1. Ηλεκτρικό Φορτίο

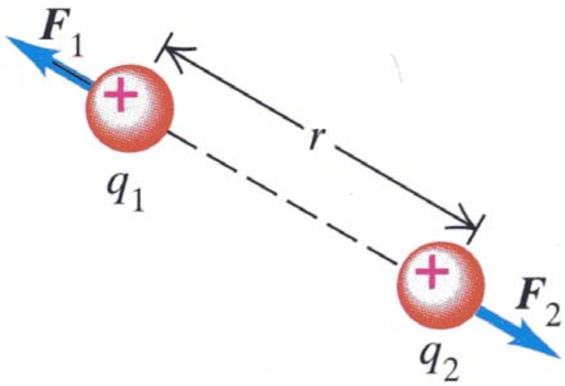
- Το ηλεκτρικό φορτίο είναι ένα από τα βασικά χαρακτηριστικά των σωματιδίων από τα οποία οικοδομείται η ύλη. Υπάρχουν δύο είδη φορτίου (θετικό – αρνητικό).

- Κατά την φόρτιση το φορτίο δεν δημιουργείται και δεν καταστρέφεται αλλά μεταφέρεται από σώμα σε σώμα. Το φορτίο σε κάθε περίπτωση **διατηρείται**.

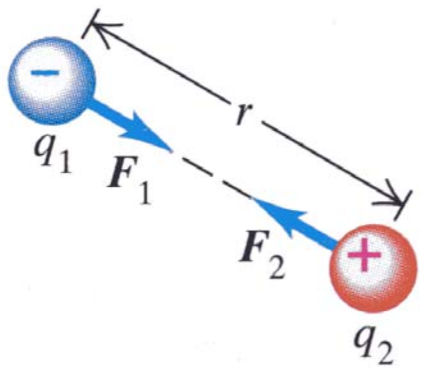
- Οποιαδήποτε ποσότητα παρατηρήσιμου φορτίου είναι πάντα ακέραιο πολλαπλάσιο της **βασικής του μονάδας**, δηλαδή του φορτίου πρωτονίου - ηλεκτρονίου.

- Οι δυνάμεις που δομούν τα άτομα και τα μόρια, οι δυνάμεις συνοχής των στερεών, των υγρών ή των αερίων είναι ηλεκτρικές αλληλεπιδράσεις.

2. Νόμος του Coulomb



(b)



(c)

Το μέτρο της δύναμης, που προκύπτει από την αλληλεπίδραση δύο σημειακών φορτίων, είναι ανάλογο του γινομένου των φορτίων και και αντιστρόφως ανάλογο του τετραγώνου της απόστασης τους.

Ομώνυμα φορτία απωθούνται και ετερώνυμα έλκονται. Οι δυνάμεις υπακούουν τον τρίτο νόμο του Νεύτωνα.

$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{|q_1 q_2|}{r^2}$$

Η δύναμη που προκαλείται από πολλά σημειακά φορτία:

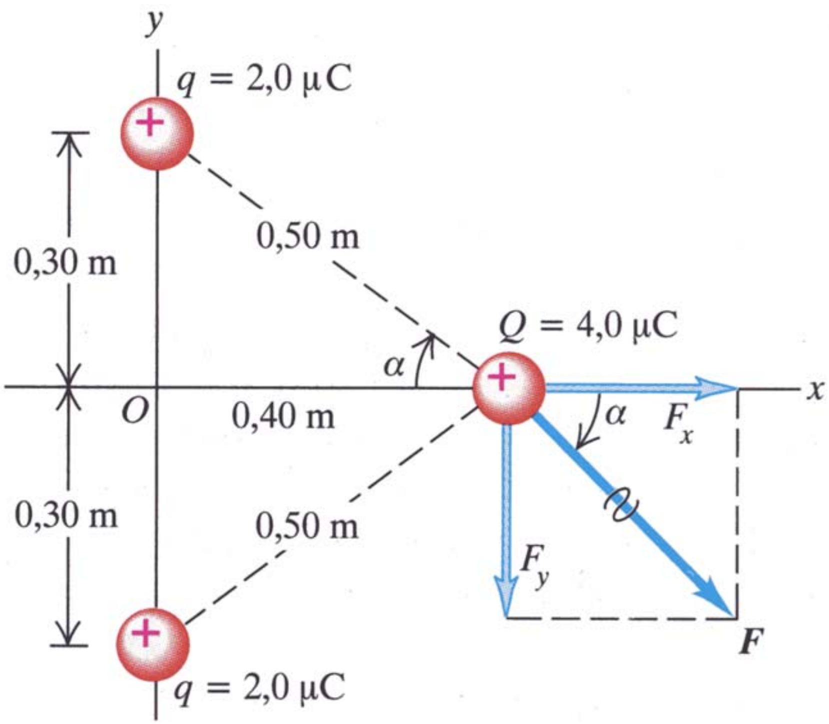
$$\vec{F} = \sum_{i=1}^{n} \vec{F}_i = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^{\,2}} \hat{r}_i$$

