



ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ,

ΤΜΗΜΑ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ

ΒΕΣ 06: ΠΡΟΣΑΡΜΟΣΤΙΚΑ ΣΥΣΤΗΜΑΤΑ ΣΤΙΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΕΣ

Ακαδημαϊκό Έτος 2006 – 2007, Εαρινό Εξάμηνο

Διδάσκων Καθ.: Νίκος Τσαπατσούλης

ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΓΙΑ ΕΠΑΝΑΛΗΨΗ

Το τρέχον έγγραφο αποτελεί υπόδειγμα τελικής εξέτασης. Αποτελείται από δύο μέρη. Το πρώτο περιλαμβάνει ερωτήσεις πολλαπλής επιλογής και βαθμολογείται με **40** μονάδες. Κάθε ερώτηση έχει μόνο **μία ορθή απάντηση** και οι ορθές απαντήσεις πρέπει να μεταφερθούν στον πίνακα που σας δίνεται στην τελευταία σελίδα. Το δεύτερο μέρος περιλαμβάνει έξι ασκήσεις / θεωρητικές ερωτήσεις, **από τις οποίες πρέπει να απαντήσετε τέσσερις**, και βαθμολογείται με **60** μονάδες.

ΠΡΟΣΟΧΗ: Σε περίπτωση απάντησης περισσότερων των τεσσάρων ασκήσεων θα ληφθούν υπόψη οι τέσσερις με τη χειρότερη βαθμολογία.

ΔΙΑΡΚΕΙΑ ΕΞΕΤΑΣΗΣ: 3 ΩΡΕΣ

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ!

ΟΝΟΜΑΤΕΠΩΝΥΜΟ:

ΑΡΙΘΜΟΣ ΦΟΙΤΗΤΙΚΗΣ ΤΑΥΤΟΤΗΤΑΣ:

ΕΞΑΜΗΝΟ:

	ΒΑΘΜΟΛΟΓΙΑ
ΜΕΡΟΣ Α	
ΜΕΡΟΣ Β	
ΣΥΝΟΛΟ	

ΜΕΡΟΣ Α: ΕΡΩΤΗΣΕΙΣ ΠΟΛΛΑΠΛΗΣ ΕΠΙΛΟΓΗΣ

Ερώτηση 1

Ένα σύστημα περιγράφεται από την εξίσωση διαφορών $y(n)-0.1y(n-1)-0.0875y(n-2) = u(n)$. Η συνάρτηση μεταφοράς του συστήματος $H(z) = Y(z)/U(z)$ δίνεται από τη σχέση:

(Α). $H(z) = \frac{1}{1-0.1z^{-1}-0.0875z^{-2}}$

(Β). $H(z) = \frac{1}{1-0.1z^1-0.0875z^2}$

(Γ). $H(z) = 1-0.1z^{-1}-0.0875z^{-2}$

(Δ). $H(z) = 1-0.1z^1-0.0875z^2$

Ερώτηση 2

Το σύστημα της ερώτησης 1 είναι:

(Α) Ασταθές

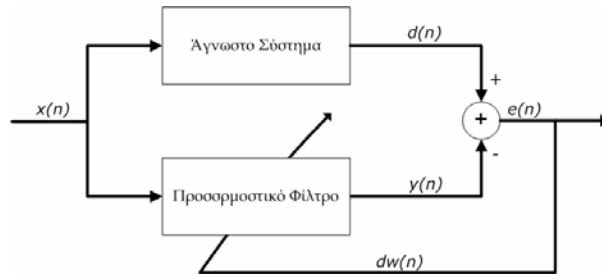
(Β) Ευσταθές, ελάχιστης φάσης

(Γ) Ευσταθές, μη ελάχιστης φάσης

(Δ) Οριακά ευσταθές

Ερώτηση 3

Στο σχήμα Α3 απεικονίζεται μια διάταξη προσαρμοστικού συστήματος για τη μοντελοποίηση ενός τηλεπικοινωνιακού διαύλου (με άγνωστη συνάρτηση μεταφορά $H(z)$). Η είσοδος $x(n)$ και η έξοδος $d(n)$, κατά τη μετάδοση σημάτων μέσω του ανωτέρω διαύλου, καταγράφονται και χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία του μοντέλου.



