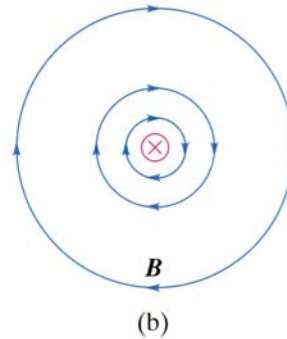
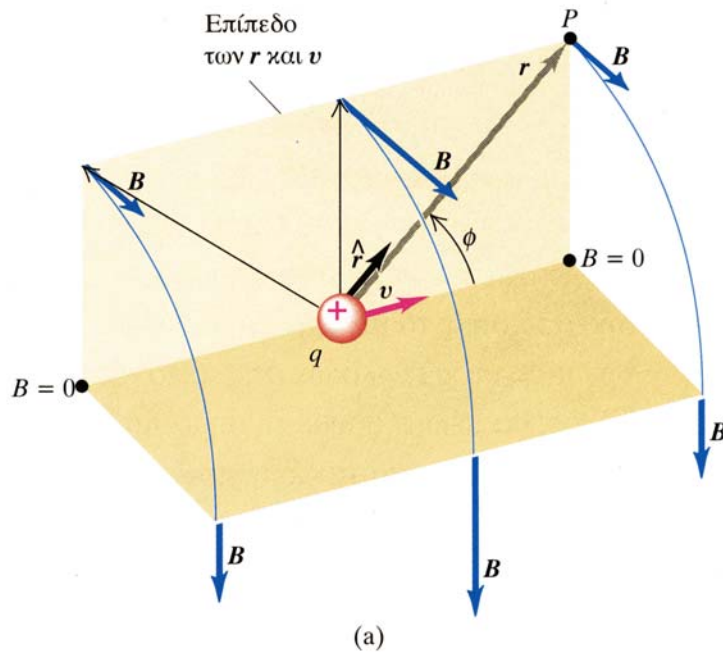


# 1. Μαγνητικό Πεδίο Κινούμενου Φορτίου

Το μαγνητικό πεδίο  $B$  σημειακού φορτίου  $q$  που κινείται με ταχύτητα  $v$  είναι:



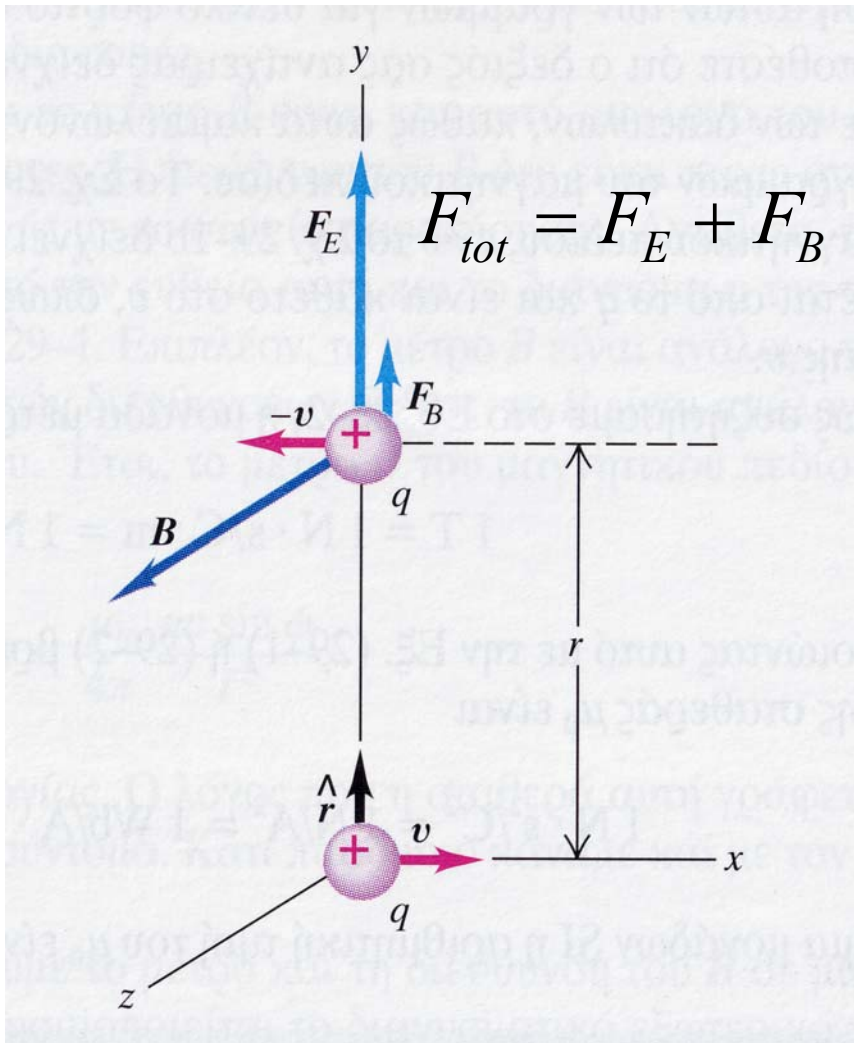
$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2} \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv \sin \phi}{r^2}$$

- Το  $B$  είναι ανάλογο του  $q$  και του  $1/r^2$  όπως και το  $E$ .
- Το  $B$  δεν είναι ακτινικό, είναι ανάλογο της ταχύτητας  $v$  και εξαρτάται από την κατεύθυνση ( $\sin \phi$ ) αντίθετα με το  $E$ .

