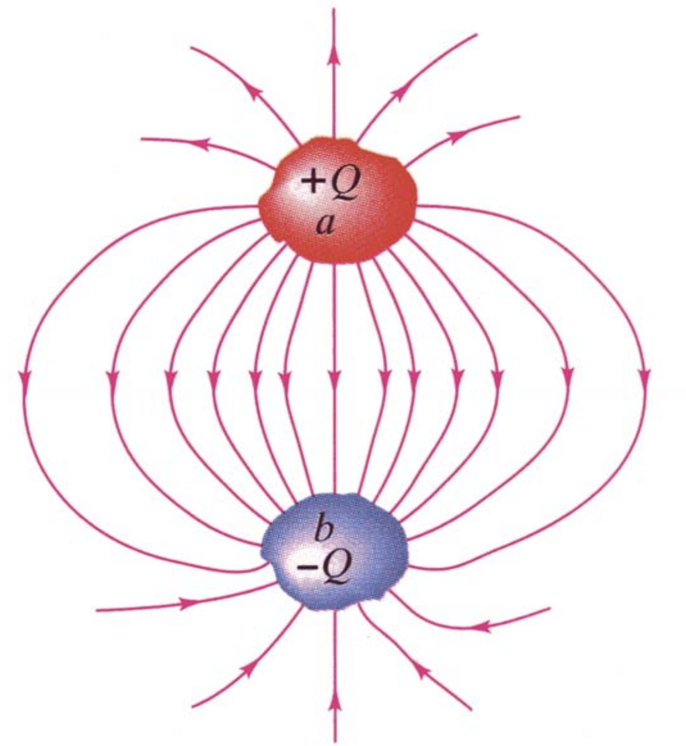
# 1. Πυκνωτές

• Δύο αγωγοί που διαχωρίζονται από ένα μονωτή αποτελούν ένα πυκνωτή. Στην πράξη οι αγωγοί φέρουν ίσα και αντίθετα φορτία.

• Ορίζουμε σαν χωρητικότητα $C$ ενός πυκνωτή το σταθερό πηλίκο:

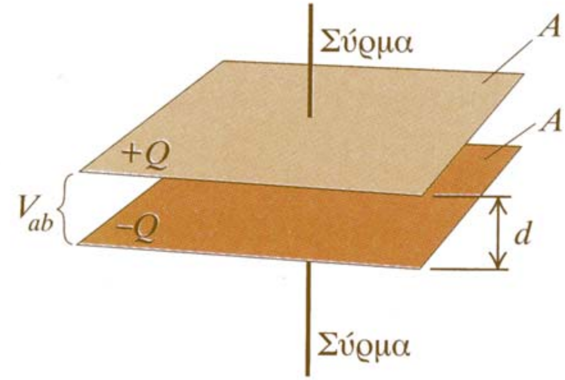
$$C = \frac{Q}{V_{ab}} \qquad 1F = 1\frac{C}{V}$$



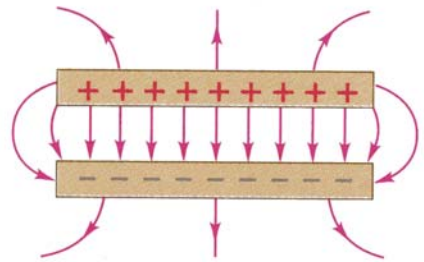

Οι πυκνωτές έχουν πολλές χρήσεις λόγω του ότι αποτελούν αποθήκες ηλεκτρικού φορτίου και ηλεκτρικής δυναμικής ενέργειας.

## 2. Υπολογισμός της Χωρητικότητας

• Ονομάζουμε **επίπεδο πυκνωτή** μια διάταξη δύο παράλληλων αγώγιμων πλακών που απέχουν μικρή απόσταση σε σχέση με τις διαστάσεις τους. Τότε το πεδίο ανάμεσα είναι ομογενές, το δε φορτίο ομοιόμορφα κατανεμημένο στις επιφάνειες. Το πεδίο έξω από τα όρια των πλακών (κροσσωτό πεδίο) μπορεί να αγνοηθεί.