Σχήμα Α.3: Διάταξη μοντελοποίησης άγνωστου συστήματος με τη βοήθεια προσαρμοστικού φίλτρου

Υποθέτουμε ότι ζητείται μοντελοποίηση με προσαρμοστικό φίλτρο $M = 3$ συντελεστών. Οι τιμές για τα $x(n)$, $d(n)$ δίνονται στον επόμενο πίνακα:

Χρονική στιγμή	0	...	n-2	n-1	n	n+1	...
Είσοδος $x(n)$	-0.7	...	0.3	0.4	0.5	-0.5	...
Απόκριση διαύλου $d(n)$	-0.5	...	0.3	0.3	0.3	-0.5	...

Έστω ότι χρησιμοποιούμε τον αλγόριθμο Sign-LMS για τον υπολογισμό των συντελεστών του προσαρμοστικού φίλτρου. Αν το κέρδος προσαρμογής είναι $\mu = 0.05$ και έχουμε $\mathbf{w}(n) = [0.7 \ 0.2 \ -0.1]^T$ η τιμή του $y(n)$ είναι ίση με:

(Α) 0.4

(Β) 0.24

(Γ) -0.24

(Δ) -0.4

Ερώτηση 4

Με τα δεδομένα της ερώτησης 3 η νέα εκτίμηση των συντελεστών τη χρονική στιγμή $n+1$ θα είναι:

(Α). $\mathbf{w}(n+1) = [-0.5 \ -0.4 \ -0.3]^T$

(Β). $\mathbf{w}(n+1) = [0.5 \ 0.4 \ 0.3]^T$

(Γ). $\mathbf{w}(n+1) = [0.65 \ 0.16 \ -0.13]^T$

(Δ). $\mathbf{w}(n+1) = [0.75 \ 0.24 \ -0.07]^T$

Ερώτηση 5

Έστω ότι στην περίπτωση της ερώτησης 3 χρησιμοποιούμε το αλγόριθμο data sign-LMS αντί του sign LMS, η νέα εκτίμηση των συντελεστών του προσαρμοστικού φίλτρου τη χρονική στιγμή $n+1$ θα είναι:

- (A). $\mathbf{w}(n+1) = [0.8 \ 0.3 \ 0.0]^T$ (B). $\mathbf{w}(n+1) = [0.71 \ 0.21 \ -0.09]^T$
 (Γ). $\mathbf{w}(n+1) = [0.69 \ 0.19 \ -0.11]^T$ (Δ). $\mathbf{w}(n+1) = [0.6 \ 0.1 \ -0.2]^T$

Ερώτηση 6

Έστω ότι στην περίπτωση της ερώτησης 3 χρησιμοποιούμε το αλγόριθμο NLMS (κανονικοποιημένο LMS) με $\epsilon = 0$, αντί του sign LMS, η νέα εκτίμηση των συντελεστών του προσαρμοστικού φίλτρου τη χρονική στιγμή $n+1$ θα είναι:

- (A). $\mathbf{w}(n+1) = [0.80 \ 0.28 \ -0.04]^T$ (B). $\mathbf{w}(n+1) = [0.71 \ 0.208 \ -0.094]^T$
 (Γ). $\mathbf{w}(n+1) = [0.69 \ 0.192 \ -0.106]^T$ (Δ). $\mathbf{w}(n+1) = [0.60 \ 0.12 \ -0.16]^T$

Ερώτηση 7

Έστω ότι στην περίπτωση της ερώτησης 3 χρησιμοποιούμε το αλγόριθμο leaky-LMS (διαρρέων LMS) με $a = 0.1$, αντί του sign LMS, η νέα εκτίμηση των συντελεστών του προσαρμοστικού φίλτρου τη χρονική στιγμή $n+1$ θα είναι:

- (A). $\mathbf{w}(n+1) = [0.793 \ 0.278 \ -0.039]^T$ (B). $\mathbf{w}(n+1) = [0.698 \ 0.202 \ -0.096]^T$
 (Γ). $\mathbf{w}(n+1) = [0.688 \ 0.194 \ -0.102]^T$ (Δ). $\mathbf{w}(n+1) = [0.593 \ 0.118 \ -0.159]^T$

Ερώτηση 8

Ποιος από τους παρακάτω αλγορίθμους έχει εξίσωση προσαρμογής: $\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 2e(n) \cdot \sum_{i=0}^M \mathbf{u}_i \mathbf{u}(n-i)$

- (A). LMS με διανυσματικό κέρδος προσαρμογής (B). leaky-LMS
 (Γ). normalized-LMS (Δ). RLS