- Αν  $\varphi=0^0$  είναι  $B=0$ .
- Αν  $\varphi=90^0$  είναι  $B=\max$  (για σταθερή απόσταση).
- Οι γραμμές του μαγνητικού πεδίου κινούμενου φορτίου είναι κύκλοι, με κέντρο πάνω στον άξονα της ταχύτητας και επίπεδα κάθετα στην διεύθυνση της ταχύτητας.
- Το φορτίο δημιουργεί επίσης ηλεκτρικό πεδίο  $E$  στην ίδια περιοχή.
- Το ολικό μαγνητικό πεδίο, που δημιουργείται από περισσότερα κινούμενα φορτία, είναι ίσο με το διανυσματικό άθροισμα των πεδίων των επί μέρους φορτίων.

- **Παράδειγμα:** Δυνάμεις ανάμεσα σε κινούμενα με ίσες και αντίθετες ταχύτητες πρωτόνια ( $v \ll c$ ).



$$F_E = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q^2}{r^2}$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q\vec{v} \times \vec{u}_r}{r^2} \Rightarrow$$

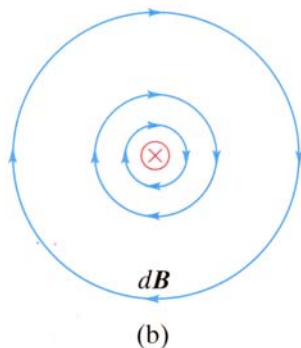
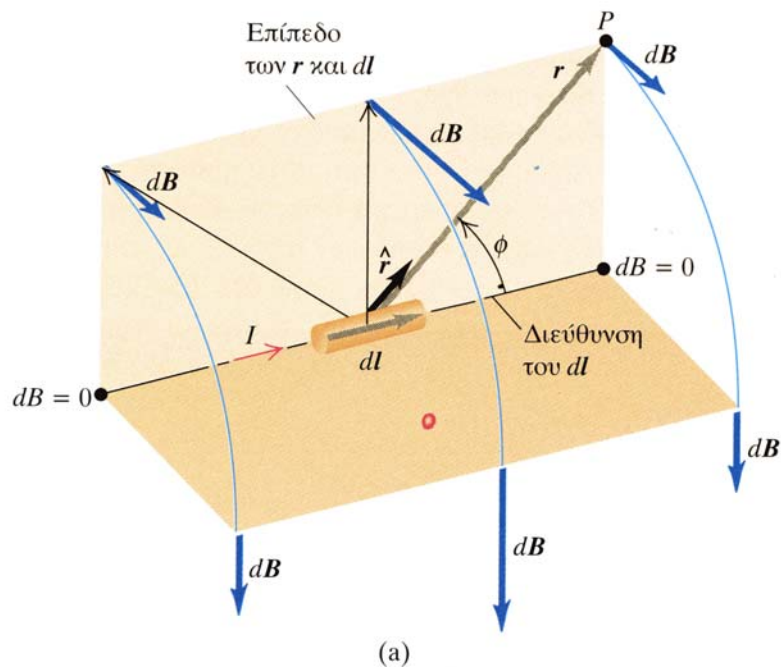
$$B = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{qv}{r^2}$$

$$F_B = q\vec{v} \times \vec{B} \Rightarrow$$

$$F_B = qvB = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{q^2 v^2}{r^2}$$

## 2. Μαγνητικό Πεδίο Ρευματοφόρου Αγωγού (Biot – Savart)

Το μαγνητικό πεδίο  $B$  ρευματοφόρου αγωγού που διαρέεται από ρεύμα  $I$  είναι:



$$dq = nq \cdot (Sdl)$$

$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{dq \cdot \vec{v}_d \times \vec{u}_r}{r^2} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(nqSv_d dl) \vec{u}_T \times \vec{u}_r}{r^2} \Rightarrow$$

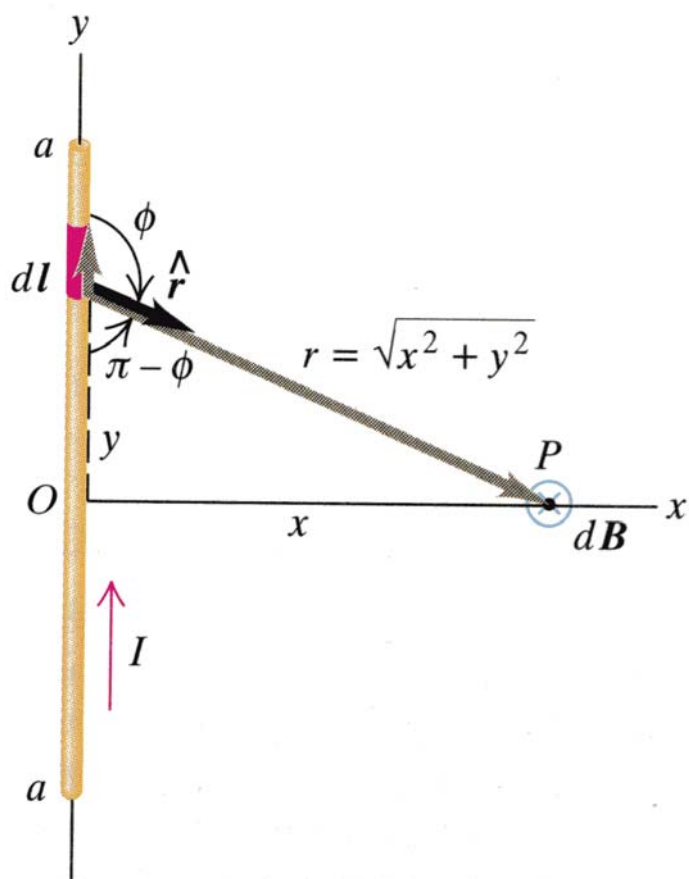
$$d\vec{B} = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{(nqSv_d dl)\vec{u}_T \times \vec{u}_r}{r^2} \Rightarrow d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{u}_T \times \vec{u}_r}{r^2} dl$$

