

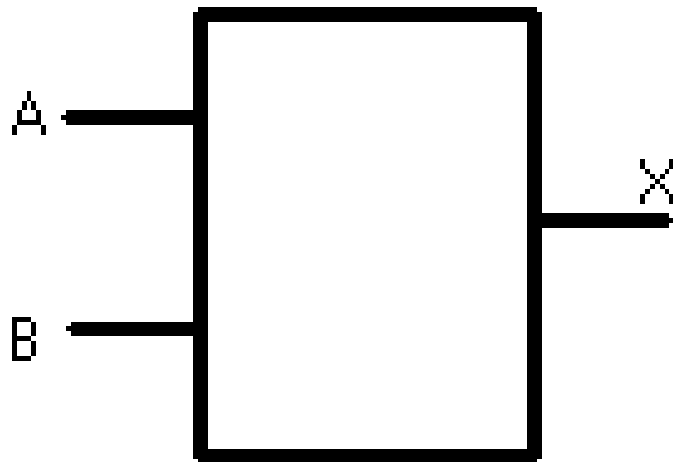
# ΣΥΝΔΙΑΣΤΙΚΑ ΚΥΚΛΩΜΑΤΑ

- Οι έξοδοί τους είναι συναρτήσεις αποκλειστικά των εισόδων τους
- Χαρακτηρίζονται από μία καθυστέρηση στη διάδοση του σήματος της τάξης των ns

# Ο ΣΥΓΚΡΙΤΗΣ

- Συγκρίνει τις εισόδους του και δίνει ανάλογη έξοδο.

Μπλοκ Διάγραμμα.



Πίνακας Αληθείας

A	B	$X_L$	$X_E$	$X_G$
0	0	0	1	0
0	1	1	0	0
1	0	0	0	1
1	1	0	1	0

Όπου : **L**:  $A < B$ , **E**:  $A = B$ , **G**:  $A > B$

$$X_L = \overline{A}B$$

$$X_E = AB + \overline{A}\overline{B} = A \odot B$$

$$X_G = A\overline{B}$$

Συνδιαστικά Κυκλώματα

# Εφαρμογή 1

- Ζητείται συγκριτής δυο τριψήφιων δυαδικών αριθμών  $X=Y$  (Εξοδος ένα μόνο όταν  $X=Y$ )

Οι αριθμοί θα είναι οι :  $X=A_1B_1C_1$      $Y=A_2B_2C_2$

Για να ισχύει  $X=Y$  πρέπει:

$A_1=A_2$  και  $B_1=B_2$  και  $C_1=C_2$

Αυτό εκφράζεται ως:

$$Z_1 = (A_1 \odot A_2)(B_1 \odot B_2)(C_1 \odot C_2)$$

## Εφαρμογή 2

- Ζητείται συγκριτής δύο τριψήφιων δυαδικών αριθμών  $X < Y$   
(Εξοδος ένα μόνο όταν  $X < Y$ )

Οι αριθμοί θα είναι οι :  $X = A_1B_1C_1$        $Y = A_2B_2C_2$

Για να ισχύει  $X < Y$  πρέπει:

$A_1 < A_2$  ή  $(A_1 = A_2$  και  $B_1 < B_2)$  ή

$(A_1 = A_2$  και  $B_1 = B_2$  και  $C_1 < C_2)$

Αυτό εκφράζεται ως :

$$Z_2 = \bar{A}_1 A_2 + (A_1 \odot A_2) \bar{B}_1 B_2 + (A_1 \odot A_2) (B_1 \odot B_2) \bar{C}_1 C_2$$

## Εφαρμογή 3

- Ζητείται συγκριτής δύο τριψήφιων δυαδικών αριθμών ( $X > Y$ )  
(Έξοδος ένα μόνο όταν  $X > Y$ )

Οι αριθμοί θα είναι οι :  $X = A_1 B_1 C_1$        $Y = A_2 B_2 C_2$

Για να ισχύει  $X > Y$  πρέπει:

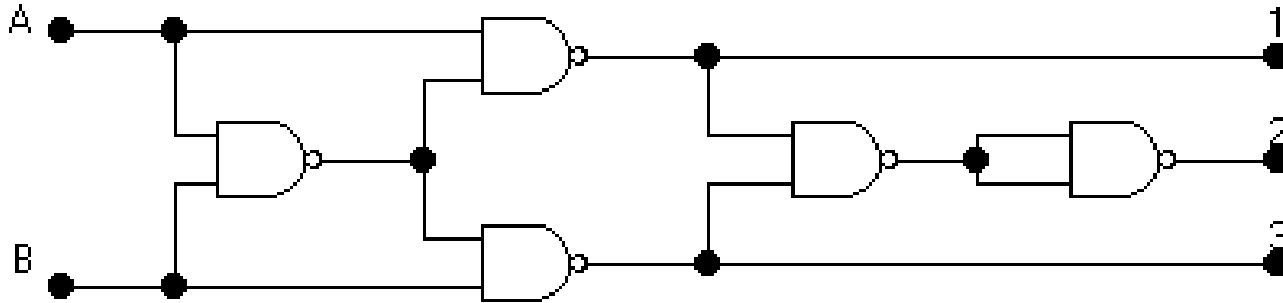
$A_1 > A_2$  ή ( $A_1 = A_2$  και  $B_1 > B_2$ ) ή ( $A_1 = A_2$  και  $B_1 = B_2$  και  $C_1 > C_2$ )

Αυτό εκφράζεται ως :

$$Z = A_1 \bar{A}_2 + (A_1 \odot A_2) B_1 \bar{B}_2 + (A_1 \odot A_2) (B_1 \odot B_2) C_1 \bar{C}_2$$

# Εφαρμογή 4

- Να αναλυθεί το ακόλουθο κύκλωμα



$$\text{Έξοδος 1 : } \overline{A \cdot \overline{A} B} = A(\overline{\overline{A} + \overline{B}}) = \overline{\overline{A} B} \quad (A \leq B)$$

$$\text{Έξοδος 2 : } \overline{\overline{A \cdot \overline{A} B} \cdot \overline{B \cdot \overline{A} B}} = \overline{\overline{A \cdot (\overline{A} + \overline{B})} \cdot \overline{B \cdot (\overline{A} + \overline{B})}} = \overline{\overline{A} B + \overline{A} B} = A \oplus B$$

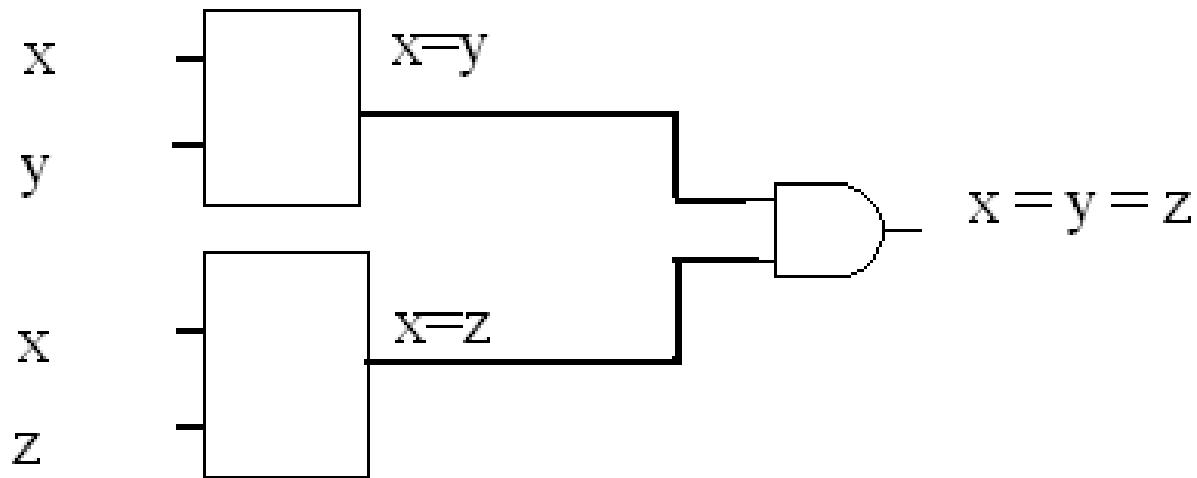
$$(A = B)$$

$$\text{Έξοδος 3 : } \overline{\overline{B \cdot \overline{A} B}} = \overline{\overline{B(\overline{A} + \overline{B})}} = \overline{\overline{A} B} \quad (A \geq B)$$

# Εφαρμογή 5

- Να πραγματοποιηθεί συγκριτής ισότητας τριών τριψήφιων δυαδικών αριθμών.