Η δύναμη που προκαλείται από γραμμική, επιφανειακή ή χωρική κατανομή φορτίου είναι:

$$\vec{F} = \frac{q'}{4\pi\varepsilon_0} \int\limits_{\substack{(V)\\(S)\\(L)}} \frac{dq}{r^2}\hat{r}$$

$$\lambda = \frac{dq}{dl}\left(C/m\right), \quad \sigma = \frac{dq}{ds}\left(C/m^2\right), \quad \rho = \frac{dq}{dv}\left(C/m^3\right)$$

Α1. Να βρεθεί η συνισταμένη δύναμη στο Q.



$$F = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{qQ}{r^2} = 0{,}29N$$

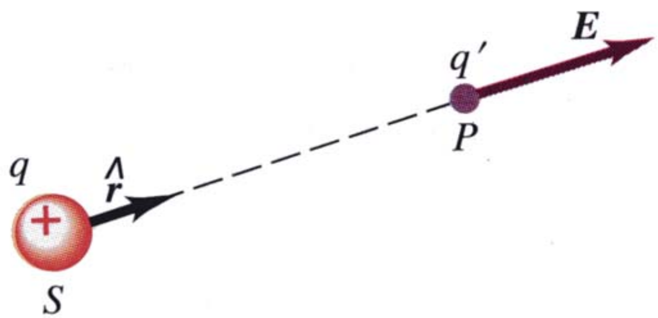
$$F_x = F\cos\alpha = 0{,}23N$$

$$F_x^{\text{ΟΛ}} = 2F_x = 0{,}46N$$

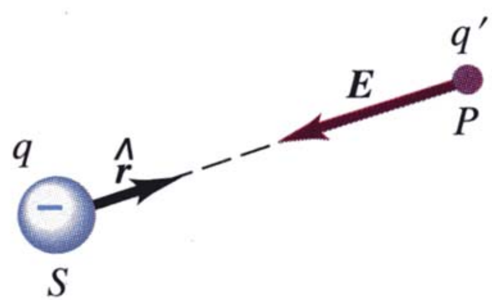
$$F_y^{\text{ΟΛ}} = 0$$

3. Ηλεκτρικό Πεδίο

Αν σε περιοχή του χώρου εισάγω δοκιμαστικό θετικό φορτίο q΄ και σ' αυτό ασκηθεί δύναμη, εκεί υπάρχει ηλεκτρικό πεδίο.



(b)



(c)

Η ένταση του ηλεκτρικού πεδίου είναι (διανυσματικό πεδίο):

$$\vec{E}(x,y,z) = \frac{\vec{F}}{q'}$$

Αν ο γεννήτορας του πεδίου είναι σημειακό φορτίο:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{q}{r^2}\hat{r}$$

Αν το ηλεκτρικό πεδίο προκαλείται από πολλά σημειακά φορτία:

$$\vec{E} = \sum_{i=1}^{n} \vec{E}_i = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \sum_{i=1}^{n} \frac{q_i}{r_i^2} \hat{r}_i$$

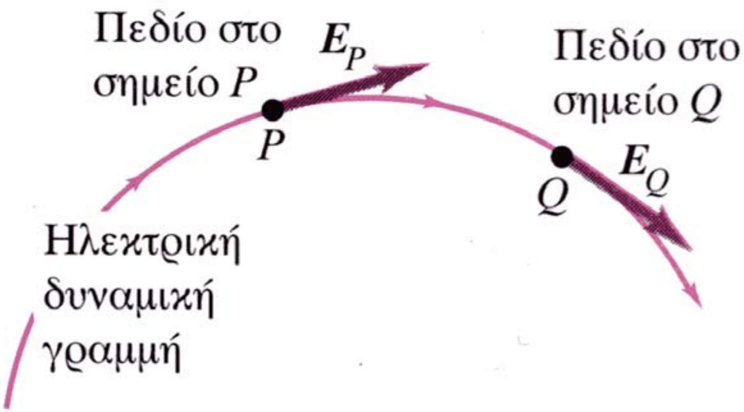
Αν το ηλεκτρικό πεδίο προκαλείται από γραμμική, επιφανειακή ή χωρική κατανομή φορτίου είναι:

$$\vec{E} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \int\limits_{\substack{(V)\\(S)\\(L)}} \frac{dq}{r^2} \hat{r}$$

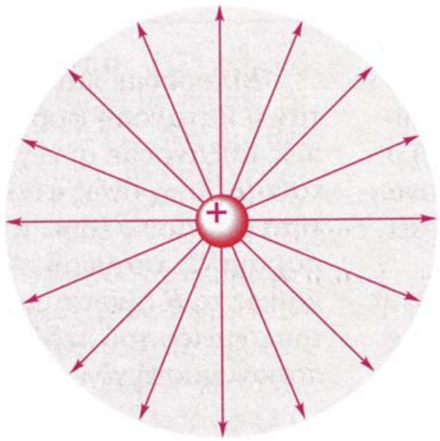
$$\lambda = \frac{dq}{dl}\left(C/m\right), \quad \sigma = \frac{dq}{ds}\left(C/m^2\right), \quad \rho = \frac{dq}{dv}\left(C/m^3\right)$$

4. Ηλεκτρικές Δυναμικές Γραμμές

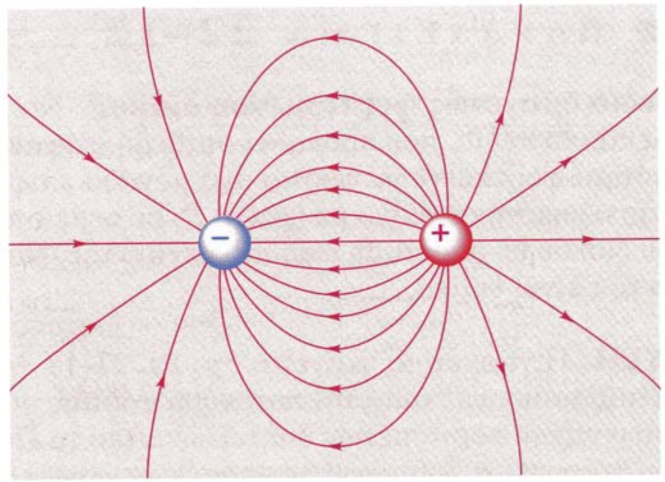
Δυναμική γραμμή ηλεκτρικού πεδίου είναι μια γραμμή σε κάθε σημείο της οποίας η ένταση είναι εφαπτόμενη. Η πυκνότητα τους δίνει το μέγεθος της σε κάποια περιοχή.



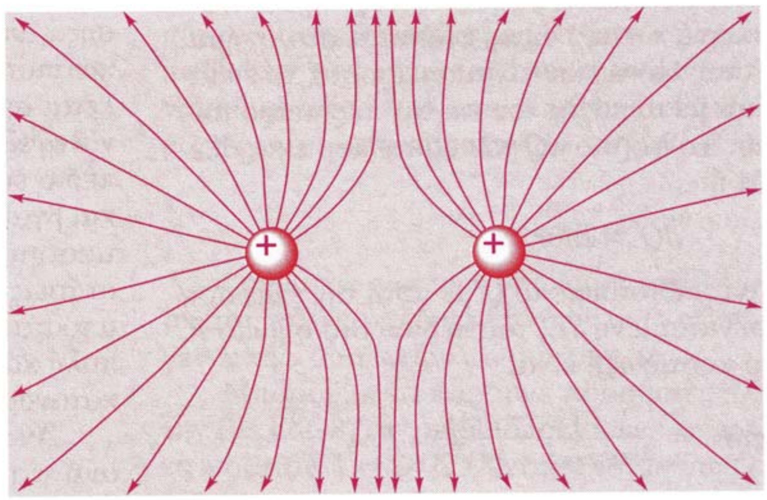
Σε κάθε σημείο το ηλεκτρικό πεδίο έχει μοναδική κατεύθυνση, άρα περνά μια μοναδική δυναμική γραμμή (οι δυναμικές γραμμές δεν τέμνονται).