$$J = nqv_d \quad \text{και} \quad I = JS$$

$$\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{(L)} \frac{\vec{u}_T \times \vec{u}_r}{r^2} dl$$

### 3. Μαγνητικό Πεδίο Ευθύγραμμου Αγωγού

- Το μαγνητικό πεδίο  $B$  ευθύγραμμου αγωγού μήκους  $2a$  που διαρέεται από ρεύμα  $I$  σε σημείο της μεσοκαθέτου του είναι:



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{u}_T \times \vec{u}_r}{r^2} dl \Rightarrow$$

$$dB = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\sin \phi}{r^2} dl \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{(L)} \frac{x}{r^3} dl \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{-a}^a \frac{x dy}{(x^2 + y^2)^{3/2}}$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{2a}{x\sqrt{x^2 + a^2}}$$

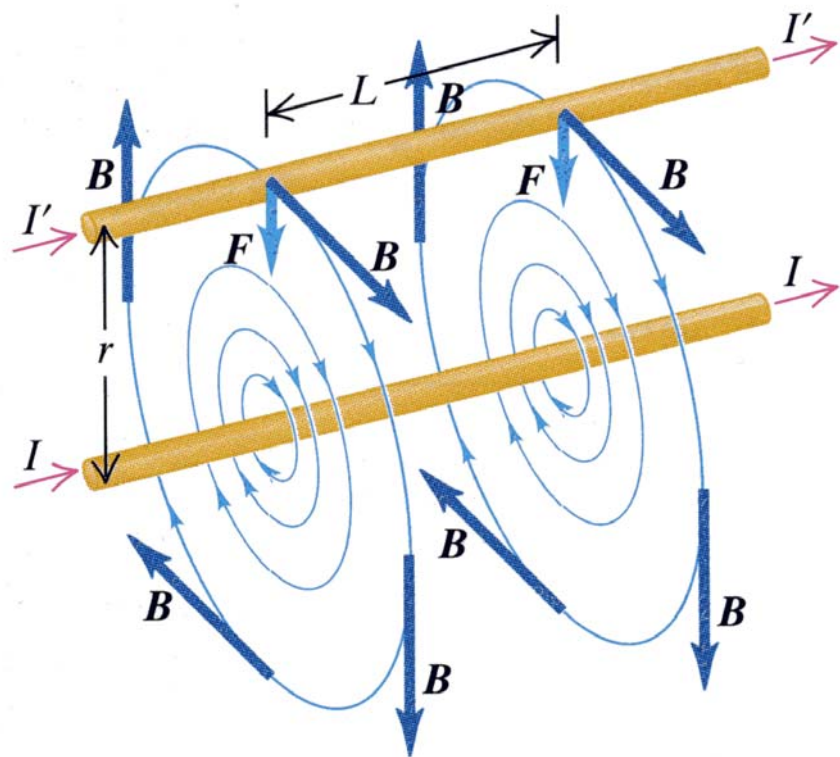
- Για αγωγό άπειρου μήκους ( $a \gg x$ ):

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi x}$$

Οι γραμμές του μαγνητικού πεδίου είναι κύκλοι με το κέντρο τους στον αγωγό και το επίπεδό τους κάθετο στον αγωγό.

## 4. Δύναμη μεταξύ Παράλληλων Αγωγών

Η δύναμη αλληλεπίδρασης μεταξύ παράλληλων αγωγών “απείρου” μήκους είναι:



$$F = BI'L$$

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

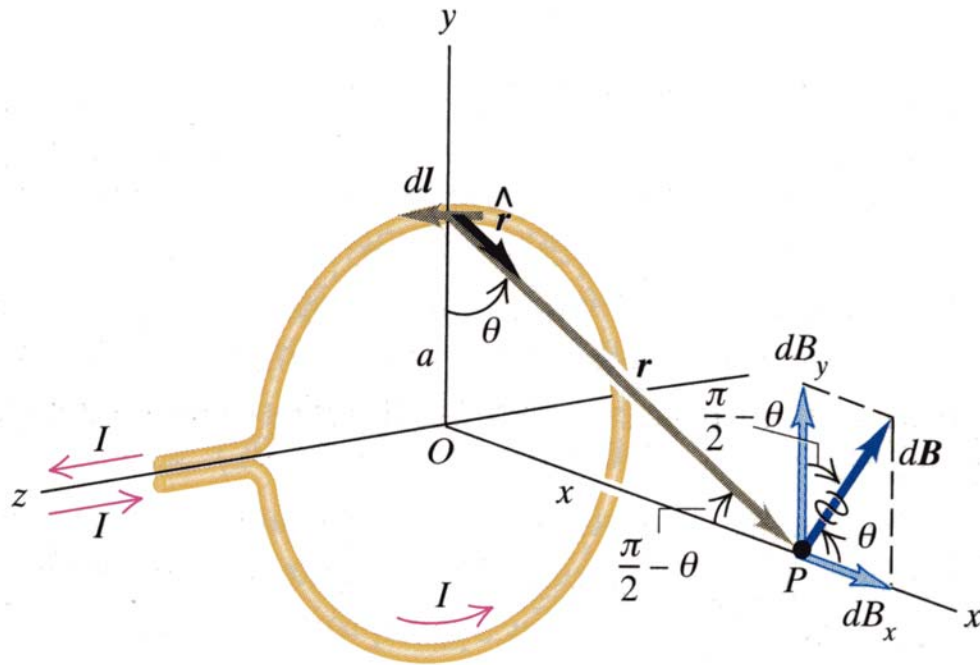
$$\frac{F}{L} = \frac{\mu_0 II'}{2\pi r}$$

Ρεύματα ίδιας φοράς έλκονται ενώ αντίθετης απωθούνται.



## 5. Μαγνητικό Πεδίο Κυκλικού Βρόχου

Το μαγνητικό πεδίο  $B$  κυκλικού αγωγού ακτίνας  $a$  που διαρέεται από ρεύμα  $I$  σε σημείο του άξονά του είναι:



$$d\vec{B} = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{\vec{u}_T \times \vec{u}_r}{r^2} dl \Rightarrow$$

$$dB_x = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \frac{dl}{r^2} \cos \theta \Rightarrow$$

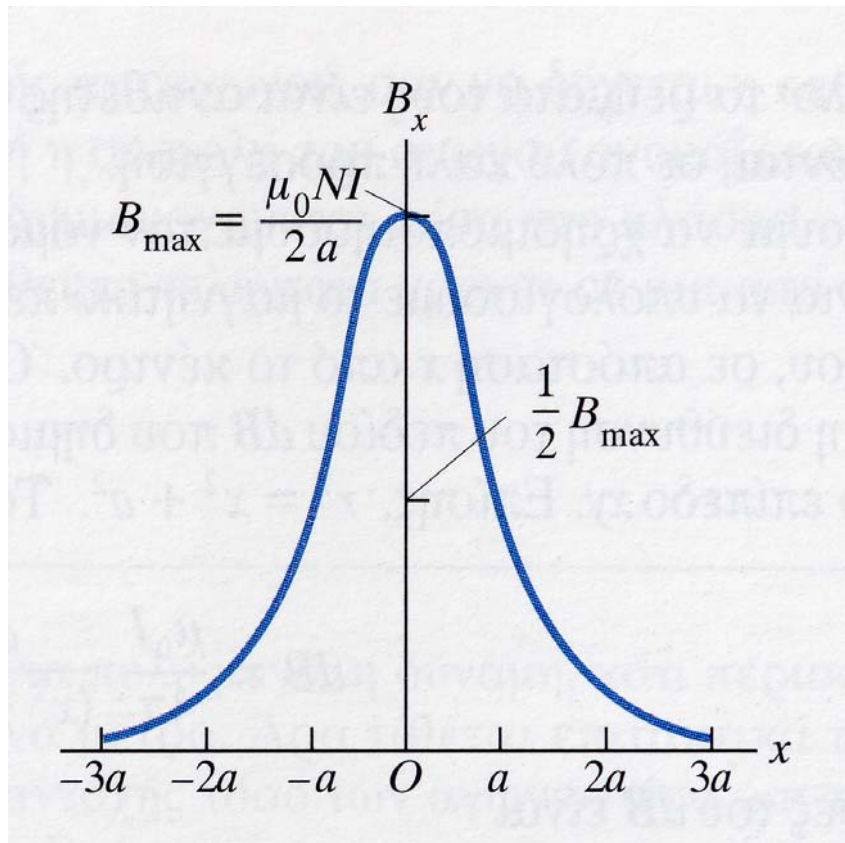
$$B = \frac{\mu_0 I}{4\pi} \int_{(L)} \frac{dl}{r^2} \frac{a}{r} \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

Τα μαγνητικά πεδία των ευθύγραμμων αγωγών αλληλοανααιρούνται.