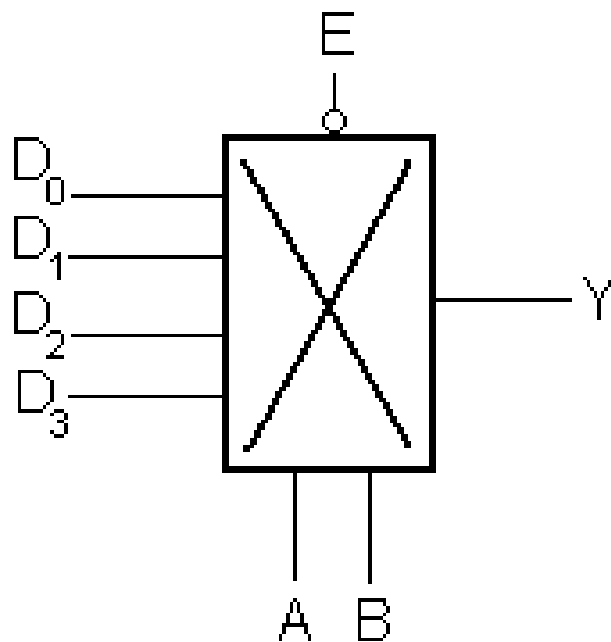
Οι αριθμοί θα είναι οι :  $X = A_1B_1C_1$   $Y = A_2B_2C_2$   $Z = A_3B_3C_3$



# Ο Πολυπλέκτης

Έχει  $2^n$  εισόδους και επιλέγω μία από αυτές για έξοδο, χρησιμοποιώντας  $n$  γραμμές ελέγχου.

Πολυπλέκτης 4 εισόδων



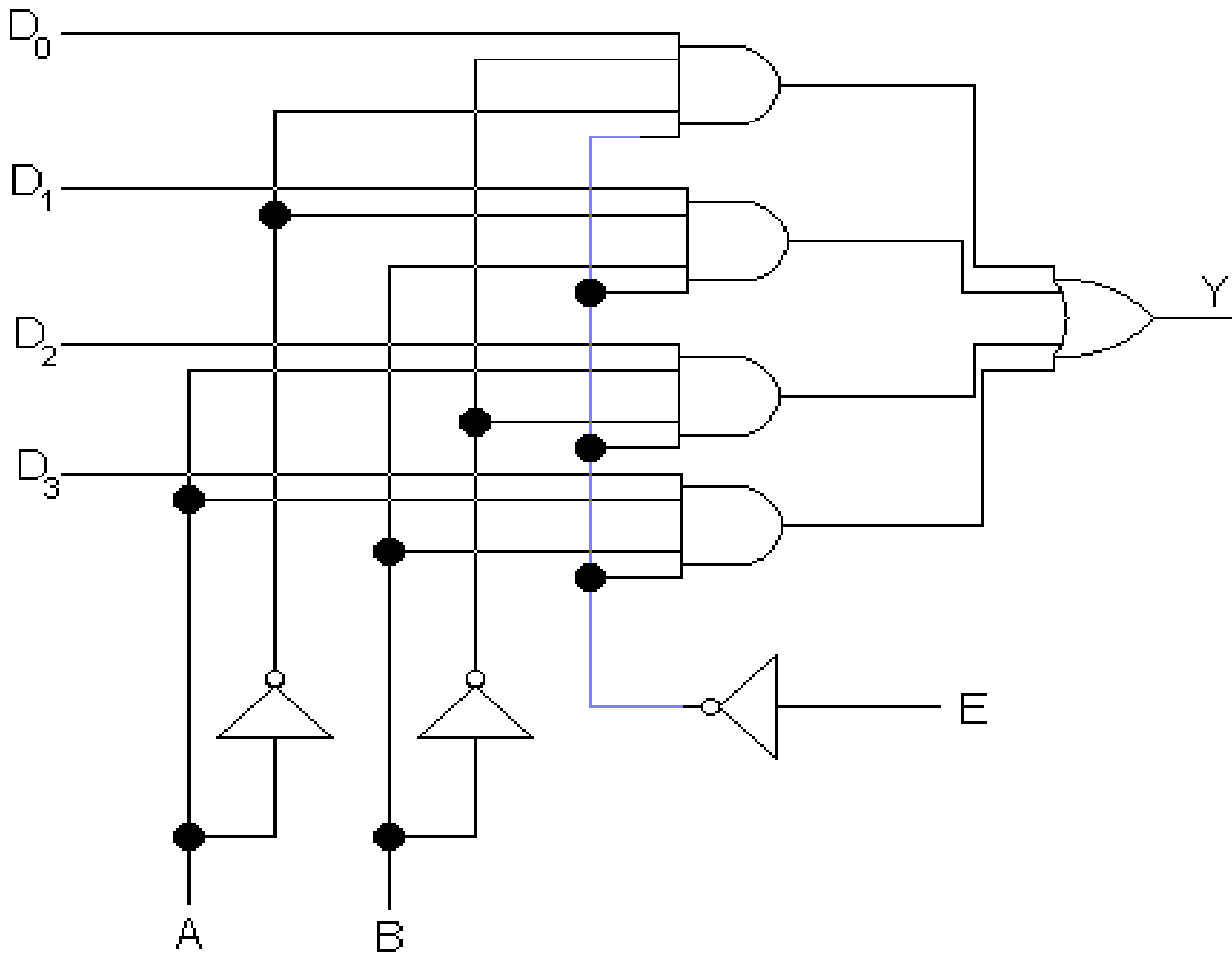
Πίνακας Αληθείας

A	B	Y
0	0	D <sub>0</sub>
0	1	D <sub>1</sub>
1	0	D <sub>2</sub>
1	1	D <sub>3</sub>

$$Y = \bar{A}\bar{B}D_0 + \bar{A}BD_1 + A\bar{B}D_2 + ABD_3$$



# Εσωτερικό κύκλωμα πολυπλέκτη



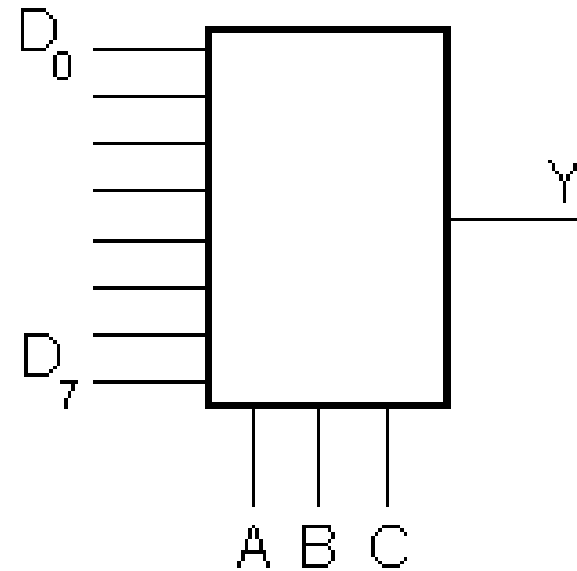
Συνδιαστικά Κυκλώματα

# Εφαρμογή 1

Φτιάχνω σε πολυπλέκτη 8 εισόδων, την συνάρτηση που ακολουθεί:

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

## Μπλοκ Διάγραμμα



Τοποθετούμε:

A) Τις μεταβλητές της συνάρτησης στις γραμμές ελέγχου του πολυπλέκτη.

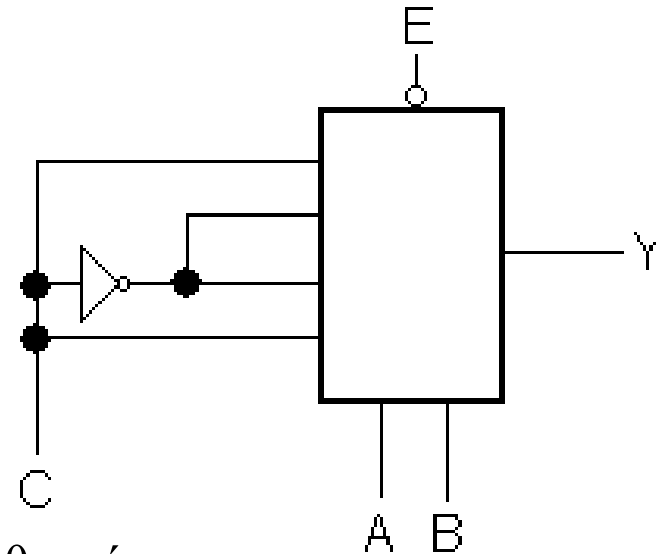
B) Τις τιμές της συνάρτησης στις εισόδους του πολυπλέκτη.

