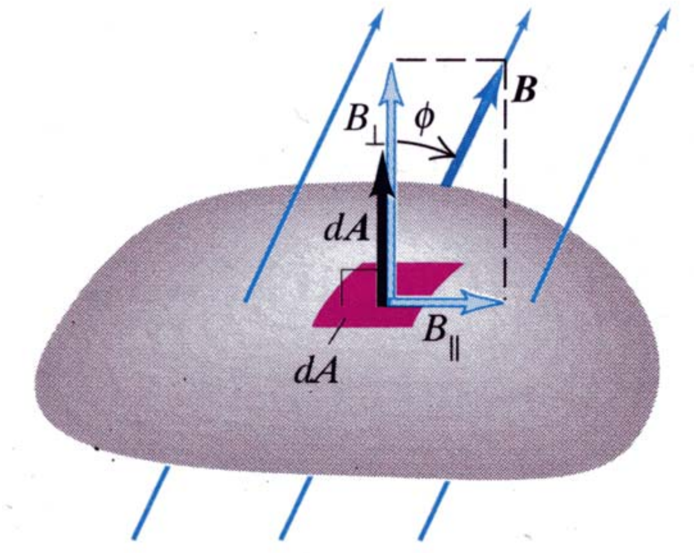
1. Νόμος του Faraday

• Ορισμός της μαγνητικής ροής στην γενική περίπτωση τυχαίου μαγνητικού πεδίου και επιφάνειας:



$$d\Phi_B = \vec{B} \cdot d\vec{A} \Rightarrow \Phi_B = \int_{(A)} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

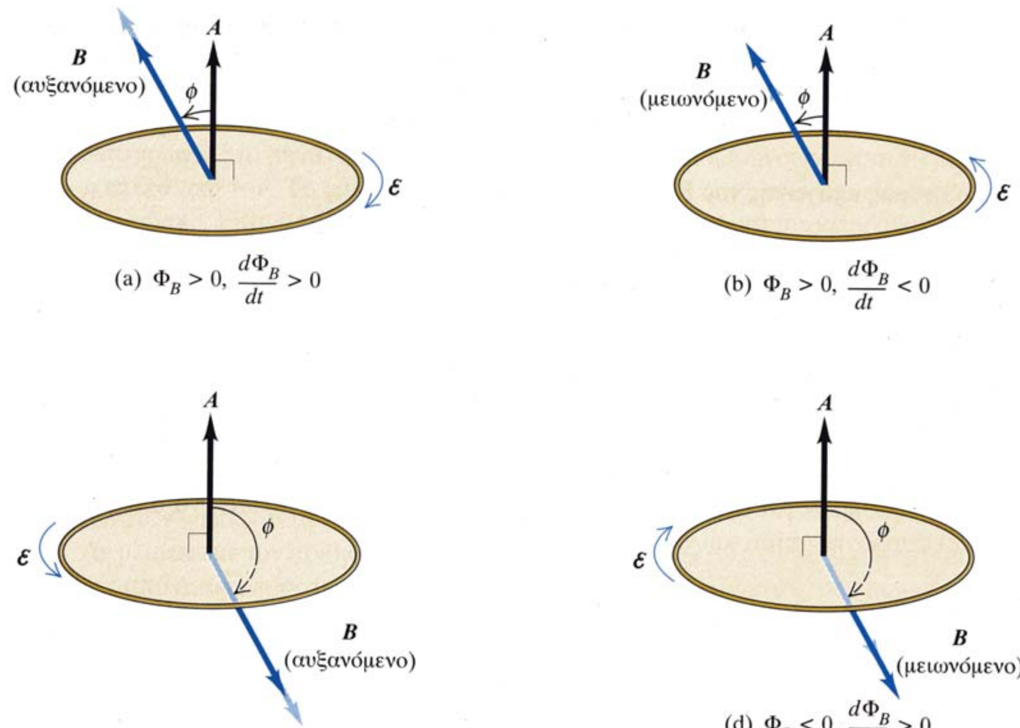
Αν το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές και η επιφάνεια επίπεδη:

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A}$$

• **Ο νόμος του Faraday** ορίζει ότι η επαγόμενη σε ένα κλειστό κύκλωμα ΗΕΔ ισούται με τον αρνητικό ρυθμό μεταβολής της μαγνητικής ροής που διαπερνά το κύκλωμα.

$$E = -\frac{d\Phi_B}{dt}$$

• Σύμφωνα με τον νόμο του Lenz κάθε επαγωγικό φαινόμενο τείνει να αντιτεθεί στην μεταβολή που το προκάλεσε. Σε αντίθετη περίπτωση το πεδίο θα αθροίζονταν με το πεδίο που προϋπήρχε προκαλώντας διαδοχικές αυξήσεις στην ροή και στο ρεύμα.



