

ΠΡΟΟΔΟΣ ΣΤΟ ΜΑΘΗΜΑ
«ΠΙΘΑΝΟΤΗΤΕΣ ΚΑΙ ΣΤΑΤΙΣΤΙΚΗ»

Το Θέμα 1 είναι υποχρεωτικό. Από τα θέματα 2, 3 και 4 επιλέξτε δύο για να λύσετε.
Συνολικά πρέπει να λύσετε 3 θέματα. Τα θέματα είναι ίσης βαρύτητας

ΘΕΜΑΤΑ

Θέμα 1

- A. Ένας πομπός στέλνει σήμα σε ένα δέκτη. Η πιθανότητα επιτυχής μετάδοσης είναι 0.9. Ο πομπός στέλνει το σήμα μέχρι να υπάρξει επιτυχής μετάδοση. Ποια η πιθανότητα να χρειαστούν τα πολύ 2 προσπάθειες μέχρι να μεταδοθεί το σήμα
- B. Έστω ότι έχουμε 5 πομπούς με την πιθανότητα επιτυχούς μετάδοσης 0.8. Και οι 5 πομποί στέλνουν το ίδιο σήμα μόνο μία φορά. Ποια η πιθανότητα τουλάχιστον 3 πομποί να καταφέρουν να κάνουν την μετάδοση επιτυχώς.

Θέμα 2

Έστω X διακριτή τυχαία μεταβλητή, αποδείξτε ότι:

$$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2$$

Θέμα 3

Δύο γραμμές παραγωγής ενός εργοστασίου παράγουν το 60% και το 40% αντίστοιχα της παραγωγής ενός ηλεκτρονικού εξαρτήματος. Είναι γνωστό ότι η πιθανότητα της πρώτης γραμμής παραγωγής να παράγει ελαττωματικό εξάρτημα είναι 0.05 και της δεύτερης 0.08. Να υπολογισθεί η πιθανότητα ώστε

- I. Αν επιλεγεί στην τύχη ένα ηλεκτρονικό εξάρτημα να μην είναι ελαττωματικό
- II. Αν επιλεγεί στην τύχη ένα ηλεκτρονικό εξάρτημα **το οποίο δεν είναι ελαττωματικό**, να έχει παραχθεί από την πρώτη γραμμή παραγωγής

ΘΕΜΑ 4

Το 55% των Ελληνικών νοικοκυριών έχει κεντρική θέρμανση, το 43% έχει ηλιακό θερμοσίφωνα και 20% έχει και κεντρική θέρμανση και ηλιακό θερμοσίφωνα. Έστω ότι επιλέγουμε ένα νοικοκυριό στην τύχη,

1. ποια η πιθανότητα να έχει **τουλάχιστον** μία από τις παραπάνω ανέσεις;
2. το επιλεγμένο νοικοκυριό να μην έχει καμία από τις ανέσεις (ηλιακό και κεντρική θέρμανση)

ΚΑΛΗ ΕΠΙΤΥΧΙΑ

ΤΥΠΟΛΟΓΙΟ

- Διωνυμική (Binomial) $B(n,p)$

$$P(X = x) = \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}; \quad x = 0, 1, 2, \dots, n$$

$$E(X) = np; \quad V(X) = np(1-p)$$

- Poisson κατανομή με παράμετρο λ και συνάρτηση πιθανότητα

$$f(x) = P(X = x) = \frac{\lambda^x e^{-\lambda}}{x!}, \quad x=0, 1, \dots$$

$$E(X) = \lambda; \quad V(X) = \lambda$$

- Γεωμετρική κατανομή με παράμετρο p

$$P(X = x) = p(1-p)^{x-1}; \quad X = 1, 2, \dots$$

$$E(X) = 1/p; \quad V(X) = (1-p)/p^2$$

ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ
 ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΤΗΛΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ
 Μάθημα: Πιθανότητες και Στατιστική
 Διδάσκων: Σ. Γ. Γιακουμάτος