Αν έχουμε πηνίο  $N$  πυκνών σπειρών:

$$B = \frac{\mu_0 N I a^2}{2(x^2 + a^2)^{3/2}}$$

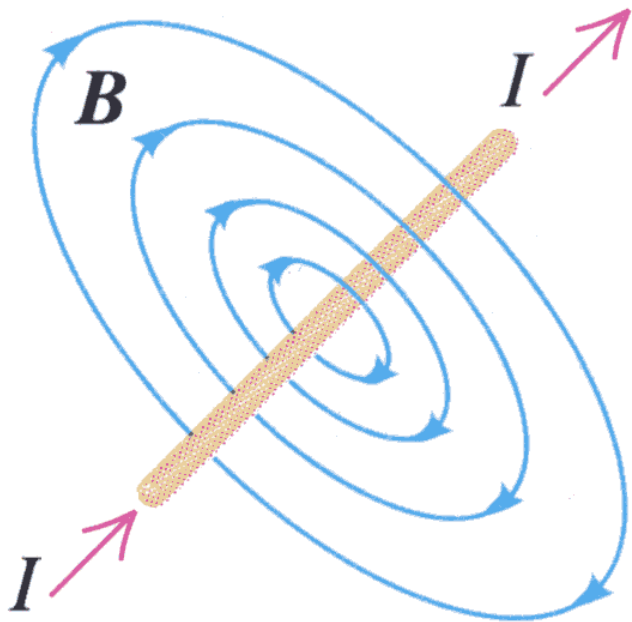


Στο κέντρο του πηνίου ( $x=0$ ):

$$B_x = \frac{\mu_0 N I}{2a}$$

## 6. Ο Νόμος του Ampere

- Είναι εναλλακτικός τρόπος προσδιορισμού της σχέσης μαγνητικού πεδίου και ρευμάτων σε προβλήματα υψηλής συμμετρίας.
- Έστω ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους που διαρέεται από ρεύμα  $I$ . Τότε:

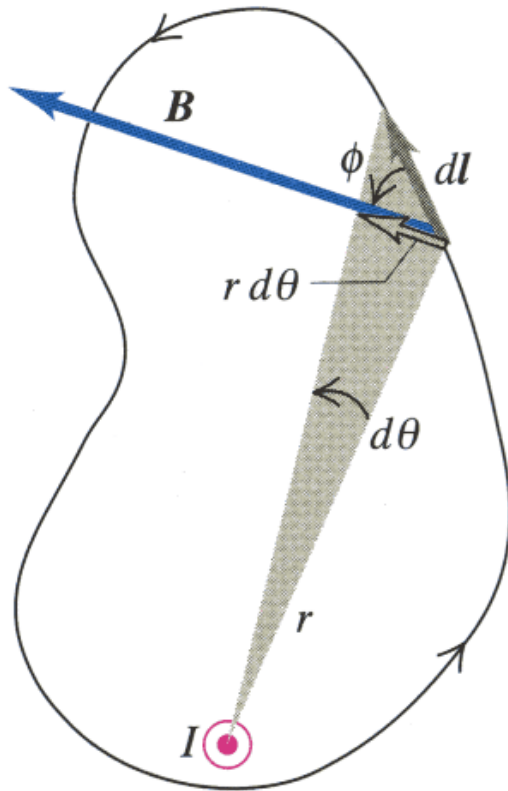


$$\oint_{(L)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{(L)} B dl = \frac{\mu_0 I}{2\pi r} \oint_{(L)} dl =$$

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi r} 2\pi r = \mu_0 I \Rightarrow$$

$$\oint_{(L)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

• Έστω ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους που διαρέεται από ρεύμα  $I$  και  $(L)$  ένας τυχαίος επίπεδος κλειστός δρόμος που τον περικλείει. Αν το επίπεδο του δρόμου είναι κάθετο στον αγωγό:



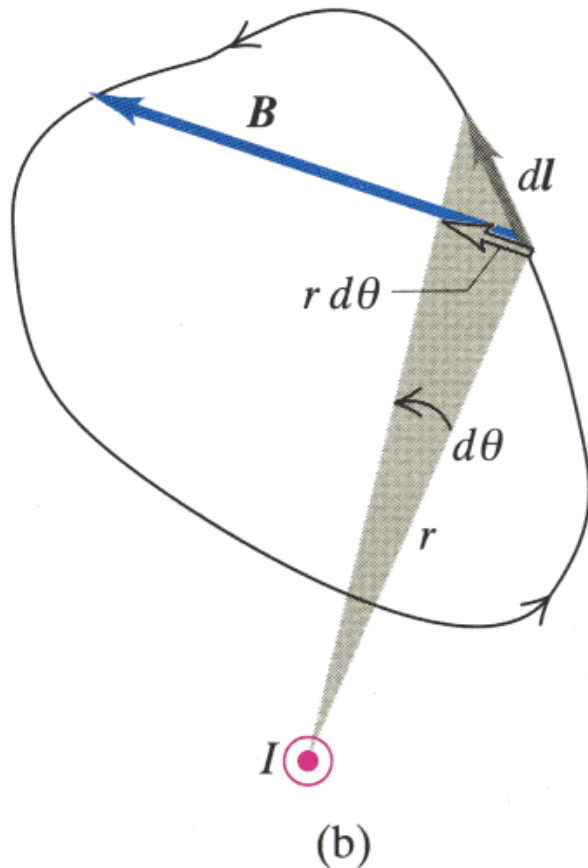
$$\oint_{(L)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{(L)} B dl \cos \phi =$$

$$\oint_{(L)} \frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi} \oint_{(L)} d\theta = \mu_0 I \Rightarrow$$

$$\oint_{(L)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I$$

Δεν υπάρχει εξάρτηση από το σχήμα του δρόμου και την θέση του αγωγού.