(a) $\Phi_B > 0,\ \frac{d\Phi_B}{dt} > 0$

(b) $\Phi_B > 0,\ \frac{d\Phi_B}{dt} < 0$

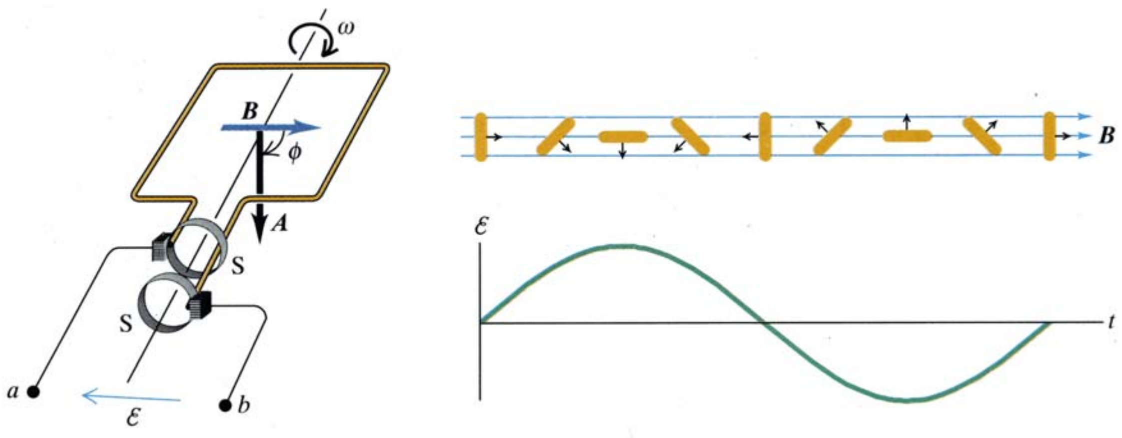
(c) $\Phi_B < 0,\ \frac{d\Phi_B}{dt} < 0$

(d) $\Phi_B < 0,\ \frac{d\Phi_B}{dt} > 0$

• Σε πηνίο με Ν ίδιες σπείρες και ροή που μεταβάλλεται με τον ίδιο ρυθμό σε κάθε σπείρα, οι επαγόμενες σε κάθε σπείρα ΗΕΔ είναι ίσες, βρίσκονται σε σειρά και προστίθενται.

$$E = -N\frac{d\Phi_B}{dt}$$

• Ένας τετραγωνικός βρόγχος περιστρέφεται με σταθερή γωνιακή ταχύτητα ω γύρω από τον άξονά του. Το μαγνητικό πεδίο είναι ομογενές. Αν για $t=0$ είναι $\varphi_0=0$ ($\varphi=\varphi_0+\omega t=\omega t$), να βρεθεί η επαγόμενη ΗΕΔ.

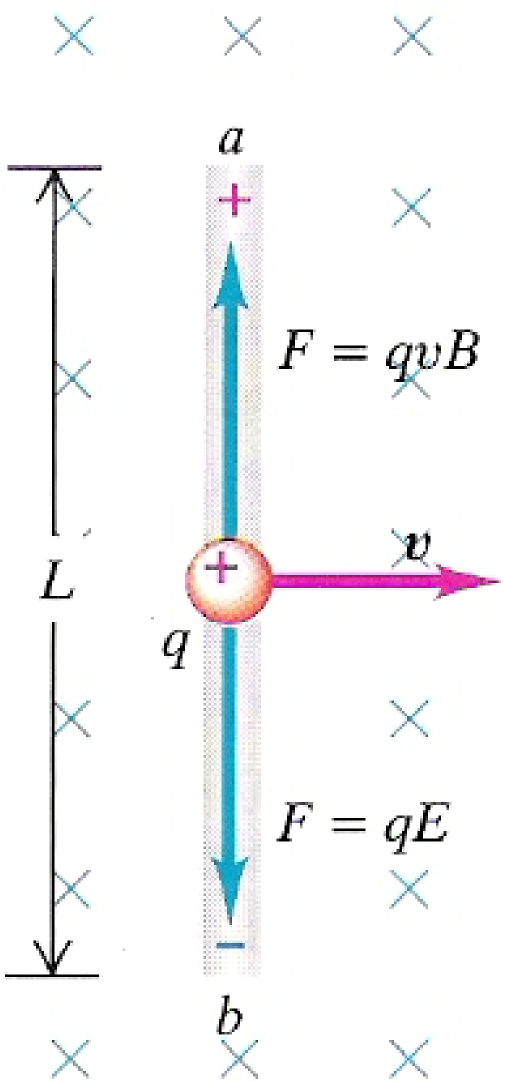


(a) (b)

