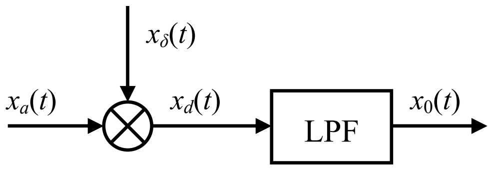
Ασκήσεις προς Επίλυση #3

Δειγματοληψία και Επανάκτηση

1. Έστω σήμα $x_a(t) = \cos(22\,\pi\,F_0\,t) + \cos(26\,\pi\,F_0\,t)$ το οποίο δειγματοληπτείται με τραίνο Δέλτα ώσεων της μορφής $x_\delta(t) = \sum_{k=-\infty}^{+\infty} \delta(t - k\,T_s)$. Θεωρείστε ότι η δειγματοληψία πραγματοποιείται με ένα πολλαπλασιαστή όπως στο παρακάτω σχήμα.



i. Το $x_a(t)$ είναι βασικής ή διέλευσης ζώνης σήμα; Να υπολογιστεί ο ρυθμός δειγματοληψίας Nyquist.

ii. Να υπολογιστεί ο μετασχηματισμός Fourier του $x_d(t)$ και να σχεδιαστεί πρόχειρο σχήμα το οποίο να απεικονίζει το φάσμα του $x_d(t)$.

iii. Να δειχθεί ότι η μαθηματική έκφραση του δειγματοληπτημένου σήματος μπορεί να εκφραστεί ως

$$x_d(t) = \frac{1}{T_s}\left[\cos(22\pi F_o\,t) + \cos(26\pi F_o\,t)\right] +$$

$$+\frac{1}{T_s}\sum_{k=1}^{\infty}\Big\{\cos\left[2\pi(11F_o + k\,F_s)t\right] + \cos\left[2\pi(11F_o - k\,F_s)t\right]$$

$$+\cos\left[2\pi(13F_o + k\,F_s)t\right] + \cos\left[2\pi(13F_o - k\,F_s)t\right]\Big\}.$$

<u>Υπόδειξη:</u> Να χρησιμοποιηθούν οι ταυτότητες

$$\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\exp(j\,k\,x) = 1 + 2\sum_{k=-\infty}^{+\infty}\cos(k\,x)$$

και

$$2\cos(a)\cos(b) = \cos(a-b) + \cos(a+b).$$

iv. Βάση της παραπάνω έκφρασης για το $x_d(t)$ να αναφερθούν οι βασικές συχνότητες καθώς και οι πρώτες έξι (6) αρμονικές.

v. Αν το δειγματοληπτημένο σήμα διέλθει μέσα από ένα χαμηλοπερατό φίλτρο, να προσδιοριστεί αλγεβρικά η μαθηματική έκφραση του σήματος, $x_0(t)$, στην έξοδο του φίλτρου αν του οποίου το εύρος ζώνης είναι *α*) $BW = F_0$ και *β*) $BW = 4\,F_0$.