# Εφαρμογή 2

Θέλω να φτιάξω σε πολυπλέκτη 4 εισόδων την ίδια συνάρτηση :

A	B	C	Y	
0	0	0	0	C
0	0	1	1	
0	1	0	1	$\bar{C}$
0	1	1	0	
1	0	0	1	$\bar{C}$
1	0	1	0	
1	1	0	0	C
1	1	1	1	

Τελικά :



Τοποθετούμε:

- Μεταβλητές της συνάρτησης στις γραμμές ελέγχου του πολυπλέκτη.
- Στους δημιουργούμενους υποπίνακες εκφράζω την συνάρτηση συναρτήσεως των υπόλοιπων μεταβλητών

# Εφαρμογή 3

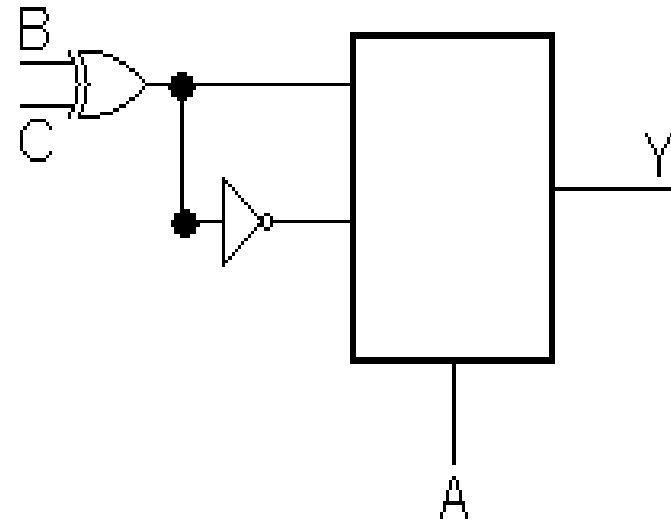
Θέλω να φτιάξω την ίδια συνάρτηση με πολυπλέκτη 2 εισόδων.

A	B	C	Y
0	0	0	0
0	0	1	1
0	1	0	1
0	1	1	0
<hr/>			
1	0	0	1
1	0	1	0
1	1	0	0
1	1	1	1

$B \oplus C$

$\overline{B \oplus C}$

Τελικά :



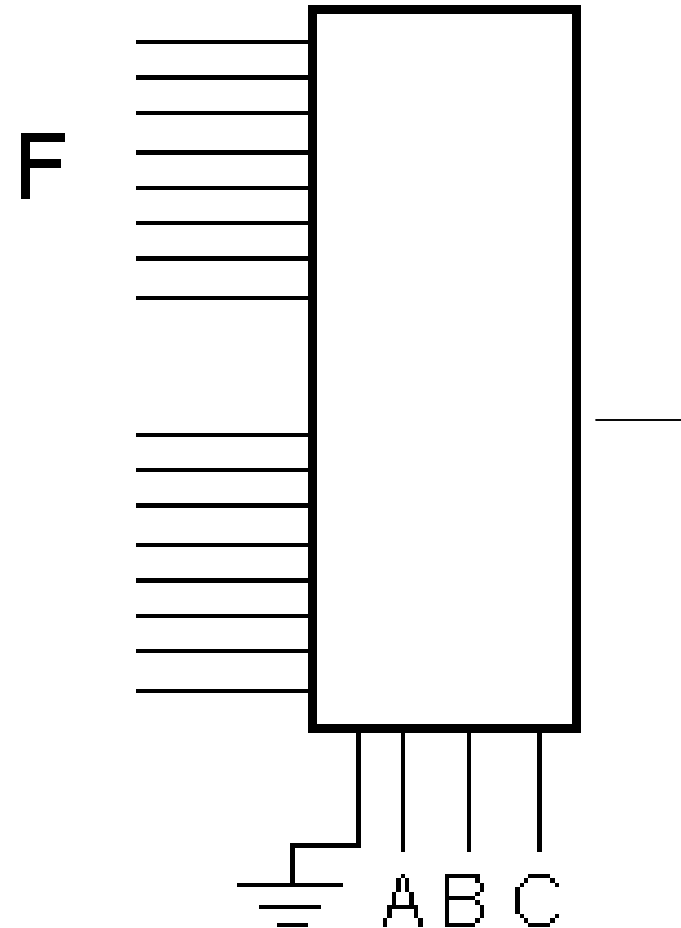
Τοποθετούμε:

- A) Μεταβλητές της συνάρτησης στις γραμμές ελέγχου του πολυπλέκτη.
- B) Στους δημιουργούμενους υποπίνακες εκφράζω την συνάρτηση συναρτήσει των υπόλοιπων μεταβλητών

# Εφαρμογή 4

Θέλω να πραγματοποιήσω την ακόλουθη συνάρτηση με πολυπλέκτη 16 εισόδων:

A	B	C	F
0	0	0	0
0	0	1	0
0	1	0	0
0	1	1	1
1	0	0	0
1	0	1	1
1	1	0	1
1	1	1	1

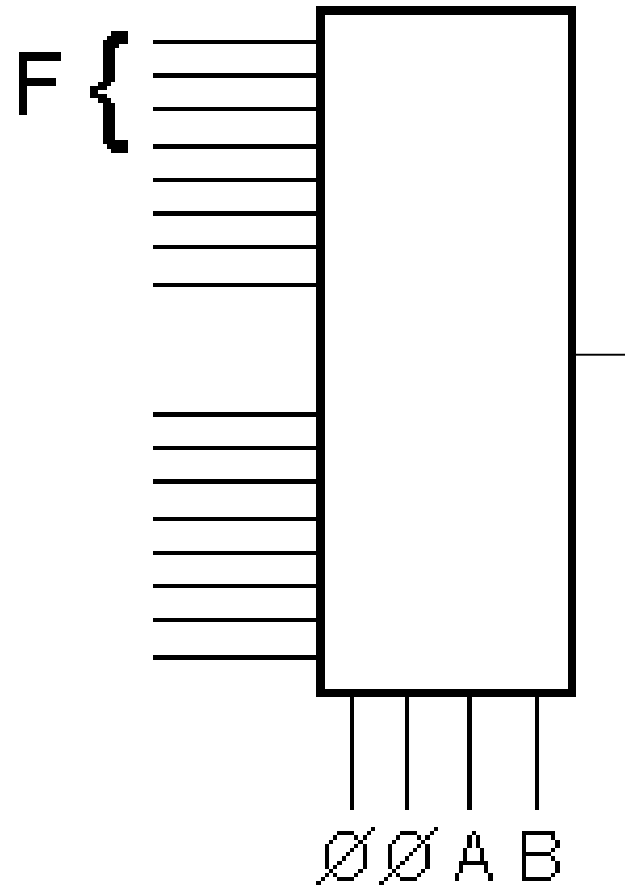


# Εφαρμογή 5

Θέλω να πραγματοποιήσω την ακόλουθη συνάρτηση με πολυπλέκτη 16 εισόδων.

Πίνακας Αληθείας

A	B	F
0	0	1
0	1	0
1	0	0
1	1	0

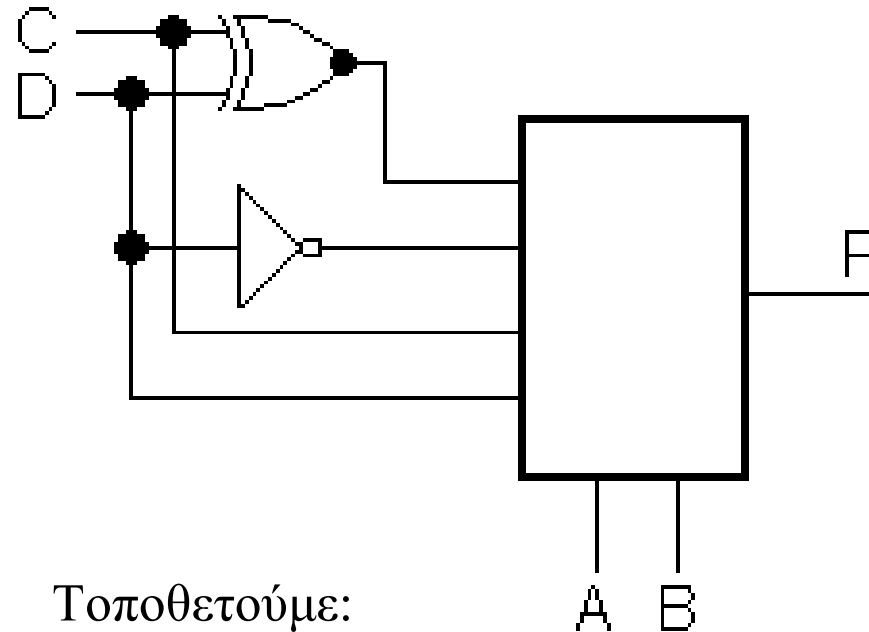


# Εφαρμογή 6

A	B	C	D	F
0	0	0	0	1
0	0	0	1	0
0	0	1	0	0
0	0	1	1	1
<hr/>				
0	1	0	0	1
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
0	1	1	1	0
<hr/>				
1	0	0	0	0
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	0	1	1	1
<hr/>				
1	1	0	0	0
1	1	0	1	1
1	1	1	0	0
1	1	1	1	1

$F = C \oplus D$   
 $F = \bar{D}$   
 $F = C$   
 $F = D$

Υλοποίηση συνάρτησης τεσσάρων μεταβλητών με πολυπλέκτη 4 εισόδων.



