

ΔΙΑΦΟΡΙΚΕΣ ΕΞΙΣΩΣΕΙΣ

ΦΥΛΛΑΔΙΟ 2

Διδάσκουσα: Παπαγεωργίου Ευγενία

Παράδοση μέχρι τις 18/01/2008

ΑΣΚΗΣΗ 1

Να λυθούν οι διαφορικές εξισώσεις

$$(i) y'' - y' = y = x^3 e^x,$$

$$(ii) y'' + 2y' + 2y = e^{-x}(\cos x + x),$$

$$(iii) y'' + 4y = x^2 + 3e^x,$$

$$(iv) y'' + 2y' - y = \cos^2 x,$$

$$(v) y'' + 2y' + y = 1 + x + \cos 3x,$$

$$(vi) y'' - 2y + 2y = e^x \sin^2 \frac{x}{2}.$$

ΑΣΚΗΣΗ 2

Να λυθούν τα προβλήματα αρχικών τιμών

$$(i) y'' + y = x \cos x, y(0) = 0, y'(0) = 1,$$

$$(ii) y'' - y = e^{-x}(\sin x + 3 \cos x), y(0) = 1, y'(0) = -1,$$

$$(iii) y'' + 3y = 9x^2 + 7 \sin 4x, y(0) = 0, y'(0) = 2,$$

$$(iv) y'' - 2y' + y = x e^x + 4, y(0) = 1, y'(0) = 1,$$

$$(v) (y'' - 2y' - 3y = 3x e^{2x}, y(0) = 1, y'(0) = 0,$$

$$(vi) y'' + 2y' + 5y = 4e^{-x} \cos 2x, y(0) = 1, y'(0) = 0.$$

ΑΣΚΗΣΗ 3

Να λυθούν οι διαφορικές εξισώσεις

$$(i) y'' + y = \frac{1}{\cos^3 x},$$

$$(ii) y'' + 2y' + y = e^{-x} \ln x, x > 0,$$

$$(iii) y'' - 2y' + y = \frac{e^x}{x^2 + 1},$$

$$(iv) y'' + y = \frac{1}{\cos 2x \sqrt{\cos 2x}}.$$

ΑΣΚΗΣΗ 4

Χρησιμοποιώντας τη μέθοδο μεταβολής των παραμέτρων βρείτε τη γενική λύση των εξισώσεων:

(i) $y'' + 2ay' + a^2y = f(x)$,

(ii) $y'' + 2ay' + (a^2 - b^2)y = f(x)$.

ΑΣΚΗΣΗ 5

Αν $a, b, c > 0$ και $y_1(x), y_2(x)$ δύο λύσεις της εξίσωσης

$$ay'' + by' + cy = f(x)$$

δείξτε ότι $y_1(x) - y_2(x) \rightarrow 0$, όταν $x \rightarrow \infty$.