Ερώτηση 9

Κατά την ασύρματη μετάδοση ενός σήματος $x(n)$ επιδρά σε αυτό λευκός θόρυβος $v(n)$ με μέση τιμή $\mu_v = 0$ και διασπορά $\sigma_v^2 = 0.2$ μετατρέποντας το στο στοχαστικό σήμα $u(n)$. Για την απαλοιφή του θορύβου χρησιμοποιείται στο δέκτη ένα γραμμικό φίλτρο FIR $M=2$ συντελεστών $\mathbf{w} = [w_0 \ w_1]$. Η συνάρτηση αυτοσυσχέτισης $r_u(k)$ είναι γνωστή και έχει τη μορφή:

$r_u(k) = 0.7 \cdot \delta(k) + 0.2 \cdot \delta(k+1) + 0.2 \cdot \delta(k-1) - 0.1 \cdot \delta(k+2) - 0.1 \cdot \delta(k-2)$. Το διάνυσμα ετεροσυσχέτισης εισόδου και επιθυμητής εξόδου στην ερώτηση 9 είναι ίσο με: $\mathbf{p}_{du} = [0.5 \ 0.2]^T$

Η κλίση της συνάρτησης $J(\mathbf{w}) = E\{e(n)e^*(n)\} = E\{e^2(n)\}$ στο σημείο $\mathbf{w}_x = [0.8 \ 0.3]^T$ είναι ίση με $(\nabla J(\mathbf{w})|_{\mathbf{w}=\mathbf{w}_x})$:

- (A). 0.294 (B). $[0.24 \ 0.34]^T$ (Γ). $[0.5 \ 0.2]^T$ (Δ). $[0.2 \ 0.5]^T$

Ερώτηση 10

Έστω ότι το διάνυσμα \mathbf{w}_x της ερώτησης 9, αντιστοιχεί στη n -οστή εκτίμηση της λύσης Wiener μέσω του αλγορίθμου Steepest descent ($\mathbf{w}(n) = \mathbf{w}_x$). Μια νέα εκτίμηση $\mathbf{w}(n+1)$ που προσεγγίζει περισσότερο τη λύση Wiener είναι:

- (A). $\mathbf{w}(n+1) = [1.0 \ 0.8]^T$ (B). $\mathbf{w}(n+1) = [0.3 \ 0.7]^T$
 (Γ). $\mathbf{w}(n+1) = [1.04 \ 0.64]^T$ (Δ). $\mathbf{w}(n+1) = [0.68 \ 0.13]^T$

Ερώτηση 11

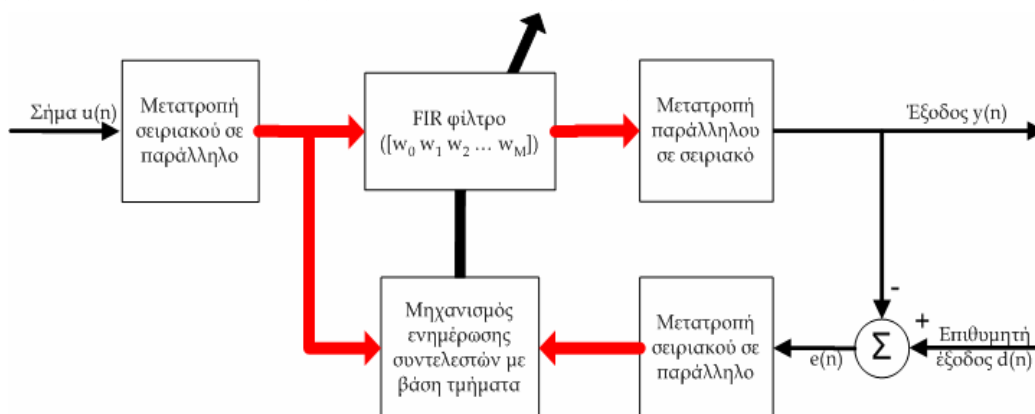
Ποιος από τους παρακάτω αλγορίθμους ελαχιστοποιεί το σφάλμα $J(\mathbf{w}(n)) = E\{e(n)\}$:

- (Α). LMS (Β). leaky-LMS (Γ). sign-LMS (Δ). RLS

Ερώτηση 12

Στο σχήμα Α.12 απεικονίζεται η βασική διάταξη εφαρμογής του τμηματικού αλγορίθμου LMS (Block LMS - BLMS). Έστω ότι εφαρμόζουμε την κατωτέρω διάταξη για τη μοντελοποίηση ενός τηλεπικοινωνιακού διαύλου (με άγνωστη συνάρτηση μεταφορά $H(z)$) με τη βοήθεια προσαρμοστικού φίλτρου 4 συντελεστών. Αν έχουμε 1000 δείγματα της εισόδου $u(n)$ ($n = 0 \dots 999$) πόσες ενημερώσεις (τροποποιήσεις) των συντελεστών του φίλτρου θα έχουμε μέχρι να καταλήξουμε στη τελική εκτίμηση;