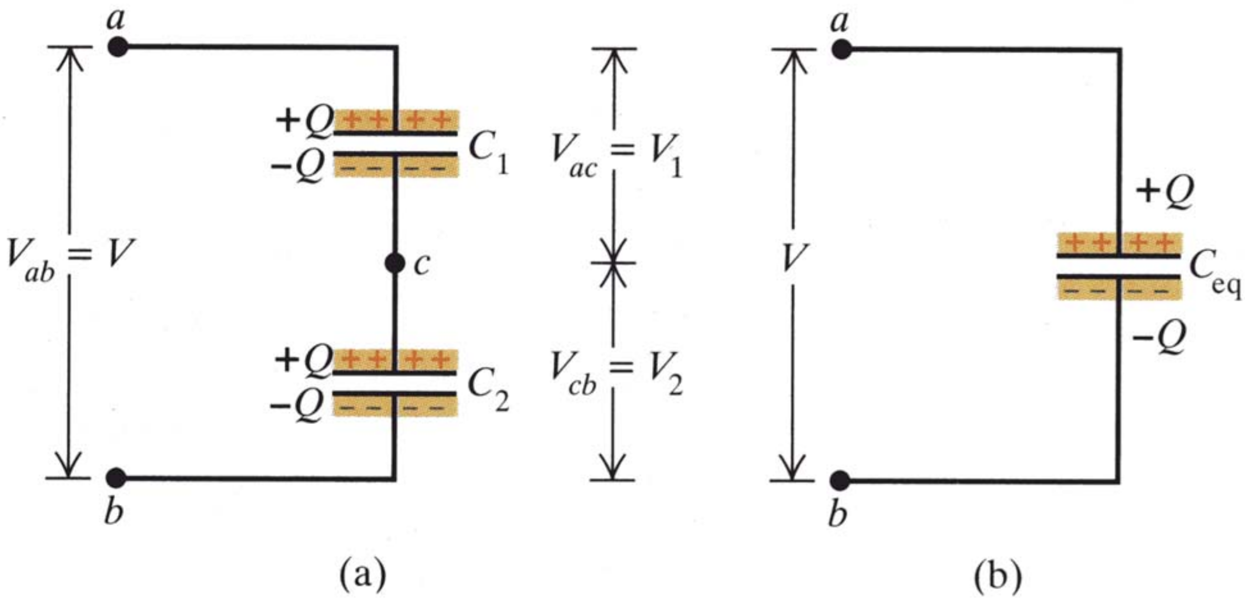
(a)


(b)

Γνωρίζουμε ότι το ηλεκτρικό πεδίο σ' αυτή την διάταξη είναι:

$$E = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} = \frac{Q}{\varepsilon_0 A} \Rightarrow V_{ab} = Ed = \frac{Qd}{\varepsilon_0 A} \Rightarrow C = \frac{Q}{V_{ab}} = \varepsilon_0 \frac{A}{d}$$

# 3. Σύνδεση πυκνωτών




- Σε Σειρά

$$V_1 = \frac{Q}{C_1}$$

$$V_2 = \frac{Q}{C_2}$$

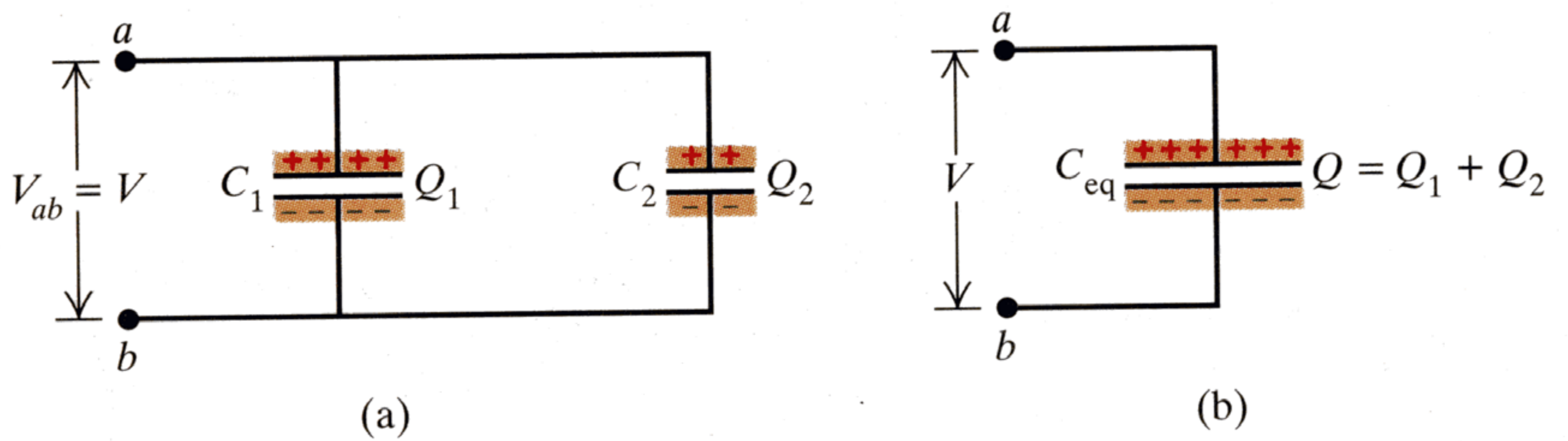
$$V = V_1 + V_2 = Q\left(\frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}\right)$$

