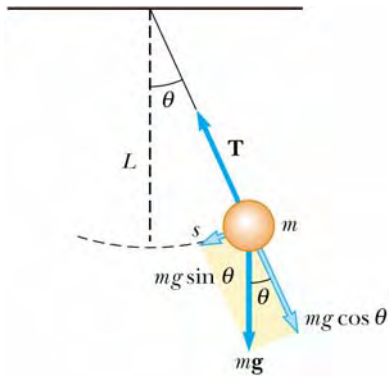


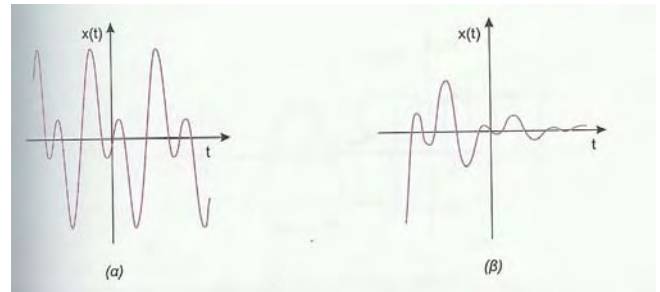
# 1. Ταλαντώσεις



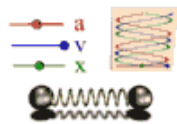
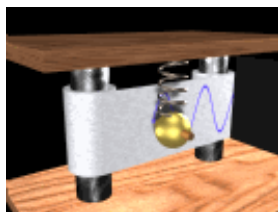
Πανεπιστημιακή Φυσική: Κεφάλαιο 13

# Περιοδική κίνηση

**Περιοδική κίνηση-ταλάντωση:** Μια κίνηση που επαναλαμβάνεται σε κανονικά χρονικά διαστήματα  
 $x(t) = |x(t)|$



# Απλή αρμονική κίνηση



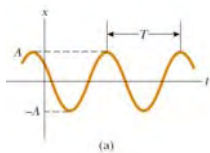
# Απλή αρμονική κίνηση

$$F = -kx$$

$$F = ma = m \frac{d^2x}{dt^2} \Rightarrow$$

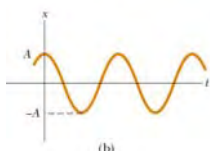
$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

# Απλή αρμονική κίνηση



$$\frac{d^2x}{dt^2} + \omega^2 x = 0, \quad \omega = \sqrt{\frac{k}{m}}$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$



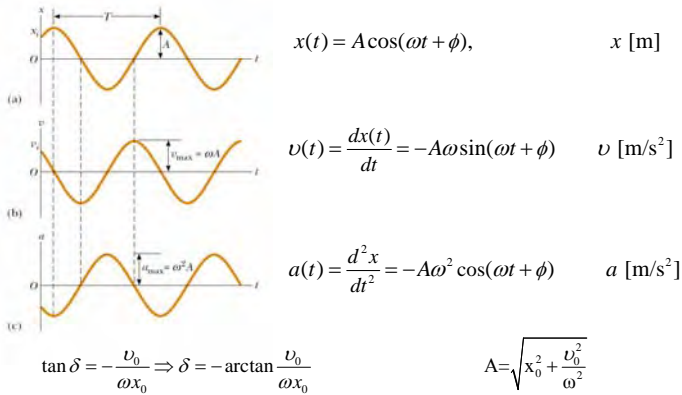
$$x(t) = x(t+T) \Rightarrow \omega t + \phi - [\omega(T+t) + \phi] = 2\pi$$