- (Α). 4 (Β). 250 (Γ). 1000 (Δ). 4000



Σχήμα Α.12: Διάταξη εφαρμογής του αλγορίθμου BLMS

Ερώτηση 13

Οι τιμές για τα $u(n)$, $d(n)$, για την περίπτωση της ερώτησης 12, δίνονται στον επόμενο πίνακα:

Χρονική στιγμή	0	...	6	7	8	9	10	11	...
Είσοδος $u(n)$	0.4	...	-0.3	0.1	-0.6	-0.1	-0.2	0.5	...
Απόκριση διαύλου $d(n)$	0.3	...	-0.1	0	-0.4	-0.2	-0.2	0.3	...
Απόκριση φίλτρου $y(n)$?	...	?	?	?	?	?	?	...

Η τιμή της εξόδου του φίλτρου $y(n)$ τη χρονική στιγμή $n = 0$ είναι:

- (Α). Απροσδιόριστη (Β). 0 (Γ). 0.3 (Δ). 0.4

Ερώτηση 14

Με τα δεδομένα των ερωτήσεων 12-13, και αν οι συντελεστές του προσαρμοστικού φίλτρου $\mathbf{w} = [w_0 \ w_1 \ w_2 \ w_3]^T$ τη χρονική στιγμή $n = 8$ είναι γνωστές και ίσες με $\mathbf{w} = [0.5 \ 0.3 \ 0.2 \ 0.1]^T$, η έξοδος $y(n)$ τη χρονική στιγμή $n = 9$ είναι:

- (Α). -0.24 (Β). -0.23 (Γ). -0.2 (Δ). 0

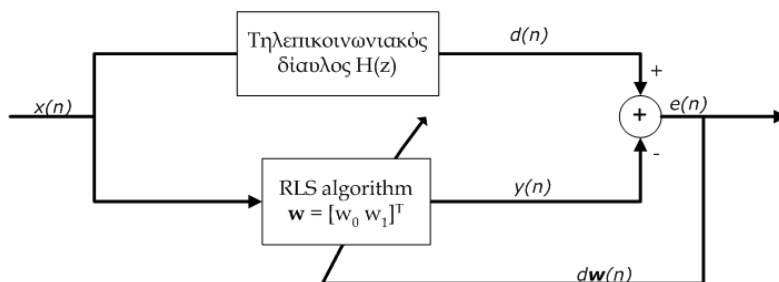
Ερώτηση 15

Με τα δεδομένα της ερώτησης 14 οι συντελεστές του προσαρμοστικού φίλτρου $\mathbf{w} = [w_0 \ w_1 \ w_2 \ w_3]^T$ τη χρονική στιγμή $n = 10$ θα είναι (Θεωρήστε ότι $\mu = 0.5$):

- (Α). $\mathbf{w} = [0.45 \ 0.32 \ 0.21 \ 0.09]^T$ (Β). $\mathbf{w} = [0.5 \ 0.3 \ 0.2 \ 0.1]^T$
 (Γ). $\mathbf{w} = [0.55 \ 0.32 \ 0.18 \ 0.11]^T$ (Δ). $\mathbf{w} = [0.58 \ 0.28 \ 0.2 \ 0.1]^T$

Ερώτηση 16

Στο Σχήμα A16 απεικονίζεται μια διάταξη προσαρμοστικού συστήματος για τη μοντελοποίηση ενός τηλεπικοινωνιακού διαύλου (με άγνωστη συνάρτηση μεταφορά $H(z)$) με τη βοήθεια του αλγορίθμου RLS. Η είσοδος $x(n)$ και η έξοδος $d(n)$, κατά τη μετάδοση σημάτων μέσω του ανωτέρω διαύλου, καταγράφονται και χρησιμοποιούνται για τη δημιουργία του μοντέλου.