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow \frac{1}{C} = \frac{V}{Q}$$

$$\frac{1}{C} = \frac{1}{C_1} + \frac{1}{C_2}$$

$$Q = const. \qquad V = V_1 + V_2$$

• Παράλληλα




$$Q_1 = C_1 V$$

$$Q_2 = C_2 V$$

$$Q = Q_1 + Q_2 = V\left(C_1 + C_2\right) \Rightarrow$$

$$\frac{Q}{V} = C_1 + C_2$$

$$C = \frac{Q}{V}$$

$$C = C_1 + C_2$$

$$V = const.$$

$$Q = Q_1 + Q_2$$

## 4. Ενέργεια Ηλεκτρικού Πεδίου

Η δυναμική ενέργεια φορτισμένου πυκνωτή είναι το έργο που απαιτείται για να φορτιστεί. Έστω $v$ και $q$ η στιγμιαία διαφορά δυναμικού και φορτίο αντίστοιχα. Κατά την φόρτιση ισχύει:

$$v = \frac{q}{C}$$

Το έργο $dW$ που απαιτείται για την μεταφορά επιπλέον φορτίου $dq$ είναι:

$$dW = v dq = \frac{q dq}{C}$$

Το ολικό έργο $W$ που απαιτείται για την ολική φόρτιση είναι:

$$W = \int_0^W dW = \frac{1}{C}\int_0^Q q dq = \frac{Q^2}{2C} = \frac{1}{2}CV^2 = \frac{1}{2}QV$$

Η πυκνότητα ενέργειας του πεδίου ενός επίπεδου πυκνωτή είναι:

$$u = \frac{W}{V} = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad} = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon_0 \frac{A}{d}\left(Ed\right)^2}{Ad} = \frac{1}{2}\varepsilon_0 E^2$$

Παρότι αποδείξαμε αυτή την σχέση για επίπεδο πυκνωτή, αποδεικνύεται ότι ισχύει για κάθε πυκνωτή και ακόμη για κάθε μορφή ηλεκτρικού πεδίου.

# 5. Διηλεκτρικά

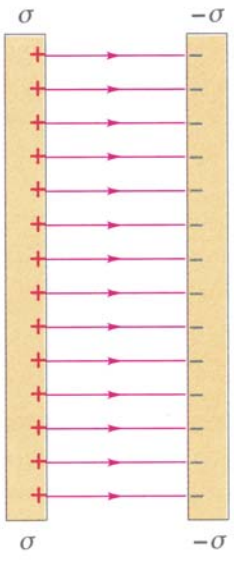
• Διηλεκτρικό είναι μη αγώγιμο υλικό ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή. Η παρουσία του εξυπηρετεί:

α) Την μηχανική συγκράτηση των οπλισμών χωρίς επαφή.

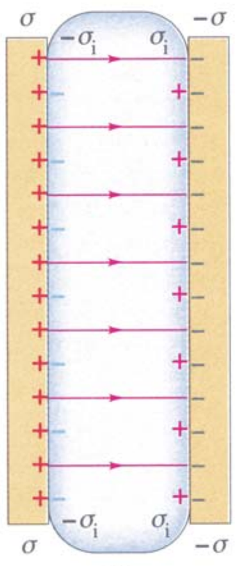
β) Ειδικά υλικά δυσκολεύουν την διηλεκτρική διάσπαση σε μεγάλα πεδία.

γ) Η χωρητικότητα αυξάνεται.

Κατά την εισαγωγή διηλεκτρικού υλικού ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή ενώ το φορτίο διατηρείται σταθερό, η διαφορά δυναμικού και το ηλεκτρικό πεδίο ελαττώνεται κατά *K* (**διηλεκτρική σταθερά ή σχετική επιτρεπτότητα**) ενώ η χωρητικότητα αυξάνεται κατά *K*.