• Έστω ευθύγραμμος αγωγός μεγάλου μήκους που διαρέεται από ρεύμα  $I$  και  $(L)$  ένας τυχαίος επίπεδος κλειστός δρόμος που τον περικλείει. Αν το επίπεδο του δρόμου είναι κάθετο στον αγωγό:



$$\vec{B} \cdot d\vec{l} = B dl \cos \phi =$$

$$\frac{\mu_0 I}{2\pi r} r d\theta = \frac{\mu_0 I}{2\pi} d\theta$$

Οι συνεισφορές των δύο στοιχειωδών τμημάτων του επίπεδου κλειστού δρόμου που φαίνονται από τον αγωγό με την γωνία  $d\theta$  έχουν μόνο διαφορετικό πρόσημο και αλληλοαναιρούνται.

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

(L)

• Υποθέτουμε ότι περισσότεροι του ενός ευθύγραμμοι παράλληλοι αγωγοί μεγάλου μήκους διαπερνούν την επιφάνεια της ( $L$ ). Τότε:

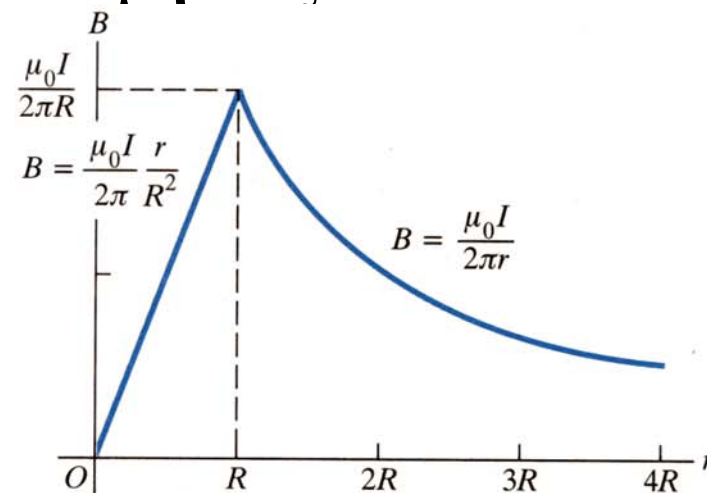
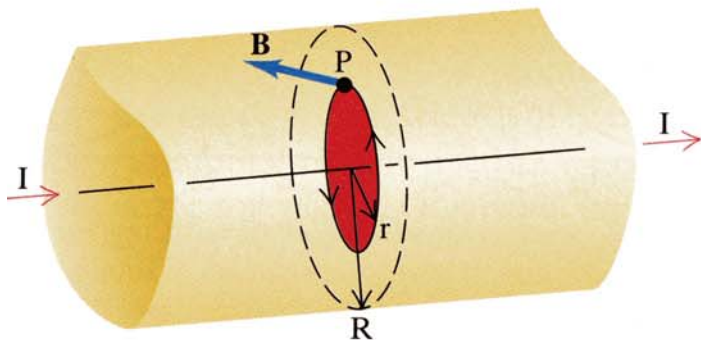
$$\oint_{(L)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{(L)} \left( \sum_{i=1}^n \vec{B}_i \right) \cdot d\vec{l} = \sum_{i=1}^n \oint_{(L)} \vec{B}_i \cdot d\vec{l} =$$

$$\sum_{i=1}^n \mu_0 I_i = \mu_0 \sum_{i=1}^n I_i = \mu_0 I_{tot} \Rightarrow$$

$$\oint_{(L)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{tot}$$

Η σχέση αυτή ισχύει για οποιοδήποτε σχήμα αγωγών και δρόμο ολοκλήρωσης.

## 7. Πεδίο κυλινδρικού αγωγού μεγάλου μήκους.



- Εντός του αγωγού ( $r < R$ ).

$$\oint_{(L)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{tot} \Rightarrow \oint_{(L)} B dl = \mu_0 I \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow 2\pi r B = \mu_0 I \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 I r}{2\pi R^2}$$

- Εκτός του αγωγού ( $r > R$ ).

$$\oint_{(L)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{tot} \Rightarrow \oint_{(L)} B dl = \mu_0 I \Rightarrow$$