$$\Phi_B = \vec{B} \cdot \vec{A} \Rightarrow \Phi_B = BA\cos\phi \Rightarrow \Phi_B = BA\cos\omega t$$

$$E = -\frac{d\Phi_B}{dt} \Rightarrow E = \omega BA\sin\omega t$$

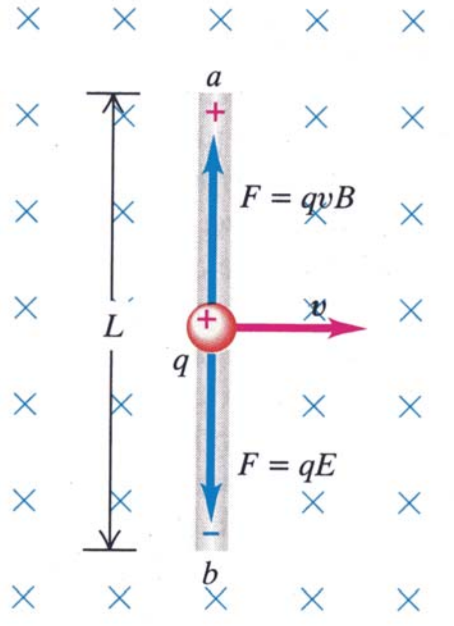
2. Ηλεκτρεγερτική δύναμη λόγω κίνησης.



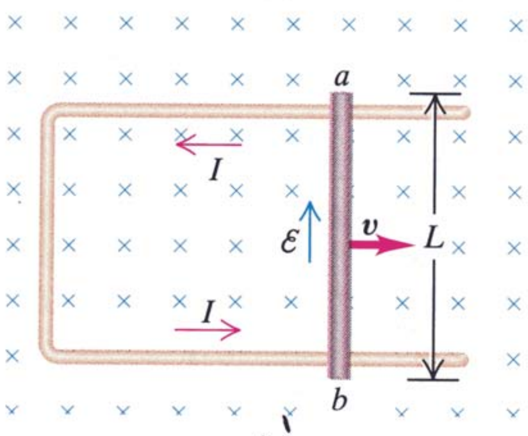
• Αγώγιμη ράβδος κινείται κάθετα στις γραμμές ομογενούς μαγνητικού πεδίου. Σε κάθε φορτίο q της ράβδου ασκείται μαγνητική δύναμη:

$$\vec{F} = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow F = qvB$$

Η μαγνητική δύναμη δημιουργεί πλεόνασμα θετικού φορτίου στο άνω άκρο και αρνητικού στο κάτω άκρο και συνεπώς ηλεκτρικό πεδίο με κατεύθυνση προς τα κάτω. Στην ισορροπία:



(a)



(b)

$$qE = qvB \Rightarrow$$

$$E = vB$$

$$V = El = Bvl$$

Σε κλειστό κύκλωμα η ράβδος αποτελεί **ηλεκτρεγερτική δύναμη** (ΗΕΔ) λόγω κίνησης.

• Μπορούμε να γενικεύσουμε την έννοια της ΗΕΔ λόγω κίνησης για αγωγό με οποιοδήποτε σχήμα που κινείται σε οποιοδήποτε μαγνητικό πεδίο, ομογενές ή μη.

Για ένα φορτίο q που ανήκει σε στοιχείο dl του αγωγού (στην ισορροπία) είναι:

$$\vec{F}_E = \vec{F}_B \Rightarrow q\vec{E} = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow \vec{E} = \vec{v} \times \vec{B}$$

Η συνεισφορά dV στην ΗΕΔ είναι:

$$dV = \vec{E} \cdot d\vec{l} = \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l} \Rightarrow$$

$$V = \int_{(C)} \left(\vec{v} \times \vec{B}\right) \cdot d\vec{l}$$

3. Εξισώσεις Maxwell.

• Είναι οι σχέσεις μεταξύ ηλεκτρικού – μαγνητικού πεδίου και των πηγών τους.