(a)




(b)

$$C_0 = \frac{Q}{V_0} \qquad C = \frac{Q}{V} \Rightarrow K = \frac{C}{C_0} = \frac{V_0}{V} = \frac{E_0}{E}$$

Συνεπώς κατά την εισαγωγή διηλεκτρικού υλικού η **δρώσα** επιφανειακή πυκνότητα φορτίου ελαττώνεται λόγω επαγωγής φορτίων στις επιφάνειες του διηλεκτρικού (**πόλωση**).

$$E_0 = \frac{\sigma}{\varepsilon_0} \qquad E = \frac{\sigma - \sigma_i}{\varepsilon_0} \Rightarrow K = \frac{E_0}{E} = \frac{\sigma}{\sigma - \sigma_i}$$

$$\sigma_i = \frac{\sigma(K-1)}{K} \Rightarrow E = \frac{\sigma - \dfrac{\sigma(K-1)}{K}}{\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{K\varepsilon_0} = \frac{\sigma}{\varepsilon}$$

Το γινόμενο $K\varepsilon_0$ λέγεται επιτρεπτότητα $\varepsilon$.

Η χωρητικότητα παρουσία του διηλεκτρικού είναι:

$$C = KC_0 = K\varepsilon_0 \frac{A}{d} \Rightarrow C = \varepsilon \frac{A}{d}$$

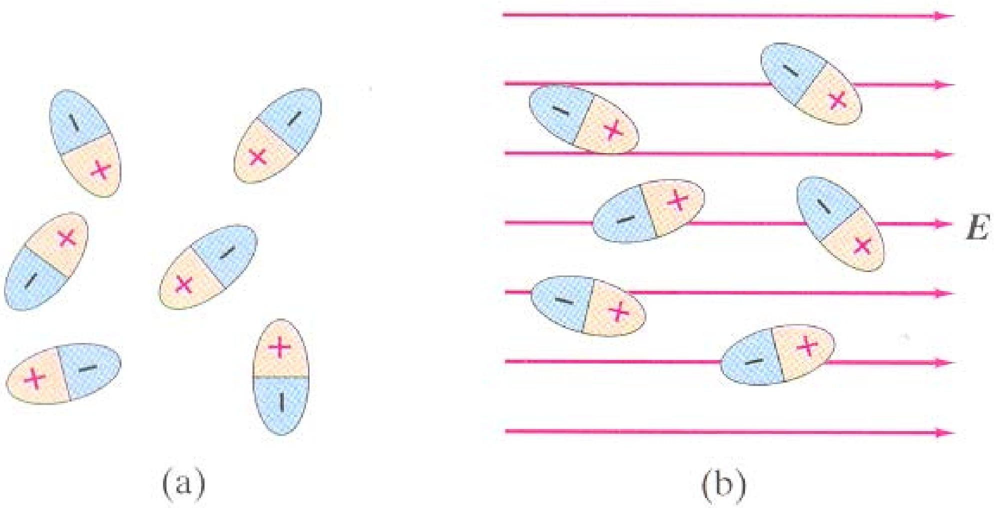
Η πυκνότητα ενέργειας του πεδίου ενός επίπεδου πυκνωτή με παρουσία διηλεκτρικού είναι:

$$u = \frac{W}{V} = \frac{\frac{1}{2}CV^2}{Ad} = \frac{\frac{1}{2}\varepsilon \frac{A}{d}(Ed)^2}{Ad} = \frac{1}{2}\varepsilon E^2$$

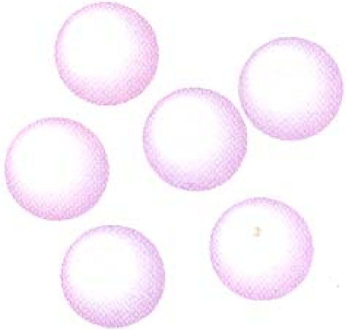
Ο νόμος του Gauss παρουσία διηλεκτρικού είναι ($q$ είναι το ολικό **ελεύθερο** φορτίο):

$$\oint_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon}$$

• Εξήγηση της εμφάνισης επιφανειακού φορτίου σε ιδανικό διηλεκτρικό.