$$\Rightarrow \omega = \frac{2\pi}{T} = 2\pi f$$

$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

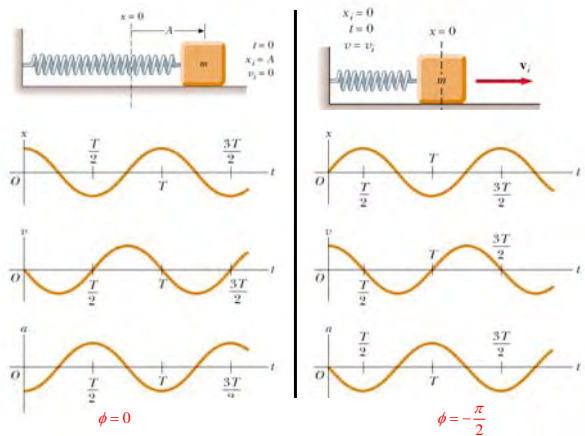
- πλάτος  $A$  (m) : το μέγιστο μέτρο της μετατόπισης
- κύκλος: μία πλήρη ταλάντωση
- περίοδος  $T$  (sec): ο χρόνος που απαιτείται για να ολοκληρωθεί ένας κύκλος
- συχνότητα  $f$  (Hz): ο αριθμός των κύκλων ανά μονάδα χρόνου (ανά 1 sec)
- γωνιακή συχνότητα:  $\omega = 2\pi f$  (rad/sec)
- φάση:  $(\omega t + \phi)$
- αρχική φάση (ή σταθερά φάσης):  $\phi$

## Απλή αρμονική κίνηση



## Απλή αρμονική κίνηση

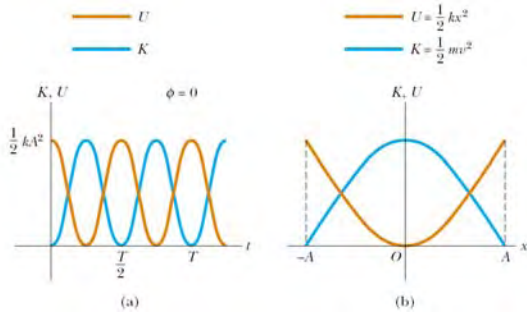
$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$



## Ενέργεια στον α.α.τ

$$\left. \begin{aligned} K &= \frac{1}{2}mv^2 = \frac{1}{2}mA^2\omega^2 \sin^2(\omega t + \phi) \\ U &= \frac{1}{2}kx^2 = \frac{1}{2}kA^2 \cos^2(\omega t + \phi) \end{aligned} \right\} \Rightarrow E = K + U = \frac{1}{2}kA^2$$

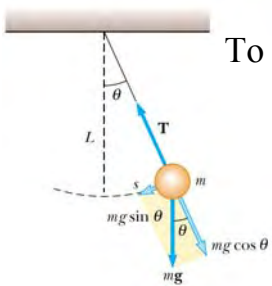
$$v(x) = \omega \sqrt{A^2 - x^2}$$



## Ιδιότητες απλής αρμονικής κίνησης

- Η μετατόπιση, η ταχύτητα και η επιτάχυνση του α.α. ταλαντωτή μεταβάλλονται αρμονικά (ημιτονοειδώς / συνημιτονοειδώς) ως προς τον χρόνο.
- Το μέτρο της επιτάχυνσης του ταλαντωτή είναι ανάλογο προς την μετατόπιση ενώ το άνησμα της επιτάχυνσης είναι αντίρροπο προς το άνησμα της μετατόπισης.
- Η συχνότητα της κίνησης είναι ανεξάρτητη από το πλάτος της ταλάντωσης.
- Η ολική μηχανική ενέργεια στην α.α κίνηση είναι σταθερά της κίνησης και είναι ανάλογη του τετραγώνου του πλάτους της ταλάντωσης.

## Το απλό (μαθηματικό) εκκρεμές

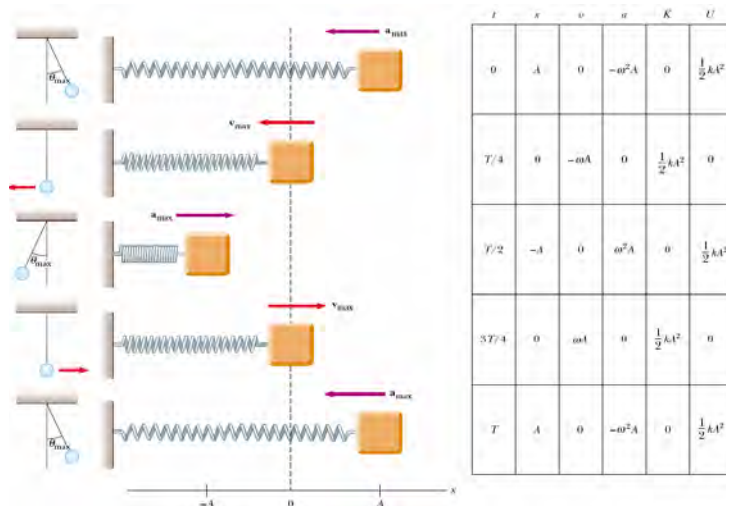


$$\left. \begin{aligned} F &= -mg \sin \theta = m \frac{d^2s}{dt^2} \\ s &= L\theta \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