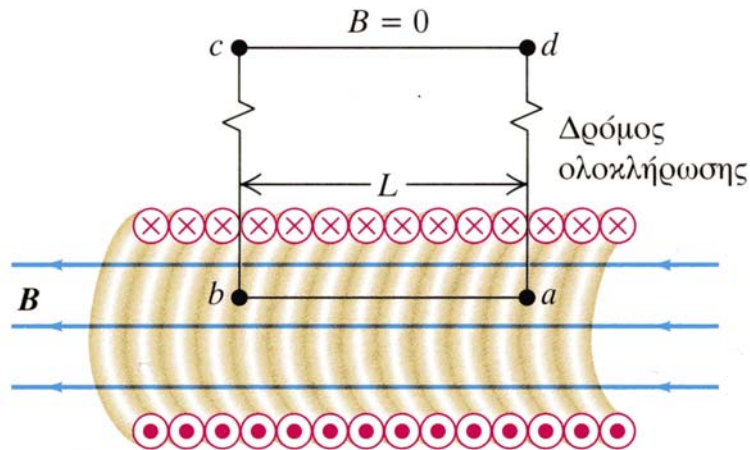
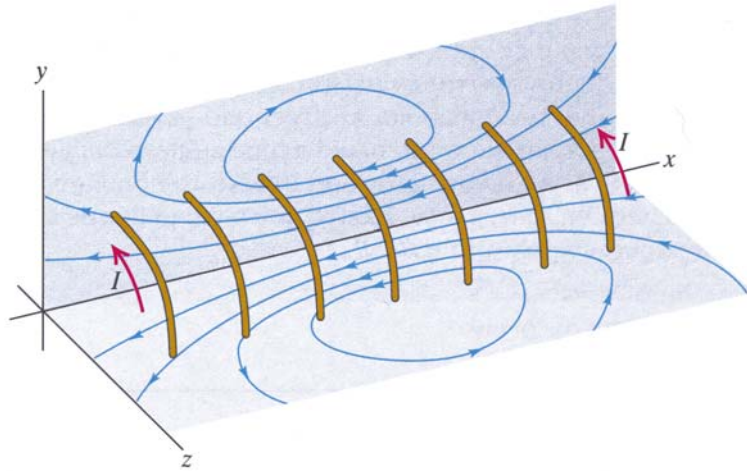
$$2\pi r B = \mu_0 I \Rightarrow B = \frac{\mu_0 I}{2\pi r}$$

- Στην επιφάνεια του αγωγού ( $r = R$ ) οι δύο εκφράσεις συμπίπτουν:

$$B = \frac{\mu_0 I}{2\pi R}$$



## 8. Πεδίο σε σωληνοειδές πηνίο.



Αν το μήκος του σωληνοειδούς είναι μεγάλο σε σχέση με την διάμετρο του, το **εσωτερικό πεδίο** κοντά στο κέντρο είναι σχεδόν ομογενές ενώ το **εξωτερικό πεδίο** κοντά στο κέντρο είναι αμελητέο.

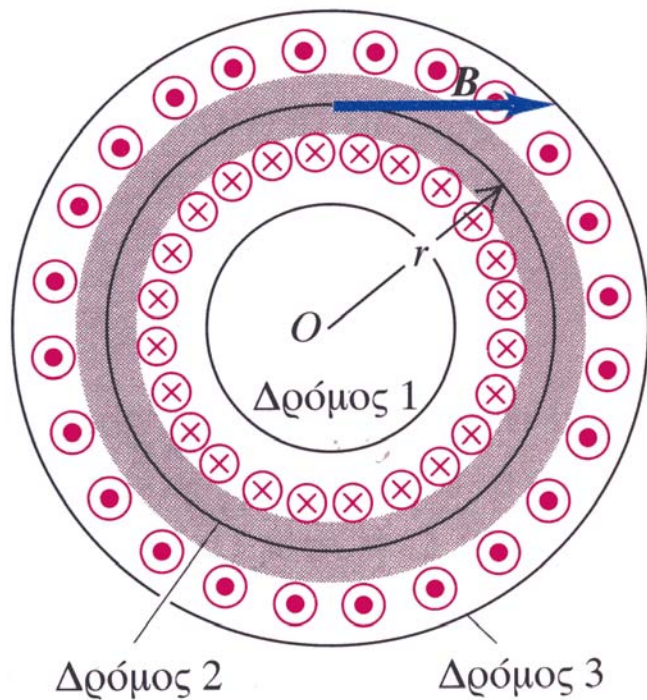
Από τον νόμο του Ampere:

$$\oint \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{tot} \Rightarrow$$

(C)

$$BL = \mu_0 nLI \Rightarrow B = \mu_0 nI$$

## 9. Πεδίο σε δακτυλιοειδές σωληνοειδές πηνίο.



Από τον νόμο του Ampere για τους δρόμους 1, 3 έχουμε:

$$\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \oint_{(C)} B \cdot dl =$$

$$2\pi r B = 0 \Rightarrow B = 0$$

Για τον δρόμο 2 έχουμε:

$$\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 I_{tot} \Rightarrow 2\pi r B = \mu_0 NI \Rightarrow B = \frac{\mu_0 NI}{2\pi r} \Rightarrow B = \mu_0 nI$$

Το μαγνητικό πεδίο δεν είναι ομογενές ( $r_2 \neq r_1$ ). Ο τελευταίος τύπος ισχύει αν  $r_2 - r_1 \ll r$ .