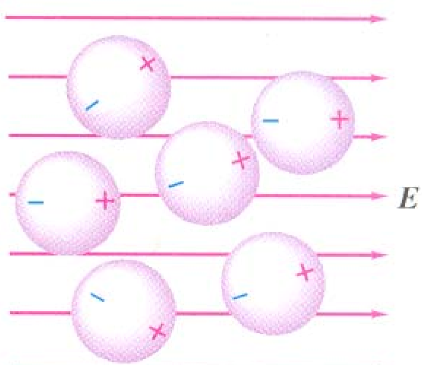



Τα πολικά μόρια (ηλεκτρικά δίπολα) έχουν ετεροβαρή κατανομή φορτίου. Ο προσανατολισμός τους είναι τυχαίος απουσία ηλεκτρικού πεδίου (a). Με την παρουσία ηλεκτρικού πεδίου $E$ τείνουν να ευθυγραμμιστούν στο εφαρμοζόμενο πεδίο (b).

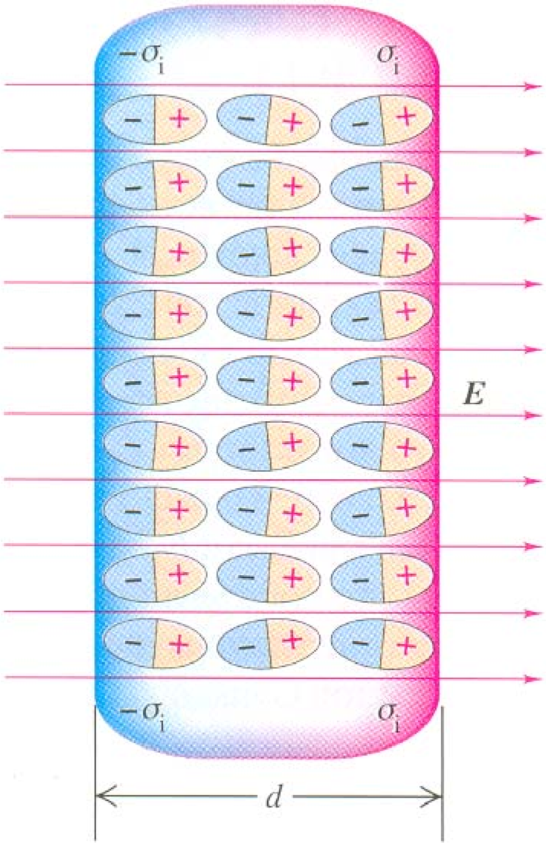


(a)

Τα μη πολικά μόρια με την παρουσία ηλεκτρικού πεδίου $E$ γίνονται δίπολα εξ επαγωγής και τείνουν να ευθυγραμμιστούν στο εφαρμοζόμενο πεδίο (b).



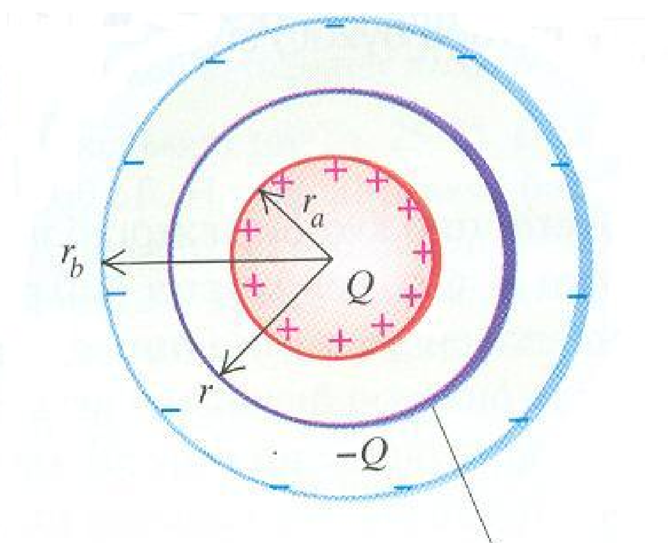

(b)




Η πόλωση του διηλεκτρικού μέσα σε ηλεκτρικό πεδίο δημιουργεί **δέσμια** φορτία στις εξωτερικές επιφάνειες με πυκνότητες $\sigma_i$ και $-\sigma_i$.