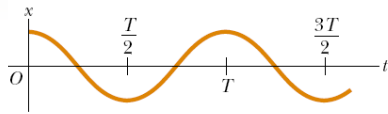
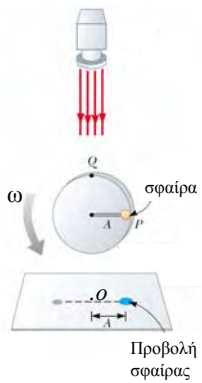
$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \frac{g}{L} \sin \theta = 0$$

Για μικρές γωνίες:  $\sin \theta \approx \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^{n-1} \frac{\theta^{2n-1}}{(2n-1)!} = \theta - \frac{\theta^3}{3!} + \frac{\theta^5}{5!} - \dots$

$$\frac{d^2\theta}{dt^2} + \omega^2 \theta = 0, \Rightarrow \theta = \theta_{\max} \cos(\omega t + \delta), \quad \omega = \sqrt{\frac{g}{L}}$$



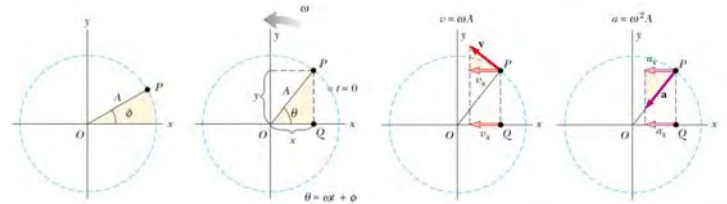
## Ομαλή κυκλική κίνηση και α.α.τ



$$x(t) = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$T = 2\pi/\omega$$

## Ο κύκλος αναφοράς

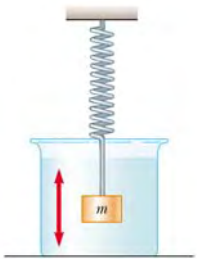


**OP**: περιστρεφόμενο διάνυσμα (φάσης)

$\omega$ : γωνιακή ταχύτητα περιστροφής σημείου P

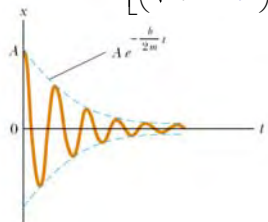
$\omega$ : γωνιακή συχνότητα ταλάντωσης σημείου Q

## Φθίνουσα ταλάντωση



$$\left. \begin{aligned} F &= -kx - bv \\ F &= m \frac{d^2x}{dt^2} \end{aligned} \right\} \Rightarrow -kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$\Rightarrow x(t) = A e^{-(b/2m)t} \cos \left[ \left( \sqrt{\frac{k}{m} - \frac{b^2}{4m^2}} \right) t + \phi \right]$$



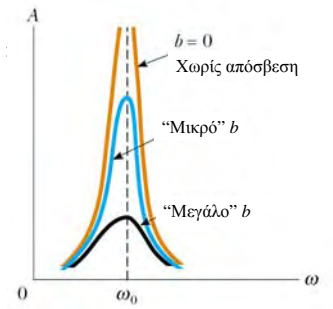
<http://phet.colorado.edu/simulations/massspringlab/MassSpringLab2.swf>

## Εξαναγκασμένη ταλάντωση

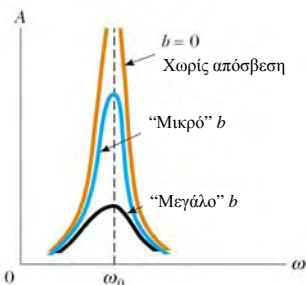
$$F_0 \cos \omega t - kx - b \frac{dx}{dt} = m \frac{d^2x}{dt^2}$$

$$x = A \cos(\omega t + \phi)$$

$$A = \frac{F_0/m}{\sqrt{(\omega^2 - \omega_0^2)^2 + (b\omega/m)^2}}$$



## Συντονισμός



$$A = \frac{F_0}{\sqrt{(k - m\omega_d^2)^2 + b^2\omega_d^2}}$$



<http://www.youtube.com/watch?v=HxTZ446tbzE>

## Κρυσταλλική δομή στερεού σώματος