Τοποθετούμε:

A) Μεταβλητές της συνάρτησης στις γραμμές ελέγχου του πολυπλέκτη.

B) Στους δημιουργούμενους υποπίνακες εκφράζω την συνάρτηση συναρτήσε των υπόλοιπων μεταβλητών

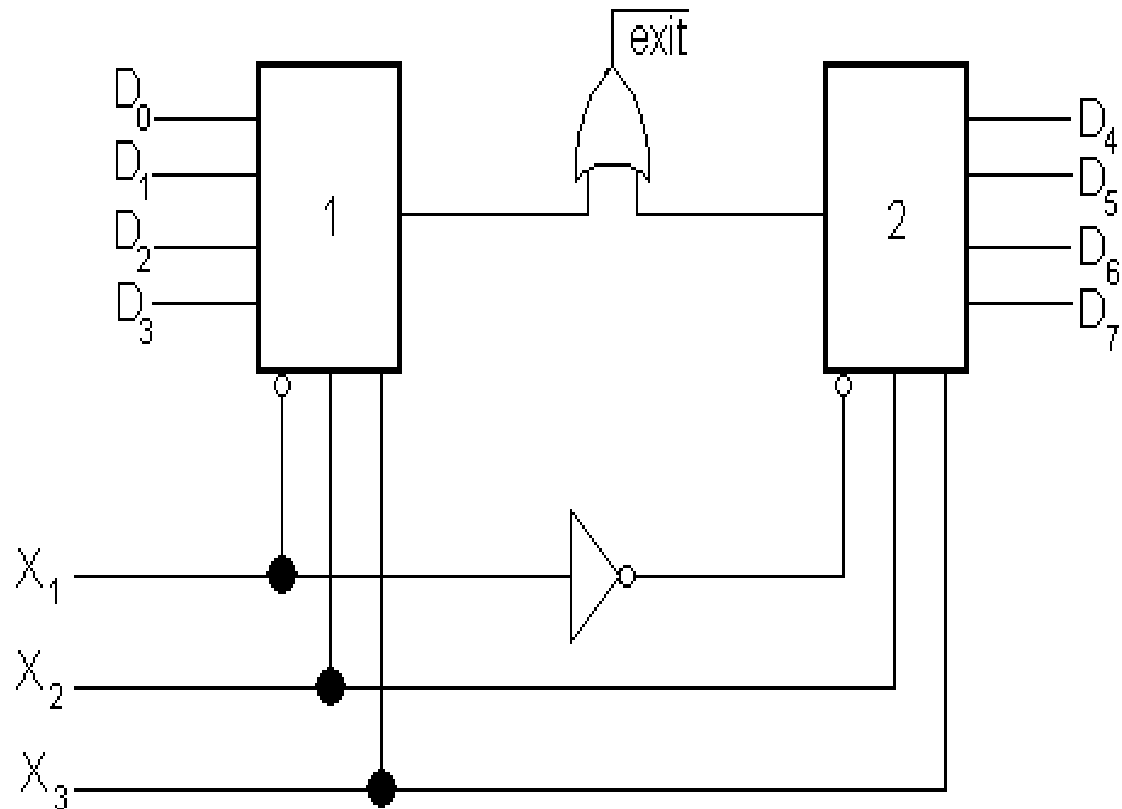
# Εφαρμογή 7

Σχεδιασμός πολυπλέκτη οκτώ εισόδων με δύο πολυπλέκτες των τεσσάρων εισόδων .

Πίνακας Αληθείας

$X_1$	$X_2$	$X_3$	F
0	0	0	$D_0$
0	0	1	$D_1$
0	1	0	$D_2$
0	1	1	$D_3$
1	0	0	$D_4$
1	0	1	$D_5$
1	1	0	$D_6$
1	1	1	$D_7$

Κύκλωμα



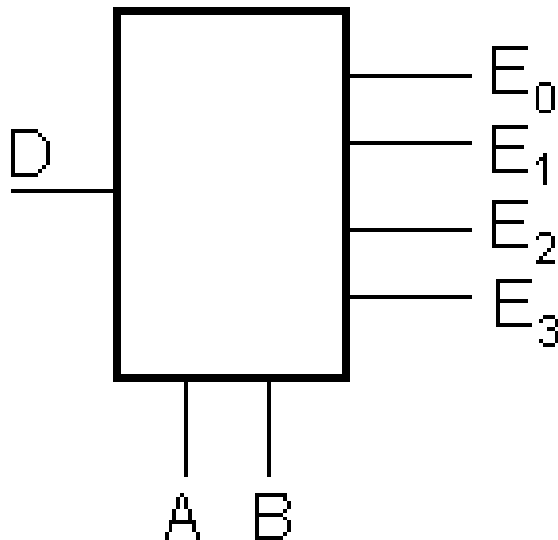
Συνδιαστικά Κυκλώματα



# Ο Αποολυπλέκτης

Έχει μία είσοδο και την διοχετεύει σε μία από τις  $2^n$  εξόδους του, χρησιμοποιώντας  $n$  γραμμές ελέγχου.

## Μπλοκ Διάγραμμα



## Πίνακας Αληθείας

A	B	$E_0$	$E_1$	$E_2$	$E_3$
0	0	D	0	0	0
0	1	0	D	0	0
1	0	0	0	D	0
1	1	0	0	0	D

Από τις συναρτήσεις που παίρνουμε από τον πίνακα αληθείας, φτιάχνουμε το κύκλωμα του αποπολυπλέκτη.