Σχήμα A.16: Διάταξη μοντελοποίησης άγνωστου συστήματος με τη βοήθεια του αλγορίθμου RLS

Έστω $F(z)$ το μοντέλο που προκύπτει για τον τηλεπικοινωνιακό δίαυλο μετά την εφαρμογή του αλγορίθμου RLS. Ποιο από τα παρακάτω είναι ορθό:

- (Α). $F(z) = \frac{1}{w_0 + w_1 z^{-1}}$ (Β). $F(z) = \frac{1}{1 + w_0 + w_1 z^{-1}}$
 (Γ). $F(z) = w_0 + w_1 z^{-1}$ (Δ). $F(z) = 1 + w_0 + w_1 z^{-1}$

Ερώτηση 17

Με τα δεδομένα της Ερώτησης 16 (βλέπε Σχήμα A.16, $F(z)$ το μοντέλο που προκύπτει για τον τηλεπικοινωνιακό δίαυλο μετά την εφαρμογή του αλγορίθμου RLS), ποιο από τα παρακάτω ισχύει πάντοτε:

- (Α). $F(z) = H(z)$ (Β). $F(z) = \frac{1}{H(z)}$
 (Γ). $F(z) = |H(z)|$ (Δ). Η $F(z)$ δεν έχει υποχρεωτικά παρόμοια μορφή με την $H(z)$

Ερώτηση 18

Με τα δεδομένα της Ερώτησης 16 (βλέπε Σχήμα A.16) και για αποτελεσματική μοντελοποίηση του τηλεπικοινωνιακού διαύλου η καταλληλότερη είσοδος $x(n)$ είναι:

- (Α). Λευκός θόρυβος (Β). $x(n) = \sin(\omega_1 n + \varphi)$
 (Γ). $x(n) = \delta(n)$ ($\delta(n)$ η κρουστική συνάρτηση) (Δ). $x(n) = n$

Ερώτηση 19

Έστω ότι χρησιμοποιούμε ένα προσαρμοστικό φίλτρο (υλοποιημένο με τον αλγόριθμο RLS) για την ισοστάθμιση ενός χρονικά μεταβαλλόμενου τηλεπικοινωνιακού διαύλου. Ποια από τις παρακάτω παραμέτρους μνήμης (λ) θα χρησιμοποιούσατε;

- (Α). $\lambda = 1.1$ (Β). $\lambda = 1$ (Γ). $\lambda = 0.99$ (Δ). $\lambda = 0.01$

Ερώτηση 20

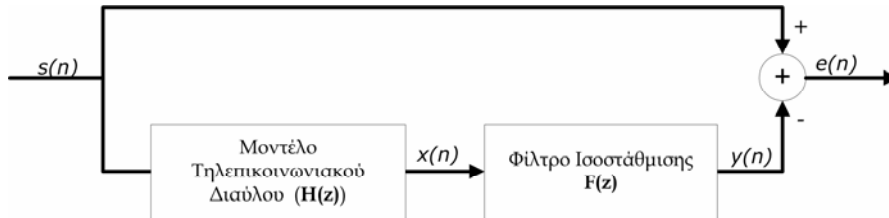
Σε ποια από τις παρακάτω εφαρμογές των προσαρμοστικών συστημάτων δεν είναι γνωστή η επιθυμητή απόκριση $d(n)$;

- (Α). Αναγνώριση συστήματος (Β). Εκτίμηση φάσματος ισχύος στοχαστικής διεργασίας
 (Γ). Γραμμική πρόβλεψη (Δ). Ισοστάθμιση τηλεπικοινωνιακού διαύλου

ΜΕΡΟΣ Β: ΑΣΚΗΣΕΙΣ

Άσκηση 1 (15 μονάδες):

Ένας τηλ/κος διαύλος έχει μοντελοποιηθεί μέσω της συνάρτησης μεταφοράς: $H(z) = \frac{1}{5} \left(\frac{4 + 15z^{-1} - 4z^{-2}}{4 - z^{-2}} \right)$