## 6. Ασκήσεις

• **Σφαιρικός πυκνωτής με διηλεκτρικό.** Ο χώρος μεταξύ δύο ομόκεντρων σφαιρικών ομόκεντρων φλοιών περιέχει μονωτικό λάδι με επιτρεπτότητα ε. Ο εσωτερικός φλοιός φέρει ολικό φορτίο Q και έχει ακτίνα $r_a$ και ο εξωτερικός φέρει ολικό φορτίο -Q και έχει ακτίνα $r_b$. Βρείτε την χωρητικότητα του σφαιρικού πυκνωτή.



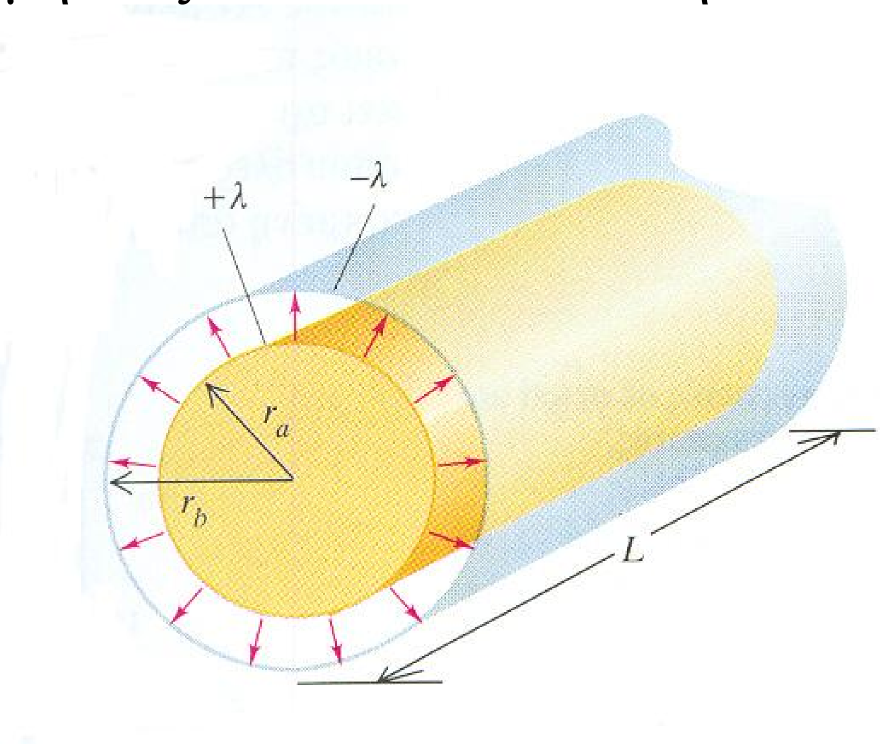

$$\oint \vec{E}\cdot d\vec{S} = \frac{Q}{\varepsilon} \Rightarrow 4\pi r^2 E = \frac{Q}{\varepsilon} \Rightarrow E = \frac{1}{4\pi\varepsilon}\frac{Q}{r^2}$$

$$V_{ab} = \int_a^b \vec{E}\cdot\vec{dl} = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\int_{r_a}^{r_b}\frac{dr}{r^2} =$$

$$= \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\left(\frac{1}{r_a} - \frac{1}{r_b}\right) = \frac{Q}{4\pi\varepsilon}\frac{r_b - r_a}{r_b r_a}$$

$$C = \frac{Q}{V_{ab}} \Rightarrow C = \frac{4\pi\varepsilon r_b r_a}{r_b - r_a}$$

• **Κυλινδρικός πυκνωτής.** Ένας κυλινδρικός αγωγός μεγάλου μήκους έχει ακτίνα $r_\alpha$ και ομοιόμορφη πυκνότητα φορτίου ανά μονάδα μήκους +λ. Περιβάλλεται από ομοαξονικό κυλινδρικό κέλυφος από αγώγιμο υλικό με εσωτερική ακτίνα $r_b$ και αντίστοιχη πυκνότητα φορτίου -λ. Υπολογίστε τη χωρητικότητα ανά μονάδα μήκους αυτού του πυκνωτή.




$$V = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon} \ln\frac{r_b}{r_a}$$

$$C = \frac{Q}{V} \Rightarrow C = \frac{\lambda L}{\frac{\lambda}{2\pi\varepsilon}\ln\frac{r_b}{r_a}} \Rightarrow$$

$$\frac{C}{L} = \frac{2\pi\varepsilon}{\ln\frac{r_b}{r_a}}$$