### Συναρτήσεις

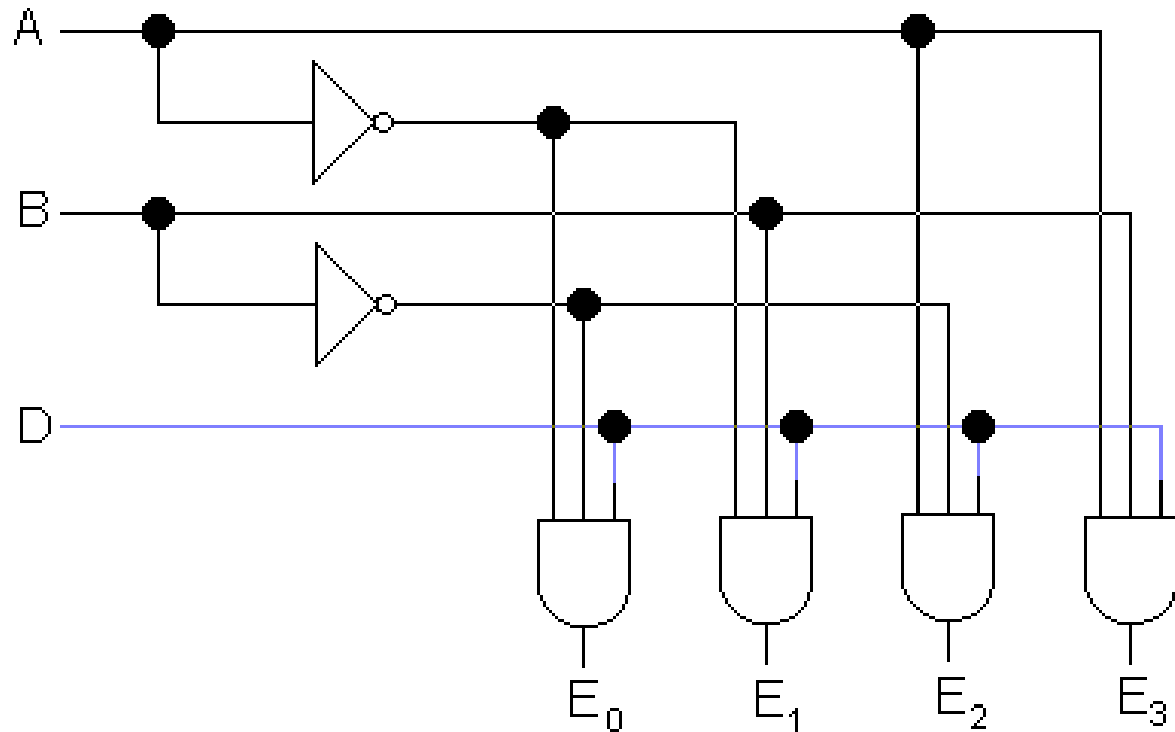
$$E_0 = \bar{A} \cdot \bar{B} \cdot D$$

$$E_1 = \bar{A} \cdot B \cdot D$$

$$E_2 = A \cdot \bar{B} \cdot D$$

$$E_3 = A \cdot B \cdot D$$

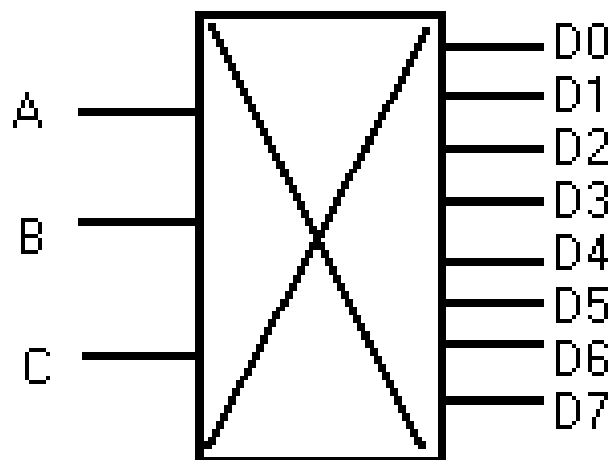
### Κύκλωμα



**Αποκωδικοποιητής (Decoder)**: είναι ένα συνδυαστικό κύκλωμα που μετατρέπει τη δυαδική πληροφορία  $n$  γραμμών εισόδου σε έως  $2^n$  μοναδικές γραμμές εξόδου, παράγοντας τους  $2^n$  (ή λιγότερους αν τα  $n$  bits πληροφορίας έχουν αχρησιμοποίητους όρους) ελαχιστόρους των  $n$  μεταβλητών εισόδου.

# ΑΠΟΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΤΗΣ ΑΠΟ ΔΥΑΔΙΚΟ ΣΕ ΟΚΤΑΔΙΚΟ

Μπλοκ διάγραμμα



Πίνακας Αληθείας

A	B	C	DEC	F(x)
0	0	0	0	$D_0 = \overline{A}\overline{B}\overline{C}$
0	0	1	1	$D_1 = \overline{A}\overline{B}C$
0	1	0	2	$D_2 = \overline{A}B\overline{C}$
0	1	1	3	$D_3 = \overline{A}BC$
1	0	0	4	$D_4 = A\overline{B}\overline{C}$
1	0	1	5	$D_5 = A\overline{B}C$
1	1	0	6	$D_6 = AB\overline{C}$
1	1	1	7	$D_7 = ABC$

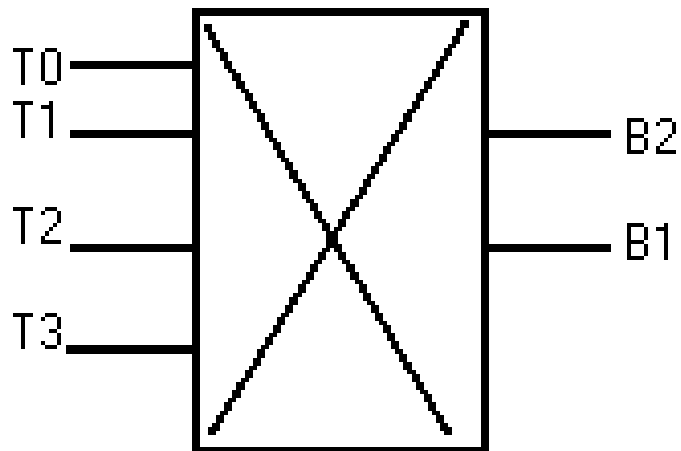
**Κωδικοποιητής:** Έχει  $2^n$  (ή λιγότερες) γραμμές εισόδου και  $n$  γραμμές εξόδου. Οι γραμμές εξόδου παράγουν τον δυαδικό κώδικα που αντιστοιχεί στις μεταβλητές εισόδου.

Κάθε χρονική στιγμή μόνο μια είσοδος μπορεί να είναι ενεργή. Αν δύο είσοδοι είναι ενεργές ταυτόχρονα η έξοδος παράγει ένα απροσδιόριστο συνδυασμό.

Όταν όλες οι είσοδοι είναι 0 οι έξοδοι είναι και αυτές 0. Όμως και όταν η πρώτη είσοδος είναι 1, τότε πάλι οι έξοδοι είναι 0.

# ΚΩΔΙΚΟΠΟΙΗΤΗΣ ΑΠΟ ΤΕΤΡΑΔΙΚΟ ΣΕ ΔΥΑΔΙΚΟ

Μπλοκ διάγραμμα



Πίνακας Αληθείας

T0	T1	T2	T3	B2	B1
1	0	0	0	0	0
0	1	0	0	0	1
0	0	1	0	1	0
0	0	0	1	1	1

Οι συναρτήσεις που εκφράζουν το κύκλωμα είναι οι :

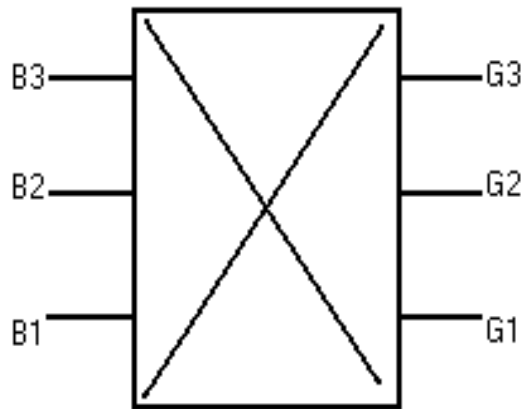
$$B_1 = T_1 + T_3$$

$$B_2 = T_2 + T_3$$

**Μετατροπέας Κώδικα:** Έχει  $n$  γραμμές εισόδου και  $m$  γραμμές εξόδου. Μετατρέπει το κωδικοποιημένο αριθμητικό σύστημα των εισόδων του, σε μία καινούργια κωδικοποίηση στις εξόδους του.

# ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΑΣ ΚΩΔΙΚΑ ΑΠΟ ΔΥΑΔΙΚΟ 3 BITS ΣΕ GRAY 3 BITS.

Μπλοκ διάγραμμα



Πίνακας Αληθείας

B3	B2	B1	G3	G2	G1
0	0	0	0	0	0
0	0	1	0	0	1
0	1	0	0	1	1
0	1	1	0	1	0
1	0	0	1	1	0
1	0	1	1	1	1
1	1	0	1	0	1
1	1	1	1	0	0

Οι συναρτήσεις που εκφράζουν το κύκλωμα είναι οι :

$$G_3 = B_3$$

$$G_2 = B_2 \oplus B_3$$

$$G_1 = B_1 \oplus B_2$$

Συνδιαστικά Κυκλώματα



# ΜΕΤΑΤΡΟΠΕΑΣ ΚΩΔΙΚΑ ΑΠΟ EXCESS 3 ΣΕ ΔΥΟ ΕΚ ΤΩΝ ΠΕΝΤΕ

## A) Πίνακας Αληθείας

A	B	C	D	Z5	Z4	Z3	Z2	Z1	NUM
0	0	1	1	0	0	0	1	1	0
0	1	0	0	0	0	1	1	0	1
0	1	0	1	0	1	1	0	0	2
0	1	1	0	1	1	0	0	0	3
0	1	1	1	0	0	1	0	1	4
1	0	0	0	0	1	0	1	0	5
1	0	0	1	1	0	1	0	0	6
1	0	1	0	0	1	0	0	1	7
1	0	1	1	1	0	0	1	0	8
1	1	0	0	1	0	0	0	1	9

## **B) Οι Εξισώσεις εξόδου του κυκλώματος.**

Προκύπτουν μετά από απλοποίηση των ελαχιστόρων του πίνακα αληθείας

$$Z_1 = \overline{A}CD + \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + A\overline{B}\overline{C}\overline{D}$$

$$Z_2 = \overline{A}\overline{B}\overline{C}\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D} + \overline{B}C\overline{D}$$

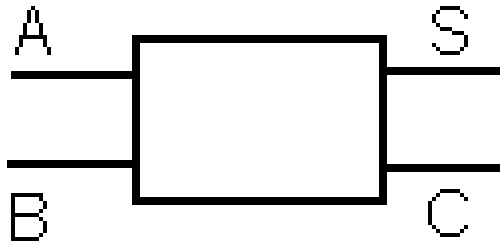
$$Z_3 = \overline{A}B\overline{C} + \overline{A}B\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D}$$

$$Z_4 = \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{C}D + \overline{A}B\overline{D}$$

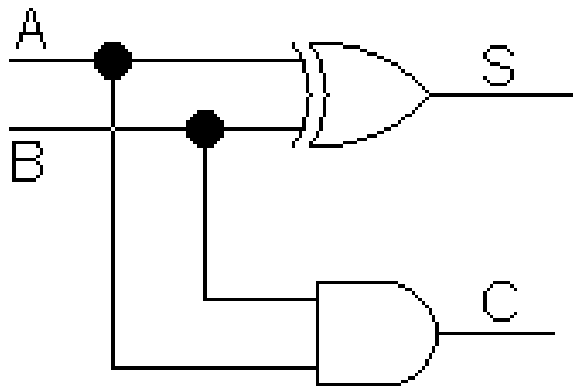
$$Z_5 = \overline{A}B\overline{C}\overline{D} + \overline{A}B\overline{D} + \overline{A}\overline{B}C\overline{D}$$