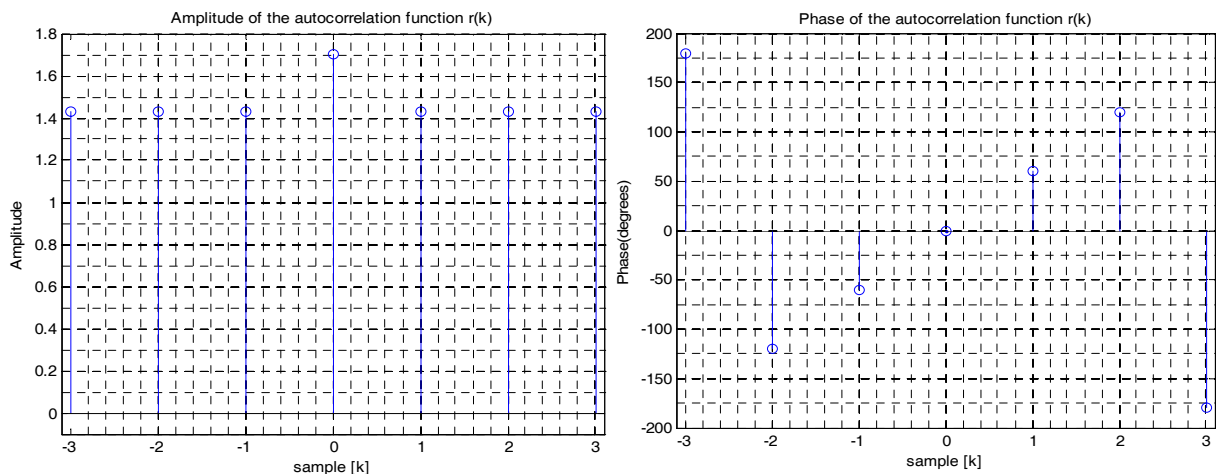


Σχήμα Β.1: Ισοστάθμιση τηλεπικοινωνιακού διαύλου με γνωστή συνάρτηση μεταφοράς

- (a) Το σήμα $s(n)$ προκύπτει από δειγματοληψία του συνεχούς σήματος $s(t)$. Αν το σήμα $s(t)$ είναι ίσο $s(t) = a \sin(2\pi ft + \phi)$, $f = 2\text{kHz}$, και η συχνότητα δειγματοληψίας είναι $F_s = 8000 \text{ samples/sec}$ να υπολογίσετε το σήμα $x(n)$. (Μονάδες 5)
- (b) Να χαρακτηρίσετε τη απόκριση συχνότητας του διαύλου (βαθυπερατό, υψιπερατό, ζωνοπερατό, ζωνοφρακτικό). (Μονάδες 3)
- (c) Να υπολογίσετε ένα ευσταθές φίλτρο $F(z)$ το οποίο αν τοποθετηθεί στο δέκτη αντισταθμίζει τις επιδράσεις του τηλεπικοινωνιακού διαύλου. (Μονάδες 8)

Άσκηση 2 (15 μονάδες):

Έστω η στοχαστική διεργασία $X(n) = ae^{j\omega n} + \theta(n)$ η οποία αντιστοιχεί σε ένα ημιτονοειδές σήμα ($ae^{j\omega n}$) στο οποίο έχει επιδράσει θόρυβος $\theta(n)$ με μέση τιμή $\mu_\theta = 0$ και διασπορά σ_θ^2 (ο θόρυβος είναι μια στάσιμη στοχαστική διεργασία).



Σχήμα Β.2: Πλάτος και φάση της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης για διάφορες τιμές της καθυστέρησης k

Στο Σχήμα Β.2 δίνεται μια εκτίμηση της συνάρτησης αυτοσυσχέτισης $r_x(k)$ (πλάτος και φάση) της $X(n)$. Να υπολογιστεί το πλάτος a και η συχνότητα ω του ημιτονοειδούς σήματος εισόδου.

Άσκηση 3 (15 μονάδες):

Μια στοχαστική διεργασία $x(n)$ περιγράφεται από τη σχέση $x(n) + a_1x(n-1) + a_2x(n-2) = \theta(n)$, όπου $\theta(n)$ είναι λευκός θόρυβος με μέση τιμή $\mu_\theta=0$ και διασπορά ν_θ . Μέσω μιας πραγμάτωσης $u(n)$ της ανωτέρω διεργασίας έχουμε εκτιμήσει τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης ως εξής:

$$\hat{r}_u(k) = 0.5 \cdot \delta(k) + 0.25 \cdot \delta(k+1) + 0.25 \cdot \delta(k-1) - 0.1 \cdot \delta(k+2) - 0.1 \cdot \delta(k-2)$$

1. Να βρεθούν οι τιμές a_1, a_2, ν_θ (Μονάδες 8)
2. Να υπολογίσετε το φάσμα ισχύος της διεργασίας $x(n)$. (Μονάδες 7)

Άσκηση 4 (15 μονάδες):

