

Ασκήσεις στις Κατανομές (Φυλλάδιο 2)

1. Υποθέστε ότι ένας αρχάριος αθλητής τοξοβολίας πετυχαίνει τον στόχο 1 στις 6 φορές. Υπολογίστε την πιθανότητα να χρειαστεί 10 βολές για να έχει 3 επιτυχίες. Ποιος είναι ο αναμενόμενος αριθμός δοκιμών για τον συγκεκριμένο αθλητή;

2. Όταν η ποδοσφαιρική ομάδα της Βραζιλίας εκτελεί πέναλτι, η πιθανότητα να βάλει γκολ είναι 90%. Έστω ότι ο αγώνας του μουντιάλ μεταξύ Βραζιλίας και Αργεντινής τελειώνει ισοπαλία και η κάθε ομάδα εκτελεί από 5 πέναλτι για να καθοριστεί ο νικητής. Ποια η πιθανότητα:
 - a. Η Βραζιλία να ευστοχήσει και στα 5;
 - b. Η Βραζιλία να αστοχήσει και στα 5;
 - c. Αν η Αργεντινή ευστοχήσει σε 3 πέναλτι, ποια η πιθανότητα να κερδίσει η Βραζιλία;

3. Έστω ότι η τμ Z ακολουθεί την τυπική κανονική κατανομή. Υπολογίστε τις παρακάτω πιθανότητες

1)	$P(Z \leq 0) = ?$
2)	$P(0 \leq Z \leq 2) = ?$
3)	$P(Z > -1) = ?$
4)	$P(-1.64 \leq Z \leq 1.64) = ?$
5)	$P(-1.96 \leq Z \leq 1.96) = ?$

4. Υπολογίστε τις παρακάτω πιθανότητες
 - I. $X \sim N(\mu=5, \sigma^2=9)$; $P(X < 10) = ?$
 - II. $X \sim N(\mu=0, \sigma^2=1)$; $P(X > 1.96) = ?$
 - III. $X \sim N(\mu=3, \sigma^2=4)$; $P(0 < X < 5) = ?$
 - IV. $X \sim N(\mu=0, \sigma^2=1)$; $P(-1.96 < X < 1.96) = ?$
 - V. $X \sim N(\mu=0, \sigma^2=1)$; $P(-1.64 < X < 1.64) = ?$

5. Υποθέστε ότι ο αριθμός των πελατών που μπαίνουν σε μία τράπεζα σε διάστημα 1 ώρας ακολουθεί την Poisson κατανομή, και ότι $P(x=0) = 0.05$. Υπολογίστε την αναμενόμενη τιμή και την διακύμανση των πελατών.

6. Υποθέστε ότι η τμ Z ακολουθεί την τυπική κανονική κατανομή. Υπολογίστε την τιμή της τμ Z έτσι ώστε:

(a) $P(Z < z) = 0.9$	(b) $P(Z < z) = 0.5$
(c) $P(Z > z) = 0.1$	(d) $P(Z > z) = 0.9$
(e) $P(-1.24 < Z < z) = 0.8$	

7. Υποθέστε ότι η τμ X ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 10 και διακύμανση 4. Υπολογίστε τις πιθανότητες:

(a) $P(X < 13)$	(b) $P(X > 9)$
(c) $P(6 < X < 14)$	(d) $P(2 < X < 4)$
(e) $P(-2 < X < 8)$	

8. Ο χρόνος αντίδρασης ενός οδηγού σε ένα οπτικό ερέθισμα ακολουθεί την κανονική κατανομή με μέση τιμή 0,4 sec και τυπική απόκλιση 0.05 sec.
- Ποια η πιθανότητα να χρειαστεί περισσότερα από 0,5 sec για να αντιδράσει;
 - Ο χρόνος αντίδρασης είναι μεταξύ 0,4 και 0,5 sec
9. Ο χρόνος άφιξης των ταξί σε μία πολυσύχναστη πιάτσα ακολουθεί την εκθετική κατανομή με μέση τιμή 19 λεπτά.
- Ποια είναι η πιθανότητα να περιμένεις περισσότερο από μία ώρα;
 - Υποθέστε ότι περιμένετε ήδη μία ώρα, ποια η πιθανότητα να φτάσει ένα ταξί μέσα στα επόμενα 10 λεπτά;

10. Χρησιμοποιήστε τις ιδιότητες της *Γάμμα Συνάρτησης* για να υπολογίσεις τα παρακάτω:
- $\Gamma(6)$
 - $\Gamma(5/2)$
 - $\Gamma(9/2)$

11. Υποθέστε ότι η τμ X ακολουθεί την λογάριθμο-κανονική κατανομή με παραμέτρους $\mu=2$ και $\sigma^2=4$. Υπολογίστε
- $P(X < 500)$
 - Τη δεσμευμένη πιθανότητα ότι $X < 1500$ δοθέντος ότι $X > 1000$
 - Πως μπορούμε να εξηγήσουμε τη διαφορά στις πιθανότητες στα δύο παραπάνω ερωτήματα;