



Άσκηση 1^η

Δειγματοληψία και Αλλοίωση

Θεωρούμε αναλογικό ημιτονοειδές σήμα της μορφής $x_a(t) = 3 \cos(100 \pi t)$.

- Να βρεθεί ο ελάχιστος ρυθμός δειγματοληψίας ώστε να αποφευχθεί η αλλοίωση.
- Για ρυθμό δειγματοληψίας $F_s = 200$ Hz, να βρεθεί το σήμα διακριτού χρόνου μετά τη δειγματοληψία.
- Για ρυθμό δειγματοληψίας $F_s = 80$ Hz, να βρεθεί το σήμα διακριτού χρόνου μετά τη δειγματοληψία.
- Σε ποια συχνότητα $0 < F < F_s / 2$ αντιστοιχεί το σήμα διακριτού χρόνου του ερωτήματος *iii*;

Λύση

- Η συχνότητα του υπό θεώρηση αναλογικού είναι $F = 50$ Hz. Ο ελάχιστος ρυθμός δειγματοληψίας για να αποφευχθεί η αλλοίωση είναι ο ρυθμός Nyquist, δηλ. $F_s = 2 F = 100$ Hz.
- Για ρυθμό δειγματοληψίας $F_s = 200$ Hz, το δειγματοληπτημένο σήμα θα είναι

$$x[n] = x_a[nT_s] = 3 \cos(2\pi F n T_s) = 3 \cos\left(\frac{2\pi F n}{F_s}\right) = 3 \cos\left(\frac{2\pi 50 n}{200}\right) = 3 \cos\left(\frac{\pi n}{2}\right).$$

- Για ρυθμό δειγματοληψίας $F_s = 80$ Hz, το δειγματοληπτημένο σήμα θα είναι

$$x[n] = x_a[nT_s] = 3 \cos(2\pi F n T_s) = 3 \cos\left(\frac{2\pi F n}{F_s}\right) = 3 \cos\left(\frac{2\pi 50 n}{80}\right) = 3 \cos\left(\frac{5}{4}\pi n\right).$$

Το σήμα που προέκυψε μπορεί να απλοποιηθεί για $|f| \leq 1/2$ ως $x[n] = 3 \cos(5 \pi n / 4) = 3 \cos[(8 - 3) \pi n / 4] = 3 \cos(2 \pi n - 3 \pi n / 4) = 3 \cos(3 \pi n / 4)$.

- Η συχνότητα του σήματος διακριτού χρόνου του ερωτήματος *iii*) είναι $f = 3 / 8$ κύκλοι/δείγμα και συνεπώς η συχνότητα του αναλογικού σήματος που αντιστοιχεί το δειγματοληπτημένο σήμα είναι $F = f F_s = (3 / 8) 80$ Hz = 30 Hz. Άρα, το αναλογικό σήμα που προκύπτει λόγω αλλοίωση είναι το $x_a(t) = 3 \cos(60 \pi t)$. Τα δύο σήματα φαίνονται στο παρακάτω διάγραμμα.