## 10. Ρεύμα Μετατόπισης

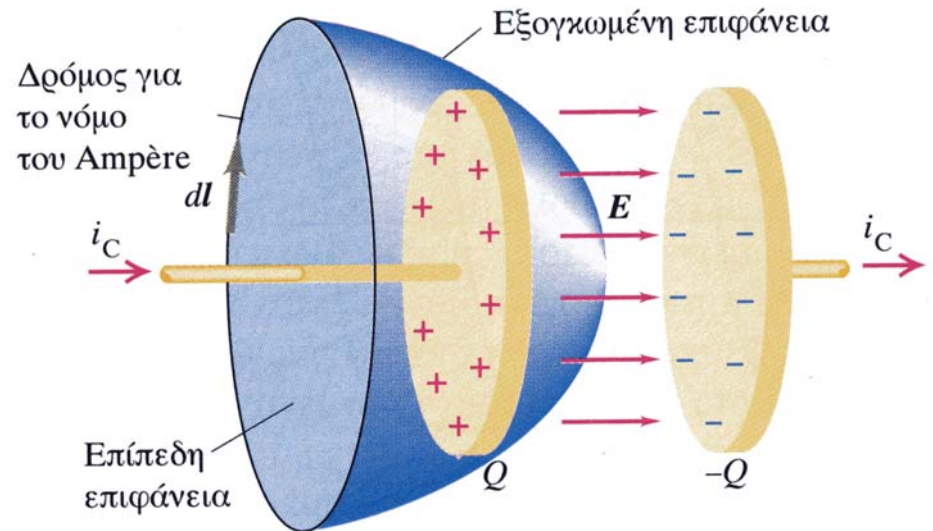
• Για την συμπλήρωση του νόμου του Ampere θεωρώ την διαδικασία φόρτισης ενός πυκνωτή. Ρεύμα  $i_C$  φορτίζει τον πυκνωτή και το φορτίο  $q$  καθώς και το ηλεκτρικό του πεδίο  $E$  αυξάνουν.

Εφαρμόζω τον νόμο του Ampere για την κυκλική διαδρομή και τις δύο επιφάνειες του σχήματος:

$$\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_C$$

$$\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = 0$$

πράγμα άτοπο. Ισχύει:



$$C = \frac{q}{v} \Rightarrow q = Cv = \frac{\varepsilon_0 A}{d} Ed = \varepsilon_0 EA = \varepsilon_0 \Phi_E$$

$$i_C = \frac{dq}{dt} = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt}$$

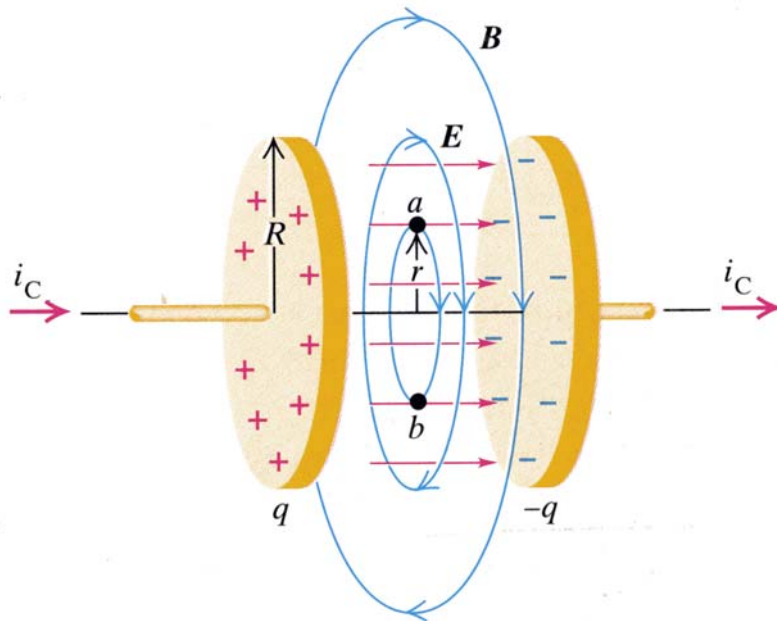
Επινοώντας ένα ίσο υποθετικό ρεύμα  $i_D$  (ρεύμα μετατόπισης) στον χώρο ανάμεσα στις πλάκες, το συμπεριλαμβάνουμε στον νόμο του Ampere:

$$i_D = \varepsilon_0 \frac{d\Phi_E}{dt} \Rightarrow \oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 (i_C + i_D) \Rightarrow$$

$$\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_C + \mu_0 \varepsilon_0 \frac{d}{dt} \int_{(S)} \vec{E} \cdot d\vec{A}$$

- Ο πυκνωτής του παρακάτω σχήματος φορτίζεται. Να υπολογιστεί το επαγόμενο μαγνητικό πεδίο ανάμεσα στους οπλισμούς του πυκνωτή.

Εφαρμόζουμε τον νόμο του Ampere για κύκλο ακτίνας  $r$ .



Για  $r < R$ :

$$\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i'_D \Rightarrow$$

$$\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_D \frac{\pi r^2}{\pi R^2} \Rightarrow$$

$$2\pi rB = \mu_0 i_C \frac{r^2}{R^2} \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0}{2\pi} \frac{r}{R^2} i_C$$

Για  $r > R$ :

$$\oint_{(C)} \vec{B} \cdot d\vec{l} = \mu_0 i_D \Rightarrow 2\pi rB = \mu_0 i_C \Rightarrow$$

$$B = \frac{\mu_0 i_C}{2\pi r}$$

- Η ιδέα του ρεύματος μετατόπισης επιτρέπει να επεκτείνουμε την ισχύ του νόμου του Ampere και να γενικεύσουμε τον πρώτο νόμο του Kirchhoff.

Η γενικευμένη μορφή του νόμου του Ampere ισχύει και στο εσωτερικό ενός μαγνητικού υλικού αν η μαγνήτιση είναι ανάλογη του εξωτερικού πεδίου.

Ο νόμος του Ampere ισχύει ακόμη στον κενό χώρο όπου δεν υπάρχει ρεύμα αγωγιμότητας. Δηλαδή, όταν τα πεδία  $E$  και  $B$  μεταβάλλονται με τον χρόνο αλληλοσυνδέονται.