

Φυλλάδιο 2
Ασκήσεις στις τυχαίες μεταβλητές

1. Δίνεται η συνάρτηση $f(x) = kx(1-x)$, $0 < x < 1$.
 - a. Να βρεθεί η τιμή του συντελεστή k ,
 - b. Να βρεθεί η συνάρτηση κατανομής $F(x)$
 - c. $P(0.25 < X < 0.5)$

2. Δίνεται η συνάρτηση κατανομής (αθροιστική συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας) της τυχαίας μεταβλητής X $F(x) = 1 - e^{-\frac{3}{4}x}$, $x > 0$. Να υπολογιστούν οι πιθανότητες
 - a. $P(X > 2)$
 - b. $P(X \leq 0)$
 - c. $P(X = 0)$

3. Έστω X τι με τιμές τα δυνατά αποτελέσματα της ρίψης ενός ζαριού. Να βρεθεί η αναμενόμενη τιμή της συνάρτησης $Y = (X - 3)^2$

4. Η τιμ X έχει συνάρτηση πιθανότητας που δίνεται από τον πίνακα

X	0	1	2	3	4
P(x)	1/16	4/16	6/16	k	1/16

Να βρεθεί η τιμή k , η μέση τιμή και η διασπορά

5. Η τιμ X έχει συνάρτηση πυκνότητας πιθανότητας $f(x) = 0.2$, $-\theta < x < \theta$. Να βρεθεί η σταθερά θ .

6. Ένας φούρνος αγοράζει γλυκά στην αρχή κάθε μήνα με κόστος 10€ το κιλό. Τα γλυκά πρέπει να πουληθούν κατά την διάρκεια του μήνα (μετά την πάροδο του μήνα χαλάνε). Ο φούρνος αγοράζει 5 κιλά και τα πουλά με 80% κέρδος. Αν η συνάρτηση πιθανότητας για την πώληση των γλυκών είναι:

Κιλά	0	1	2	3	4	5
P(X)	0.05	0.1	0.15	0.4	0.2	0.1

Να βρεθεί το αναμενόμενο κέρδος (ζημία) του φούρναρη από την πώληση γλυκών

7. Να αποδείξετε
 - a. $E(c) = c$
 - b. $E(ag(X)+b) = a E(g(X))+b$
 - c. $V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$
 - d. $V(aX+b) = a^2 V(X)$