(a)



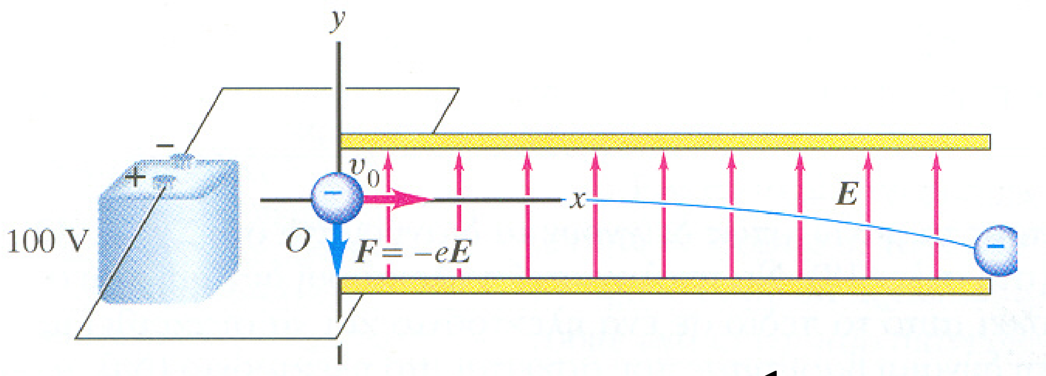
(b)



(c)

Επίπεδες διατομές τρισδιάστατων πεδίων.

Α2) Τροχιά ηλεκτρονίου. Αν ένα ηλεκτρόνιο εισχωρήσει στο ηλεκτρικό πεδίο του σχήματος με αρχική οριζόντια ταχύτητα v_o, ποια είναι η εξίσωση της τροχιάς του;