Κατά την ασύρματη μετάδοση ενός σήματος $x(n)$ επιδρά σε αυτό λευκός θόρυβος $v(n)$ με μέση τιμή $\mu_v=0$ και διασπορά $\sigma_v^2=0.25$ μετατρέποντας το στο στοχαστικό σήμα $u(n)$. Για την απαλοιφή του θορύβου χρησιμοποιείται στο δέκτη ένα γραμμικό φίλτρο FIR $M=3$ συντελεστών $[w_0 \ w_1 \ w_2]$. Μέσω μιας πραγμάτωσης $u(n)$ της ανωτέρω διεργασίας έχουμε εκτιμήσει τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης $r_u(k)$ ως εξής:

$$\hat{r}_u(k) = 0.5 \cdot \delta(k) + 0.25 \cdot \delta(k+1) + 0.25 \cdot \delta(k-1) - 0.1 \cdot \delta(k+2) - 0.1 \cdot \delta(k-2).$$

Να υπολογίσετε το βέλτιστο φίλτρο Wiener για την απαλοιφή του θορύβου.

Άσκηση 5 (15 μονάδες):

Κατά την ασύρματη μετάδοση ενός σήματος $x(n)$ επιδρά σε αυτό λευκός θόρυβος $v(n)$ με μέση τιμή $\mu_v=0$ και διασπορά $\sigma_v^2=0.25$ μετατρέποντας το στο στοχαστικό σήμα $u(n)$. Για την απαλοιφή του θορύβου χρησιμοποιείται στο δέκτη ένα γραμμικό φίλτρο FIR $M=2$ συντελεστών $[w_0 \ w_1]$. Μέσω μιας πραγμάτωσης $u(n)$ της ανωτέρω διεργασίας έχουμε εκτιμήσει τη συνάρτηση αυτοσυσχέτισης $r_u(k)$ ως εξής:

$$\hat{r}_u(k) = 0.6 \cdot \delta(k) + 0.25 \cdot \delta(k+1) + 0.25 \cdot \delta(k-1) - 0.1 \cdot \delta(k+2) - 0.1 \cdot \delta(k-2).$$

1. Να εφαρμόσετε τον αλγόριθμο Steepest descent για την αναδρομική εύρεση της λύσης Wiener αφού πρώτα επιλέξετε τη βέλτιστη τιμή για το κέρδος προσαρμογής μ . Σταματήστε την εκτέλεση του αλγορίθμου όταν $\|\mathbf{w}(n+1) - \mathbf{w}(n)\| < 0.1$. (Μονάδες 12)
2. Να βρείτε τη τιμή του παράγοντα σύγκλισης a (Μονάδες 3)

Άσκηση 6 (15 μονάδες):

Δίνεται η πραγμάτωση $u = [0.8 \ 1.1 \ 0 \ -1.1 \ -1.0 \ 0 \ 1.0 \ 1.0]$ μιας στοχαστικής διεργασίας (τα πιο πρόσφατα δείγματα είναι αυτά που βρίσκονται δεξιάτερα).

1. Να εφαρμόσετε τον αλγόριθμο LMS για την κατασκευή ενός γραμμικού προβλέπτη τάξης $M=2$. (Για διευκόλυνση των πράξεων επιλέξτε $\mu = 0.5$). (Μονάδες 10)
2. Εφαρμόστε το φίλτρο που βρήκατε στο ερώτημα 1 για να προβλέψετε τις δύο επόμενες τιμές της πραγμάτωσης $u(n)$ (Μονάδες 3)
3. Υπολογίστε το διάστημα διακύμανσης του κέρδους προσαρμογής μ ώστε ο αλγόριθμος LMS να συγκλίνει (Μονάδες 2)

Άσκηση 7 (15 μονάδες):

Δίνεται η πραγμάτωση $u = [0.8 \ 1.1 \ 0 \ -1.1 \ -1.0 \ 0 \ 1.0 \ 1.0]$ μιας στοχαστικής διεργασίας (τα πιο πρόσφατα δείγματα είναι αυτά που βρίσκονται δεξιάτερα).

Να εφαρμόσετε τον αλγόριθμο RLS για την κατασκευή ενός γραμμικού προβλέπτη τάξης $M=2$. (Για διευκόλυνση των πράξεων επιλέξτε $\delta = 0.01, \lambda=1$). (Μονάδες 15)