# Ο ΗΜΙΑΘΡΟΙΣΤΗΣ

## Μπλοκ Διάγραμμα



## Κύκλωμα



## Πίνακας Αληθείας

A	B	S	C
0	0	0	0
0	1	1	0
1	0	1	0
1	1	0	1

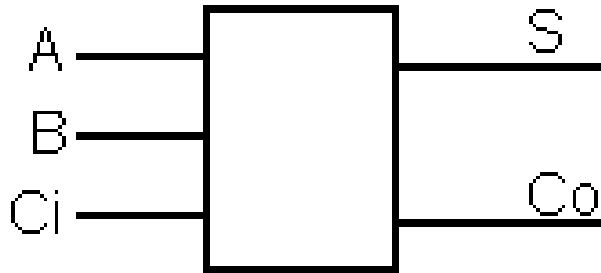
$$S = A \oplus B$$

$$C = A \cdot B$$

Συνδιαστικά Κυκλώματα

# Ο Πλήρης Αθροιστής

Μπλοκ Διάγραμμα



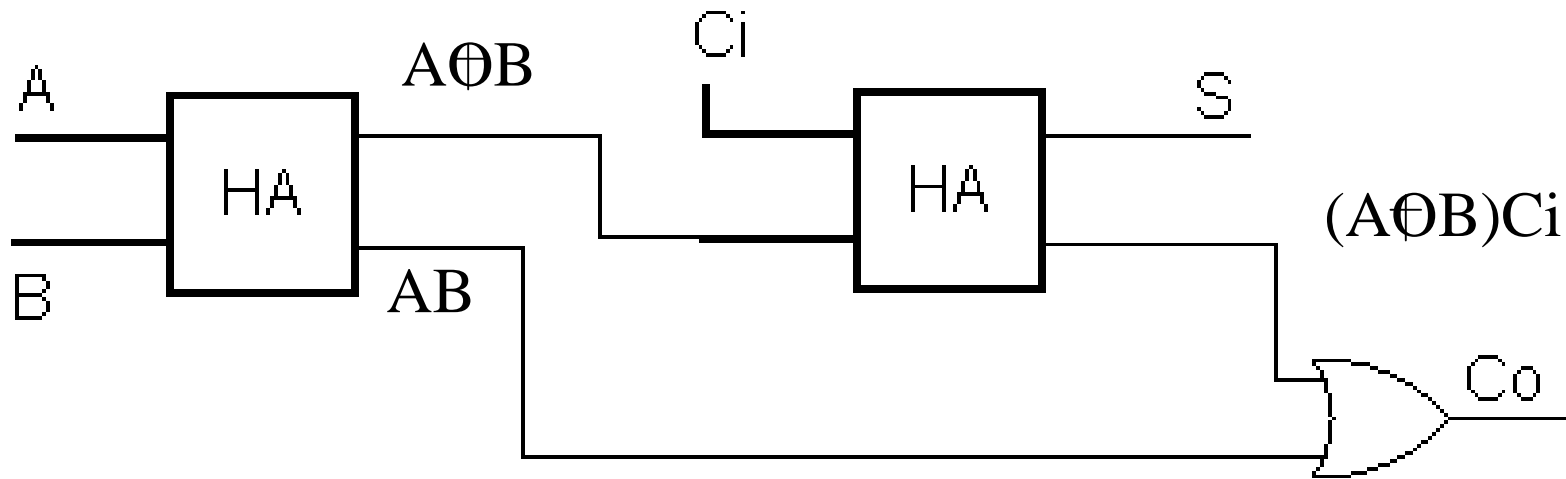
Πίνακας Αληθείας

A	B	C	S	Co
0	0	0	0	0
0	0	1	1	0
0	1	0	1	0
0	1	1	0	1
1	0	0	1	0
1	0	1	0	1
1	1	0	0	1
1	1	1	1	1

$$\begin{aligned} S &= \bar{A}\bar{B}C_i + \bar{A}B\bar{C}_i + A\bar{B}\bar{C}_i + ABC_i \\ &= (\bar{A}\bar{B}) \cdot C_i + (\bar{A}B) \cdot \bar{C}_i = \\ &= (\bar{A}\bar{B}) \oplus C_i \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} C_o &= \bar{A}BC_i + A\bar{B}C_i + ABC_i + ABC_i \\ &= AB(C_i + \bar{C}_i) + (\bar{A}\bar{B})C_i \\ &= AB + (\bar{A}\bar{B})C_i \end{aligned}$$