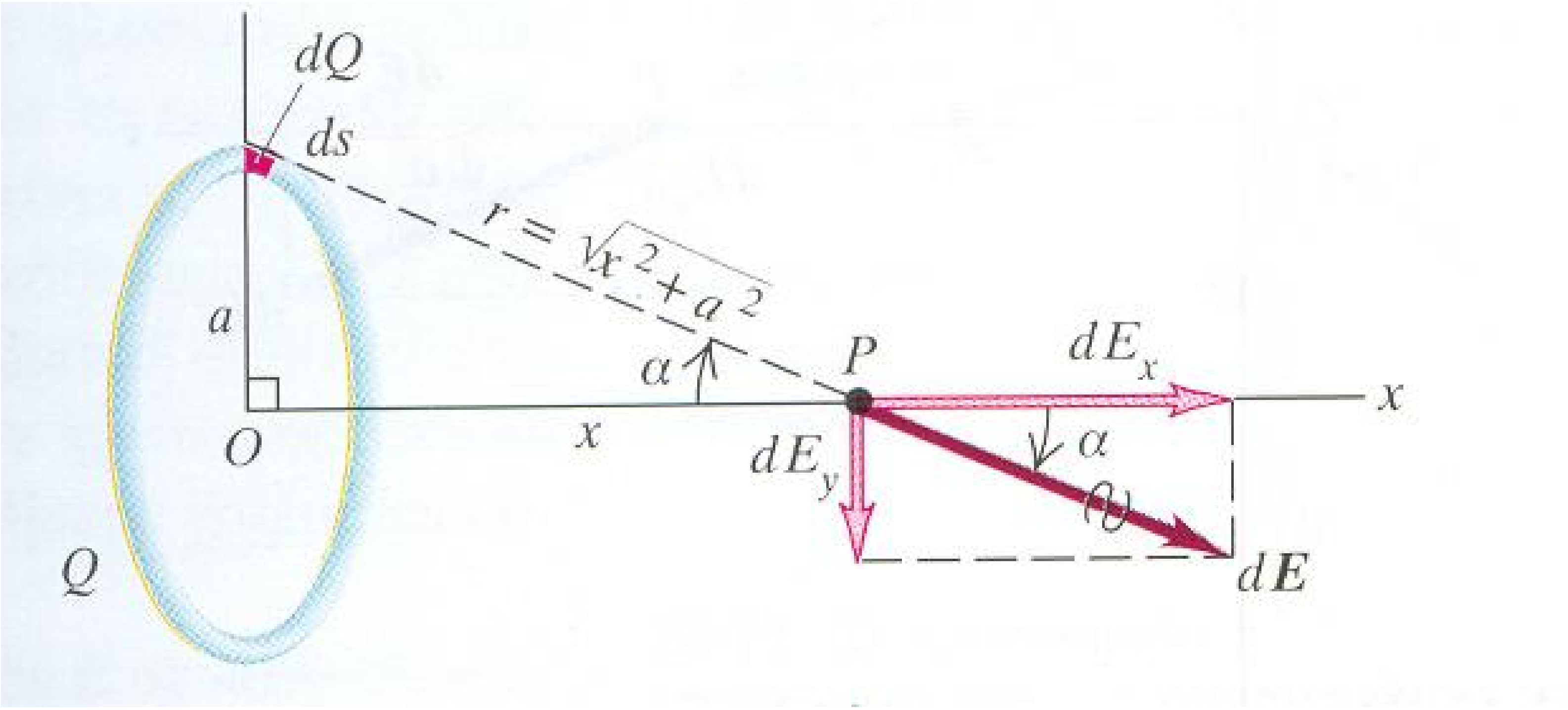
$$a_y = \frac{F_y}{m} = -\frac{eE}{m}$$

$$x = v_o t$$

$$y = \frac{1}{2} a_y t^2 = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m} t^2$$

$$y = -\frac{1}{2}\frac{eE}{m v_0^2} x^2$$

A3) Πεδίο φορτισμένου δακτυλίου. Ένας αγωγός, σε σχήμα δακτυλίου με ακτίνα *α*, φέρει ολικό φορτίο Q ομογενώς κατανεμημένο επάνω του. Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο P του άξονα του δακτυλίου σε απόσταση x από το κέντρο του.



$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{x^2 + a^2}$$

$$dE_x = dE \cdot \cos\alpha = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{dQ}{x^2 + a^2}\frac{x}{\sqrt{x^2 + a^2}} = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xdQ}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}$$

$$E_X = \int \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xdQ}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}$$

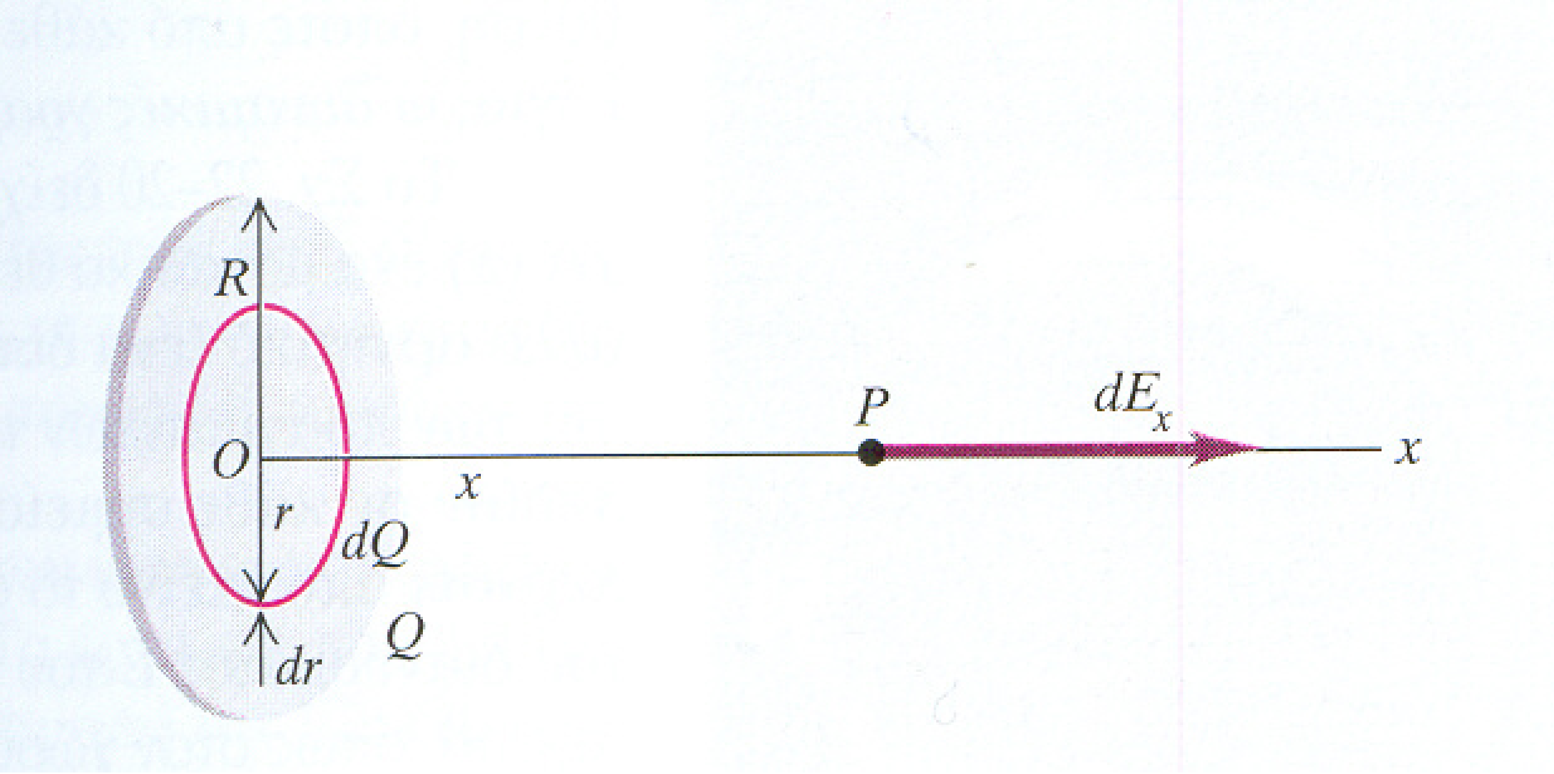
$$E_X = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{xQ}{\left(x^2 + a^2\right)^{3/2}}$$

