνει τρία στάδια: (α) Τον καθορισμό των ιδιοτήτων του φίλτρου (καθορισμός προδιαγραφών), (β) την προσέγγιση των προδιαγραφών μέσω ενός αιτιατού διακριτού συστήματος και (γ) την πραγματοποίηση του συστήματος

## Επεξεργασία Σημάτων Συνεχούς Χρόνου



$$H_{eff}(j\Omega) = \begin{cases} H(e^{j\Omega T}), & |\Omega| \leq \frac{\pi}{T} \\ 0, & |\Omega| > \frac{\pi}{T} \end{cases}$$

## Σχεδίαση IIR φίλτρων διακριτού χρόνου από αντίστοιχα συνεχούς χρόνου

Υπάρχουν δύο βασικές μεθοδολογίες: (α) Η δειγματοληψία της κρουστικής απόκρισης (ή της απόκρισης συχνότητας ιδεατών φίλτρων) -Impulse Invariance Method, η οποία έχει προβλήματα με φαινόμενα αναδίπλωσης, και μπορεί να εφαρμοστεί για την σχεδίαση βαθυπερατών φίλτρων μόνο, και (β) η χρήση διγραμμικού μετασχηματισμού ο οποίος αντιστοιχεί το χώρο των φυσικών συχνοτήτων ( $\Omega$ ), ο οποίος έχει μη πεπερασμένη έκταση, στο χώρο των συχνοτήτων των σημάτων διακριτού χρόνου ( $\omega$ ) που περιορίζεται στο διάστημα  $[0 \pi]$ .

## Η μέθοδος δειγματοληψίας της κρουστικής απόκρισης

$$h\{n\} = T_d h_c(nT_d) \quad H(e^{j\omega}) = H_c(j\frac{\omega}{T_d}), \quad |\omega| \leq \pi$$

Επομένως η διαδικασία σχεδίασης συνοψίζεται σε τρία βήματα:

(α) Αν οι προδιαγραφές δίνονται για το φίλτρο διακριτού χρόνου, τότε αυτές μετασχηματίζονται στις αντίστοιχες για το φίλτρο συνεχούς χρόνου μέσω της σχέσης  $\Omega = \frac{\omega}{T_d}$

(στην πράξη η τιμή της περιόδου δειγματοληψίας  $T_d$  δεν επηρεάζει τη σχεδίαση, δεδομένου ότι τηρείται το θεώρημα Nyquist, άρα μπορεί να θεωρηθεί για διευκόλυνση των υπολογισμών ότι  $T_d=1\text{sec}$ ).

(β) Σχεδιάζεται το αντίστοιχο φίλτρο συνεχούς χρόνου με κάποια από τις κλασσικές προσεγγίσεις (Butterworth, Chebyshev, Elliptic). Η σχεδίαση αναφέρεται στην εξαγωγή της απόκρισης συχνότητας  $H_c(j\Omega)$  ή στην εξαγωγή του μετασχηματισμού Laplace  $H_c(s)$  της κρουστικής απόκρισης με βάση τις προδιαγραφές που έχουν τεθεί στο (α).

## Η μέθοδος δειγματοληψίας της κρουστικής απόκρισης

(γ) Υπολογίζεται η απόκριση συχνότητας του φίλτρου διακριτού χρόνου χρησιμοποιώντας τη σχέση

$$H(e^{j\omega}) = H_c(j\frac{\omega}{T_d}), \quad \text{για } \Omega = \frac{\omega}{T_d}$$

ή ο μετασχηματισμός  $Z$  της κρουστικής απόκρισης του διακριτού φίλτρου ο οποίος προκύπτει από τον μετασχηματισμό Laplace με αντικατάσταση κάθε πόλου  $s_k$  με τον πόλο  $z_k = e^{s_k T_d}$  στο επίπεδο του μετασχηματισμού  $Z$

$$H_c(s) = \sum_{k=1}^N \frac{A_k}{s - s_k} \quad H(z) = \sum_{k=1}^N \frac{T_d A_k}{1 - e^{s_k T_d} z^{-1}}$$

## Διγραμμικός Μετασχηματισμός

Ο διγραμμικός μετασχηματισμός είναι ένας αλγεβρικός μετασχηματισμός ανάμεσα στις μεταβλητές  $s$  και  $z$  μέσω του οποίου ο άξονας  $j\Omega$  του επιπέδου  $s$  αντιστοιχείται στον μοναδιαίο κύκλο του επιπέδου  $Z$ .

$$s = \frac{2}{T_d} \left( \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) \quad z = \frac{1 + \frac{T_d}{2}s}{1 - \frac{T_d}{2}s} \quad \Omega = \frac{2}{T_d} \tan\left(\frac{\omega}{2}\right)$$

$$H(z) = H_c \left[ \frac{2}{T_d} \left( \frac{1 - z^{-1}}{1 + z^{-1}} \right) \right] \quad z = \frac{1 + \sigma \frac{T_d}{2} + j \frac{\Omega T_d}{2}}{1 - \sigma \frac{T_d}{2} - j \frac{\Omega T_d}{2}}$$