# Κύκλωμα πλήρους αθροιστή με ημιαθροιστές

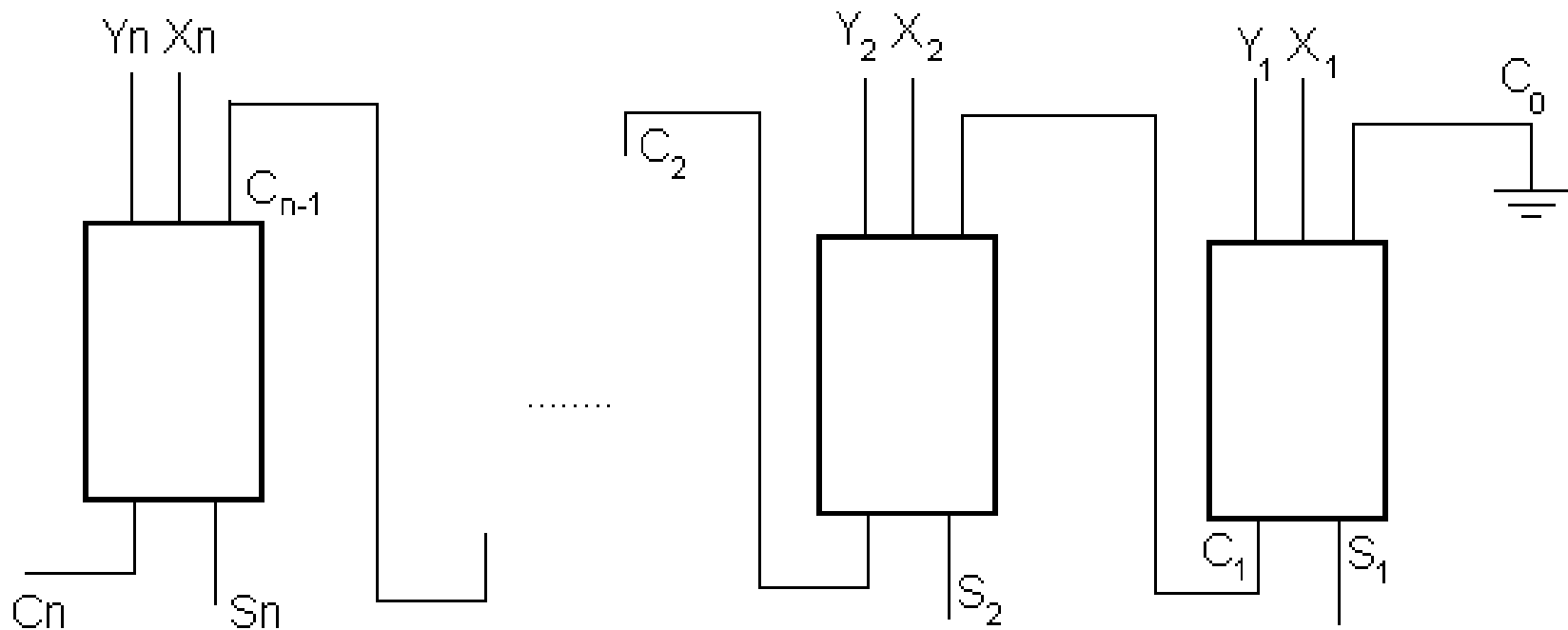


$$S = (A \oplus B) \oplus C_i$$

$$C_o = A \cdot B + (A \oplus B)C_i$$

# Εφαρμογή 1

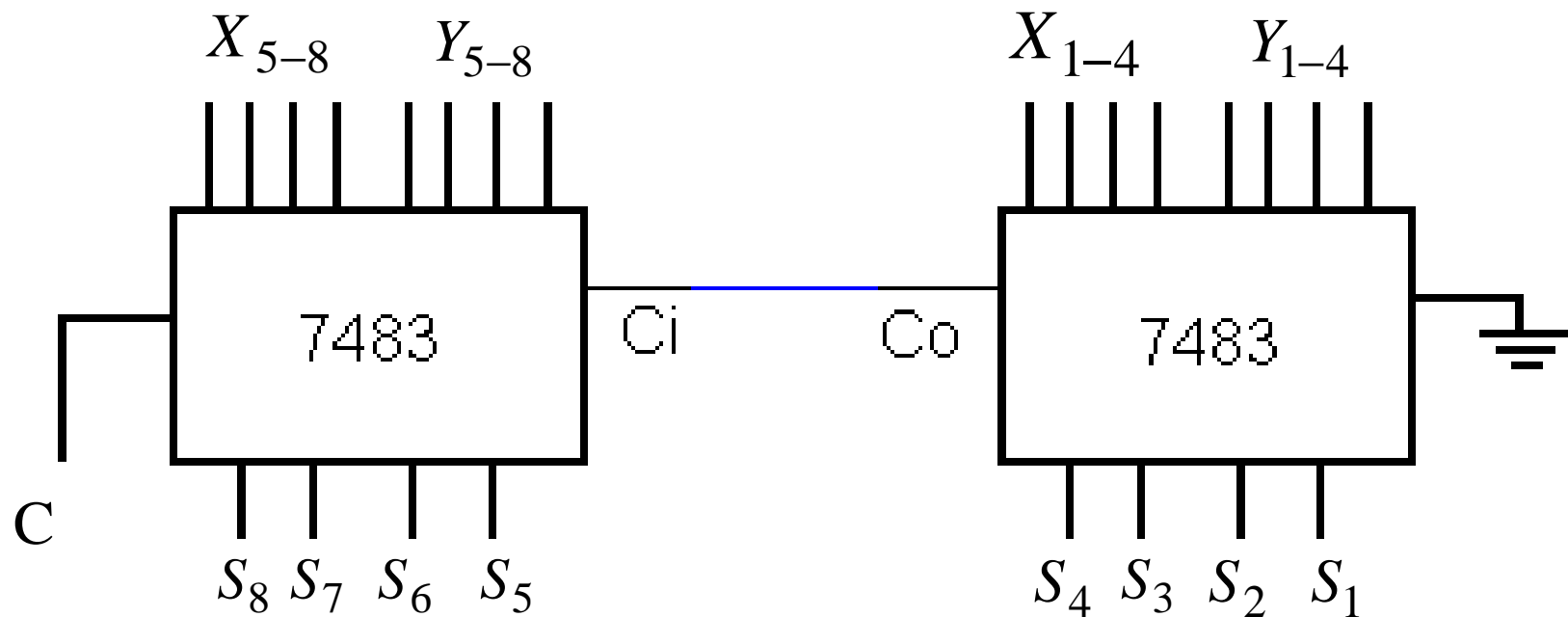
Το ακόλουθο κύκλωμα είναι ένας αθροιστής δύο δυαδικών αριθμών των  $n$  bits.



Το αποτέλεσμα είναι δυαδικός αριθμός μεγέθους  $n+1$  bits.

## Εφαρμογή 2

### Παράλληλος αθροιστής αριθμών των 8 bits



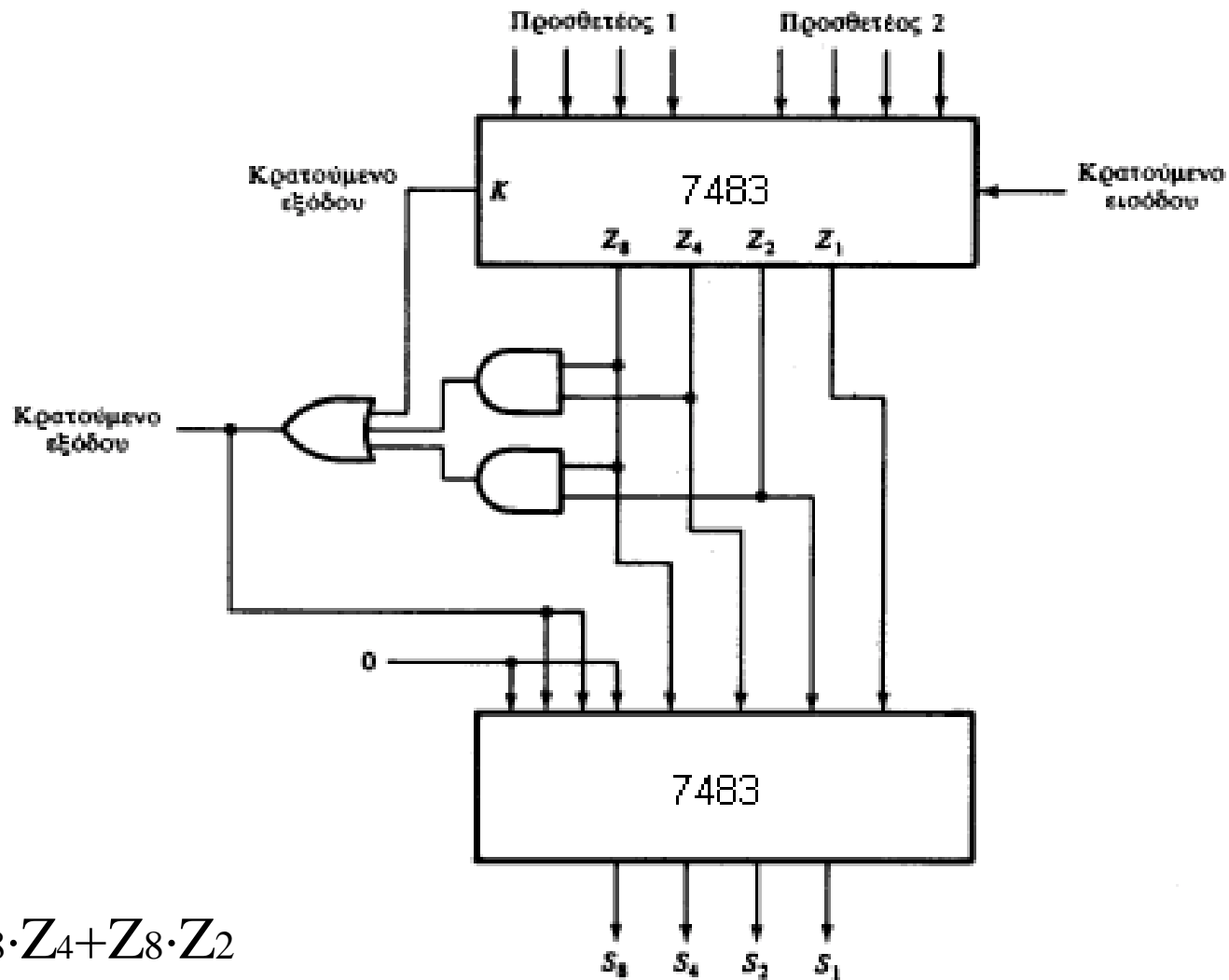
### Εφαρμογή 3

Α) Πίνακας αληθείας πρόσθεσης 2 BCD αριθμών και κρατούμενου εισόδου και εύρεση του αποτελέσματος σε BCD μορφή

ΔΥΑΔΙΚΟ ΑΘΡΟΙΣΜΑ					ΑΘΡΟΙΣΜΑ BCD					DEC
K	Z8	Z4	Z2	Z1	C	S8	S4	S2	S1	NUM
0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
0	0	0	0	1	0	0	0	0	1	1
0	0	0	1	0	0	0	0	1	0	2
0	0	0	1	1	0	0	0	1	1	3
0	0	1	0	0	0	0	1	0	0	4
0	0	1	0	1	0	0	1	0	1	5
0	0	1	1	0	0	0	1	1	0	6
0	0	1	1	1	0	0	1	1	1	7
0	1	0	0	0	0	1	0	0	0	8
0	1	0	0	1	0	1	0	0	1	9
0	1	0	1	0	1	0	0	0	0	10
0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	11
0	1	1	0	0	1	0	0	1	0	12
0	1	1	0	1	1	0	0	1	1	13
0	1	1	1	0	1	0	1	0	0	14
0	1	1	1	1	1	0	1	0	1	15
1	0	0	0	0	1	0	1	1	0	16
1	0	0	0	1	1	0	1	1	1	17
1	0	0	1	0	1	1	0	0	0	18
1	0	0	1	1	1	1	0	0	1	19