ΠΙΝΑΚΑΣ ΑΠΑΝΤΗΣΕΩΝ

Ερώτηση	A	B	Γ	Δ	Comments
1	✓				Λαμβάνοντας τον μετασχηματισμό Z της εξίσωσης διαφορών και σχηματίζοντας το λόγο $Y(z)/U(z)$ προκύπτει το ζητούμενο αποτέλεσμα
2		✓			Το σύστημα έχει μόνο πόλους (ρίζες της εξίσωσης $A(z) = 1 - 0.1z^{-1} - 0.0875z^{-2}$), δύο στον αριθμό με τιμές $p_1 = 0.35$, $p_2 = -0.25$. Αμφότεροι έχουν μέτρο μικρότερο από 1, επομένως βρίσκονται εντός του μοναδιαίου κύκλου του επιπέδου z. Άρα το σύστημα είναι ευσταθές ελαχίστης φάσης (και τα μηδενικά, τα οποία δεν υπάρχουν, είναι εντός του μοναδιαίου κύκλου)
3	✓				$y(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{u}(n)$, $\mathbf{u}(n) = [u(n) \ u(n-1) \ u(n-2)]^T$
4			✓		Η εξίσωση προσαρμογής του sign-LMS (για φίλτρο 3 συντελεστών) είναι: $\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 2\mu \text{sign}(e(n)) \mathbf{u}(n)$ $e(n) = d(n) - y(n)$, $y(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{u}(n)$, $\mathbf{u}(n) = [u(n) \ u(n-1) \ u(n-2)]^T$
5			✓		Η εξίσωση προσαρμογής του data sign-LMS (για φίλτρο 3 συντελεστών) είναι: $\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 2\mu e(n) \text{sign}(\mathbf{u}(n))$ $e(n) = d(n) - y(n)$, $y(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{u}(n)$, $\mathbf{u}(n) = [u(n) \ u(n-1) \ u(n-2)]^T$
6			✓		Η εξίσωση προσαρμογής του NLMS (για φίλτρο 3 συντελεστών) είναι: $\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) + 2\mu e(n) \text{sign}(\mathbf{u}(n)) / (\epsilon + \mathbf{u}^T(n) \mathbf{u}(n))$ $e(n) = d(n) - y(n)$, $y(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{u}(n)$, $\mathbf{u}(n) = [u(n) \ u(n-1) \ u(n-2)]^T$
7			✓		Η εξίσωση προσαρμογής του leaky-LMS (για φίλτρο 3 συντελεστών) είναι: $\mathbf{w}(n+1) = (1 - 2\mu\alpha)\mathbf{w}(n) + 2\mu e(n) \mathbf{u}(n)$ $e(n) = d(n) - y(n)$, $y(n) = \mathbf{w}^T(n)\mathbf{u}(n)$, $\mathbf{u}(n) = [u(n) \ u(n-1) \ u(n-2)]^T$
8	✓				Διανυσματικό κέρδος προσαρμογής σημαίνει πολλαπλές τιμές για το μ (δηλαδή το $\mu = [\mu_0 \ \mu_1 \ \dots \ \mu_M]$)
9		✓			$\nabla J(\mathbf{w}) = -2\mathbf{p}_{du} + 2\mathbf{R}_u \mathbf{w}$
10				✓	$\mathbf{w}(n+1) = \mathbf{w}(n) - \mu \nabla J(\mathbf{w})$
11			✓		

Προσαρμοστικά Συστήματα στις Τηλεπικοινωνίες
Ερωτήσεις Επανάληψης: Ιούνιος 2007

12		✓			
13		✓			Η αρχική τιμή των συντελεστών του φίλτρου είναι $\mathbf{w}(0) = [0 \ 0 \ 0 \ 0]$. Επομένως $\mathbf{y}(0) = \mathbf{w}^T(0) * \mathbf{u}(0) = 0$ ανεξάρτητα από τις τιμές του διανύσματος $\mathbf{u}(0)$
14	✓				
15		✓			Η ενημέρωση των συντελεστών θα γίνει τις χρονικές στιγμές $n = 3, 7, 11, \dots$ δεδομένου ότι το μέγεθος τμήματος $L = M+1 =$ πλήθος συντελεστών ($=4$). Επομένως τις χρονικές στιγμές $n = 7, 8, 9, 10$ οι τιμές των συντελεστών του φίλτρου δεν αλλάζουν
16			✓		Η $F(z)$ αντιστοιχεί σε FIR φίλτρο της μορφής $y(n) = w_0x(n) + w_1x(n-1)$
17				✓	Για παράδειγμα η $H(z)$ μπορεί να αντιστοιχεί σε φίλτρο IIR ενώ η $F(z)$ αντιστοιχεί πάντοτε σε FIR φίλτρο
18	✓				
19			✓		Για χρονικά μεταβαλλόμενο σύστημα χρειάζεται $0 < \lambda < 1$. Όμως λ πολύ μικρό οδηγεί σε αστάθεια (ταλάντωση) το σύστημα.
20				✓	