Αν x$\rightarrow$0 τότε $E_x \rightarrow 0$.

$$E_X = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Q}{X^2}$$

Αν x$\rightarrow\infty$ έχουμε σημειακό φορτίο.

A4) Πεδίο ομογενώς φορτισμένου δίσκου. Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο, που προκαλεί σταθερή επιφανειακή πυκνότητα φορτίου (δηλ. φορτίο ανά μονάδα επιφάνειας) σ κατανεμημένη σε δίσκο με ακτίνα R, σε σημείο του άξονα του δίσκου σε απόσταση x από το κέντρο του.



$$dQ = 2\pi\sigma \cdot rdr$$

$$dE_X = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\pi\sigma \cdot rdr \cdot x}{\left(x^2 + r^2\right)^{3/2}}$$

$$E_x = \int_0^R \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{2\pi\sigma \cdot rdr \cdot x}{\left(x^2 + r^2\right)^{3/2}} = \frac{\sigma \cdot x}{2\varepsilon_0}\int_0^R \frac{rdr}{\left(x^2 + r^2\right)^{3/2}}$$

Το x παραμένει σταθερό και η μεταβλητή ολοκλήρωσης είναι το r. Το ολοκλήρωμα μπορεί να υπολογιστεί με την αλλαγή μεταβλητής z = x^2 + r^2 και συνεπώς dz=2rdr. Επομένως έχουμε:

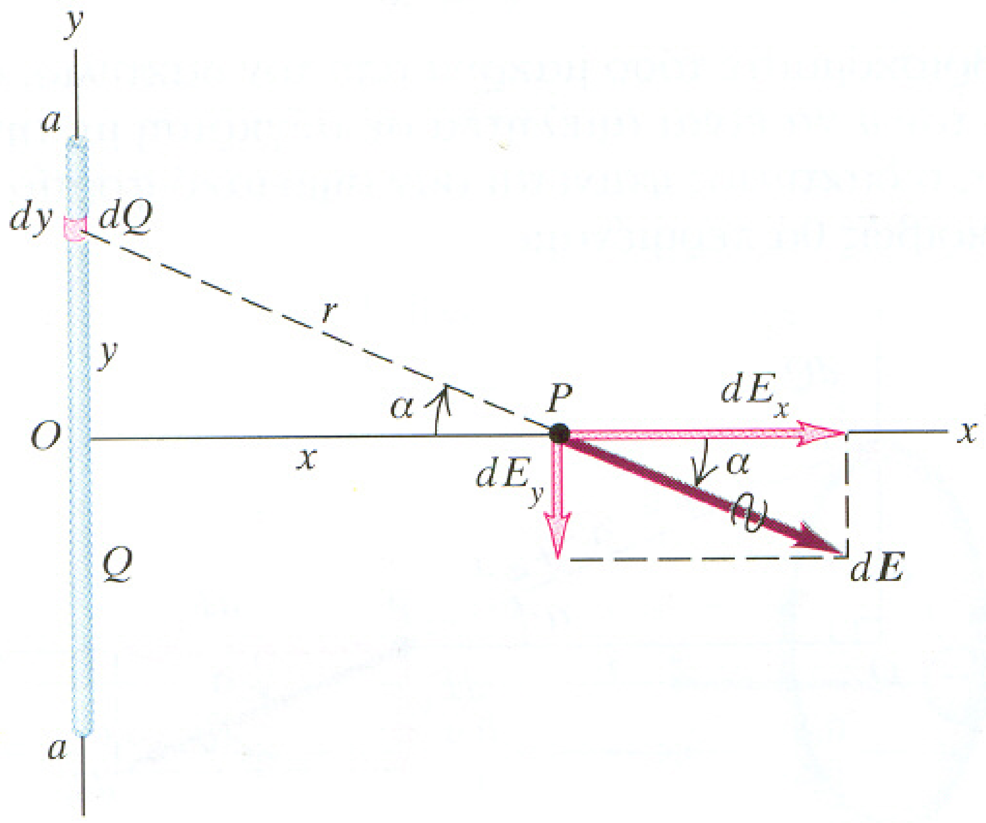
$$E_x = \frac{\sigma \cdot x}{2\varepsilon_0}\int_{X^2}^{X^2+R^2} \frac{dz}{2z^{3/2}} = \frac{\sigma \cdot x}{2\varepsilon_0}\int_{X^2}^{X^2+R^2} \frac{z^{-3/2}dz}{2} = \frac{\sigma \cdot x}{2\varepsilon_0}\left[-\frac{1}{\sqrt{z}}\right]_{X^2}^{X^2+R^2}$$

Αφού $\int w^n dw = \dfrac{w^{n+1}}{n+1}$

$$E_x = \frac{\sigma \cdot x}{2\varepsilon_0}\left[\frac{1}{x} - \frac{1}{\sqrt{x^2+R^2}}\right] = \frac{\sigma}{2\varepsilon_0}\left[1 - \frac{1}{\sqrt{\dfrac{R^2}{x^2}+1}}\right]$$

Αν R→∞ έχουμε επίπεδο και: $E_x = \dfrac{\sigma}{2\varepsilon_0}$

A5) Πεδίο γραμμικής κατανομής φορτίου. Ηλεκτρικό φορτίο Q κατανέμεται ομογενώς σε γραμμή με μήκος 2a που βρίσκεται πάνω στον άξονα Y. Να βρεθεί το ηλεκτρικό πεδίο σε σημείο P του άξονα X που απέχει x από την αρχή.



$$\frac{dQ}{Q} = \frac{dy}{2a} \Rightarrow$$

$$dQ = \frac{Qdy}{2a}$$

$$dE = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0}\frac{Qdy}{2a\left(x^2 + y^2\right)}$$

$$dE_x = dE \cdot \cos\alpha \qquad \text{με} \qquad \cos\alpha = \frac{x}{\sqrt{x^2 + y^2}}$$

$$dE_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{x \cdot dy}{2a\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Qx}{2a} \int_{-a}^{a} \frac{dy}{\left(x^2 + y^2\right)^{3/2}}$$

$$E_x = \frac{Q}{4\pi\varepsilon_0} \frac{1}{x\sqrt{x^2 + a^2}}$$

Αν $x \to \infty$ έχουμε σημειακό φορτίο. $$E_x = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \frac{Q}{x^2}$$

Επειδή $$\lambda = \frac{Q}{2a} \Rightarrow Q = 2\lambda a$$

$$E_x = \frac{1}{2\pi\varepsilon_0}\frac{\lambda}{x\sqrt{\frac{x^2}{a^2}+1}}$$

Αν a→∞ έχουμε: $$E_x = \frac{\lambda}{2\pi\varepsilon_0 x}$$

Αν είμαστε αρκετά κοντά σε πεπερασμένη κατανομή, υπάρχει μικρή διαφορά μεταξύ του αποτελέσματος, που παίρνουμε για άπειρη κατανομή και του πραγματικού αποτελέσματος.