## B) Κύκλωμα BCD Αθροιστή

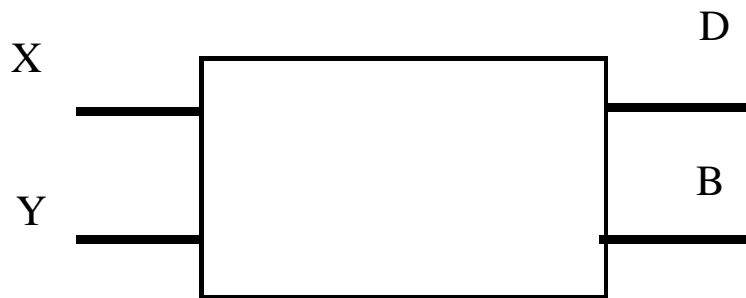


$$C = K + Z_8 \cdot Z_4 + Z_8 \cdot Z_2$$

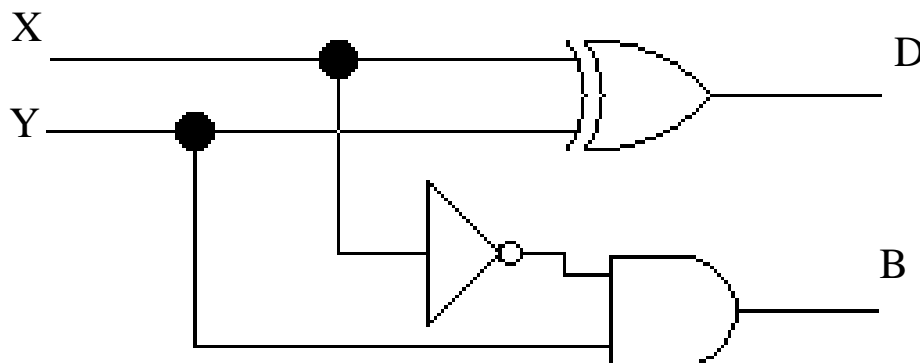
Συνδιαστικά Κυκλώματα

# Ο ΗΜΙΑΦΑΙΡΕΤΗΣ

## Μπλοκ Διάγραμμα



## Κύκλωμα



## Πίνακας Αληθείας

X	Y	D	B
0	0	0	0
0	1	1	1
1	0	1	0
1	1	0	0

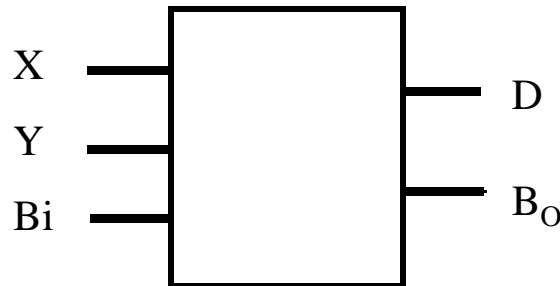
$$D = X \oplus B$$

$$B = \bar{X} \cdot Y$$

Συνδιαστικά Κυκλώματα

# Ο Πλήρης Αφαιρέτης

## Μπλοκ Διάγραμμα



## Οι εξισώσεις

$$\begin{aligned}
 D &= \overline{X}\overline{Y}B_i + \overline{X}Y\overline{B}_i + X\overline{Y}\overline{B}_i + XYB_i \\
 &= (X \oplus Y)B_i + (X \oplus Y)\overline{B}_i \\
 &= (X \oplus Y) \oplus B_i \\
 B_o &= \overline{X}\overline{Y}B_i + \overline{X}Y\overline{B}_i + \overline{X}YB_i + XYB_i \\
 &= XY(B_i + \overline{B}_i) + (X \oplus Y)\overline{B}_i \\
 &= XY + (X \oplus Y)\overline{B}_i
 \end{aligned}$$

## Πίνακας Αληθείας

X	Y	B <sub>i</sub>	D	B <sub>o</sub>
0	0	0	0	0
1	0	0	1	0
0	1	0	1	1
0	0	1	1	1
1	1	0	0	0
1	0	1	0	0
0	1	1	0	1
1	1	1	1	1

# Η αναγωγή της αφαίρεσης σε πρόσθεση

Στην πράξη χρησιμοποιούμε αθροιστές για την πρόσθεση αλλά και για την αφαίρεση.

Αυτό το πετυχαίνουμε με την χρήση προσημασμένων αριθμών συμπληρώματος ως προς 2.

# Το συμπλήρωμα ως προς 2

## Παραδείγματα

$$\begin{array}{r}
 6 - 5: \\
 -5 \hat{=} \begin{array}{r} 1.010 \\ + \quad 1 \\ \hline 1.011 \end{array}
 \end{array}$$

Τέλος,

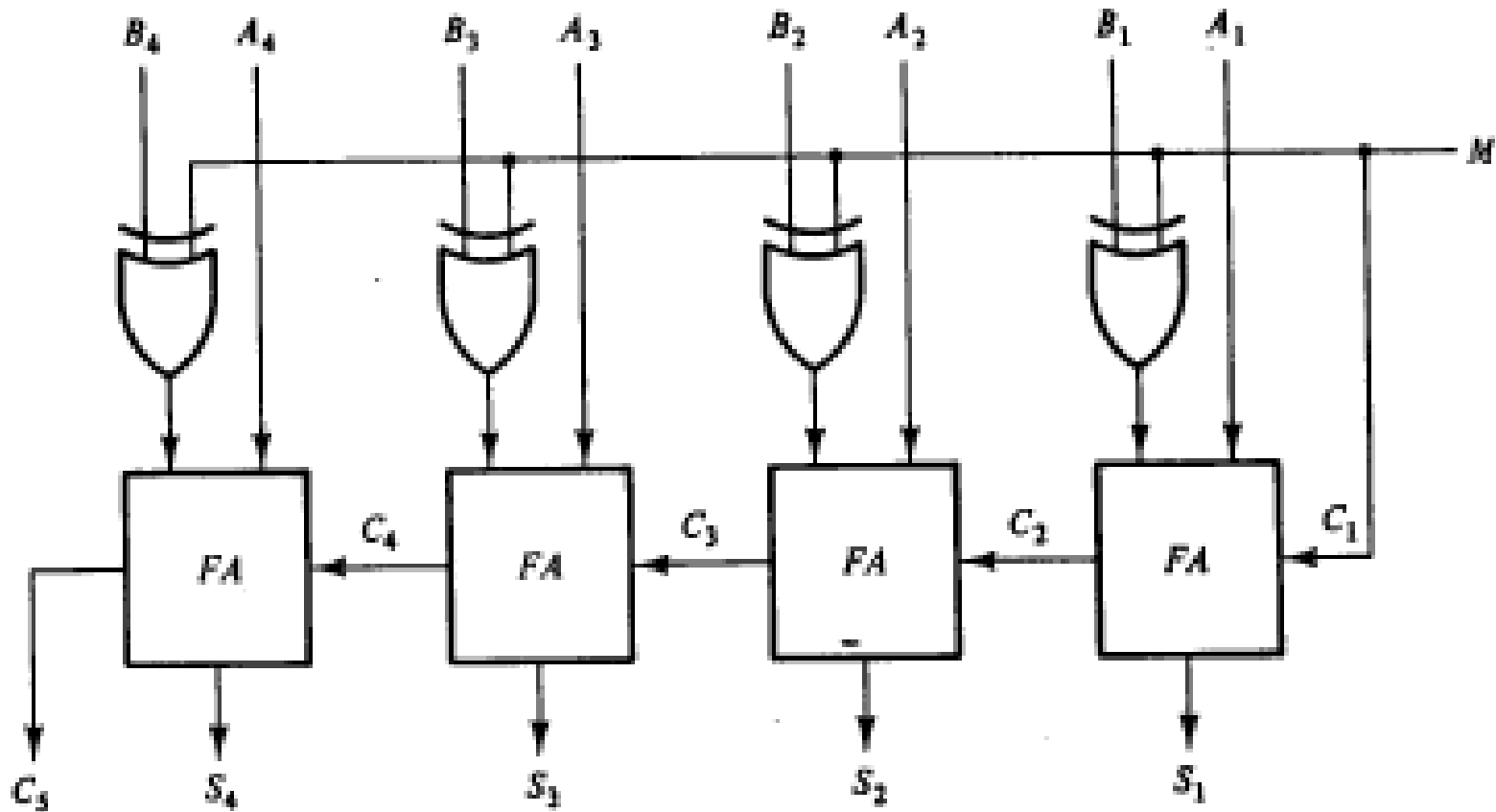
$$\begin{array}{r}
 0.110 \\
 +1.011 \\
 \hline
 0.001 \quad (+1)
 \end{array}$$

$$\begin{array}{l}
 6 \hat{=} 0.110 \\
 5 \hat{=} 0.101
 \end{array}$$

$$\begin{array}{r}
 5 - 6: \\
 -6 \hat{=} \begin{array}{r} 1.001 \\ + \quad 1 \\ \hline 1.010 \end{array} \\
 \begin{array}{r} 0.101 \\ +1.010 \\ \hline 1.111 \end{array} \quad (-1) \\
 \text{Διότι} \quad \begin{array}{r} 0.000 \\ + \quad 1 \\ \hline 0.001 \end{array}
 \end{array}$$

Συνδιαστικά Κυκλώματα

# Κύκλωμα πρόσθεσης και αφαιρέσεως



$$\text{XOR}_i = \overline{M}B_i + M\overline{B}_i$$

Για  $M=0$  το κύκλωμα είναι αθροιστής 4 bits.

Για  $M=1$  το κύκλωμα είναι αφαιρέτης 4 bits.