α) Ο νόμος του Gauss για το ηλεκτρικό πεδίο δίνει τη σχέση μεταξύ μιας κατανομής φορτίου και του ηλεκτρικού πεδίου που δημιουργεί.

$$\oint_{(A)} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \frac{q}{\varepsilon_0}$$

β) Ο νόμος του Gauss για το μαγνητικό πεδίο δίνει ότι η ολική μαγνητική ροή μέσα από μια κλειστή επιφάνεια είναι μηδέν (δεν υπάρχουν μαγνητικά μονόπολα και οι γραμμές του πεδίου είναι πάντοτε συνεχείς).

$$\oint_{(A)} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

γ) Ο νόμος του Ampere στον οποίο έχει ληφθεί υπ’ όψη και το ρεύμα μετατόπισης είναι:

$$\oint_{(L)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 \left(I_C + \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \right) = \mu_0 I_C + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_{(A)} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

δ) Ο νόμος του Faraday ορίζει ότι η επαγόμενη σε ένα κλειστό κύκλωμα ΗΕΔ ισούται με:

$$\oint_{(L)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d\Phi_B}{dt} = -\frac{d}{dt} \int_{(A)} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Η παραπάνω σχέση υποδεικνύει ότι το ηλεκτρικό πεδίο, που παράγεται από χρονικά μεταβαλλόμενη μαγνητική ροή, **δεν είναι διατηρητικό**.

• Γενικά το ολικό ηλεκτρικό πεδίο σε κάποιο σημείο μπορεί να προέρχεται από υπέρθεση μιας μαγνητικά επαγόμενης συνιστώσας και μιας συνιστώσας που προκαλείται από κατανομή ακίνητων φορτίων.

$$\vec{E} = \vec{E}_e + \vec{E}_n$$

Το ηλεκτροστατικό μέρος είναι πάντα διατηρητικό.

$$\oint_{(L)} \vec{E}_e \cdot d\vec{l} = 0$$

και δεν συνεισφέρει στο ολοκλήρωμα του νόμου Faraday:

$$\oint_{(L)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_{(L)} \left(\vec{E}_e + \vec{E}_n\right) \cdot d\vec{l} = \oint_{(L)} \vec{E}_e \cdot d\vec{l} + \oint_{(L)} \vec{E}_n \cdot d\vec{l} \Rightarrow$$

$$\oint_{(L)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = \oint_{(L)} \vec{E}_n \cdot d\vec{l}$$

Ακόμη το μη διατηρητικό μέρος του πεδίου δεν δημιουργείται από στατικά φορτία και δεν συνεισφέρει στον νόμο του Gauss.

$$\oint_{(A)} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_{(A)} \left(\vec{E}_e + \vec{E}_n\right) \cdot d\vec{A} = \oint_{(A)} \vec{E}_e \cdot d\vec{A} + \oint_{(A)} \vec{E}_n \cdot d\vec{A} \Rightarrow$$

$$\oint_{(A)} \vec{E} \cdot d\vec{A} = \oint_{(A)} \vec{E}_e \cdot d\vec{A}$$

Συνεπώς οι εξισώσεις Maxwell περιέχουν το ολικό ηλεκτρικό πεδίο (δεν κάνουν διαχωρισμό διατηρητικής ή μη συνιστώσας).

- Στο κενό όπου δεν υπάρχουν φορτία και ρεύματα οι εξισώσεις Maxwell δίνουν:

$$\oint_{(A)} \vec{E} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint_{(A)} \vec{B} \cdot d\vec{A} = 0$$

$$\oint_{(L)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \varepsilon_0 \mu_0 \frac{d}{dt} \int_{(A)} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

$$\oint_{(L)} \vec{E} \cdot d\vec{l} = -\frac{d}{dt} \int_{(A)} \vec{B} \cdot d\vec{A}$$

Παρατηρούμε μια εκπληκτική συμμετρία στις παραπάνω εξισώσεις.

• Οι εξισώσεις Maxwell περιέχουν **ΟΛΕΣ** τις σχέσεις πεδίων και πηγών τους. Μπορούμε να παράγουμε το νόμο Coulomb από το νόμο Gauss και το νόμο Biot-Savart από το νόμο Ampere.

Προσθέτοντας και την εξίσωση που ορίζει τον τρόπο με τον οποίο τα δύο πεδία ασκούν δυνάμεις σε φορτίο:

$$\vec{F} = q\left(\vec{E} + \vec{v} \times \vec{B}\right)$$

έχουμε όλες τις θεμελιώδεις σχέσεις του ηλεκτρομαγνητισμού.