• Διωνυμική Κατανομή

$$P[X \leq c] = \sum_{x=0}^c \binom{n}{x} p^x (1-p)^{n-x}$$

| | | p | | | | | | | | | | |
|-------|---|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| c | | 0.05 | 0.10 | 0.20 | 0.30 | 0.40 | 0.50 | 0.60 | 0.70 | 0.80 | 0.90 | 0.95 |
| n = 1 | 0 | 0.950 | 0.900 | 0.800 | 0.700 | 0.600 | 0.500 | 0.400 | 0.300 | 0.200 | 0.100 | 0.050 |
| | 1 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| n = 2 | 0 | 0.903 | 0.810 | 0.640 | 0.490 | 0.360 | 0.250 | 0.160 | 0.090 | 0.040 | 0.010 | 0.003 |
| | 1 | 0.998 | 0.990 | 0.960 | 0.910 | 0.840 | 0.750 | 0.640 | 0.510 | 0.360 | 0.190 | 0.098 |
| | 2 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| n = 3 | 0 | 0.857 | 0.729 | 0.512 | 0.343 | 0.216 | 0.125 | 0.064 | 0.027 | 0.008 | 0.001 | 0.000 |
| | 1 | 0.993 | 0.972 | 0.896 | 0.784 | 0.648 | 0.500 | 0.352 | 0.216 | 0.104 | 0.028 | 0.007 |
| | 2 | 1.000 | 0.999 | 0.992 | 0.973 | 0.936 | 0.875 | 0.784 | 0.657 | 0.488 | 0.271 | 0.143 |
| | 3 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| n = 4 | 0 | 0.815 | 0.656 | 0.410 | 0.240 | 0.130 | 0.063 | 0.026 | 0.008 | 0.002 | 0.000 | 0.000 |
| | 1 | 0.986 | 0.948 | 0.819 | 0.652 | 0.475 | 0.313 | 0.179 | 0.084 | 0.027 | 0.004 | 0.000 |
| | 2 | 1.000 | 0.996 | 0.973 | 0.916 | 0.821 | 0.688 | 0.525 | 0.348 | 0.181 | 0.052 | 0.014 |
| | 3 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.992 | 0.974 | 0.938 | 0.870 | 0.760 | 0.590 | 0.344 | 0.185 |
| | 4 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| n = 5 | 0 | 0.774 | 0.590 | 0.328 | 0.168 | 0.078 | 0.031 | 0.010 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| | 1 | 0.977 | 0.919 | 0.737 | 0.528 | 0.337 | 0.188 | 0.087 | 0.031 | 0.007 | 0.000 | 0.000 |
| | 2 | 0.999 | 0.991 | 0.942 | 0.837 | 0.683 | 0.500 | 0.317 | 0.163 | 0.058 | 0.009 | 0.001 |
| | 3 | 1.000 | 1.000 | 0.993 | 0.969 | 0.913 | 0.813 | 0.663 | 0.472 | 0.263 | 0.081 | 0.023 |
| | 4 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.990 | 0.969 | 0.922 | 0.832 | 0.672 | 0.410 | 0.226 |
| | 5 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| n = 6 | 0 | 0.735 | 0.531 | 0.262 | 0.118 | 0.047 | 0.016 | 0.004 | 0.001 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| | 1 | 0.967 | 0.886 | 0.655 | 0.420 | 0.233 | 0.109 | 0.041 | 0.011 | 0.002 | 0.000 | 0.000 |
| | 2 | 0.998 | 0.984 | 0.901 | 0.744 | 0.544 | 0.344 | 0.179 | 0.070 | 0.017 | 0.001 | 0.000 |
| | 3 | 1.000 | 0.999 | 0.983 | 0.930 | 0.821 | 0.656 | 0.456 | 0.256 | 0.099 | 0.016 | 0.002 |
| | 4 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.989 | 0.959 | 0.891 | 0.767 | 0.580 | 0.345 | 0.114 | 0.033 |
| | 5 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.999 | 0.996 | 0.984 | 0.953 | 0.882 | 0.738 | 0.469 | 0.265 |
| | 6 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |
| n = 7 | 0 | 0.698 | 0.478 | 0.210 | 0.082 | 0.028 | 0.008 | 0.002 | 0.000 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| | 1 | 0.956 | 0.850 | 0.577 | 0.329 | 0.159 | 0.063 | 0.019 | 0.004 | 0.000 | 0.000 | 0.000 |
| | 2 | 0.996 | 0.974 | 0.852 | 0.647 | 0.420 | 0.227 | 0.096 | 0.029 | 0.005 | 0.000 | 0.000 |
| | 3 | 1.000 | 0.997 | 0.967 | 0.874 | 0.710 | 0.500 | 0.290 | 0.126 | 0.033 | 0.003 | 0.000 |
| | 4 | 1.000 | 1.000 | 0.995 | 0.971 | 0.904 | 0.773 | 0.580 | 0.353 | 0.148 | 0.026 | 0.004 |
| | 5 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.996 | 0.981 | 0.938 | 0.841 | 0.671 | 0.423 | 0.150 | 0.044 |
| | 6 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 0.998 | 0.992 | 0.972 | 0.918 | 0.790 | 0.522 | 0.302 |
| | 7 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 | 1.000 |