

Σειρά ασκήσεων 3 - Ολοκληρώματα

Ημερομηνία παράδοσης : 23/12/2010

1. Να βρεθούν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int_{\pi}^{2\pi} x \sin(x/2) dx \quad \beta) \int x^6 e^{-2x} dx \quad \gamma) \int_0^{\pi} x^5 \cos(2x) dx \quad \delta) \int (x+1)^4 e^{-x/4} dx$$

$$\epsilon) \int e^{2x} \cos(3x) dx \quad \zeta) \int_1^2 \ln(x+x^2) dx \quad \eta) \int \sin(\ln(x)) dx$$

$$\theta) \int_0^{\pi/4} x \tan^2(x) dx \quad \iota) \int 4x \sec^2(2x) dx \quad \kappa) \int e^{\sqrt{4x+9}} dx$$

2. Να βρεθούν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int_{\pi}^{2\pi} \frac{5x-7}{x^2-3x+2} dx \quad \beta) \int_{1/2}^1 \frac{x+4}{x^2+x} dx \quad \gamma) \int \frac{x+4}{(x+1)^2} dx \quad \delta) \int \frac{x+1}{x^2(x-1)} dx$$

$$\epsilon) \int_0^1 \frac{dx}{(x+1)(x^2+1)} \quad \zeta) \int \frac{x^2+2x+1}{(x^2+1)^2} dx \quad \eta) \int \frac{2x^3-2x^2+1}{x^2-x} dx$$

$$\theta) \int \frac{2x^4}{x^3-x^2+x-1} dx \quad \iota) \int_0^1 \frac{e^x}{e^{2x}+3e^x+2} dx \quad \kappa) \int \frac{\sin(x)}{\cos^2(x)+\cos(x)-2} dx$$

3. Να βρεθούν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int_0^{2\pi} \sqrt{\frac{1-\cos(2x)}{2}} dx \quad \beta) \int_0^{\pi/2} \sin(3x) \cos(2x) dx \quad \gamma) \int_0^{\pi/4} \cos(3x) \cos(2x) dx$$

$$\delta) \int_{-\pi/4}^{\pi/4} \sqrt{1+\tan^2(x)} dx \quad \epsilon) \int_0^{\pi/2} \sin^5(x) dx \quad \zeta) \int \tan^3(x) dx \quad \eta) \int \cot^5(x) dx$$

$$\theta) \int \csc(x) dx \quad \iota) \int (\sec(x) + \cot(x))^2 dx \quad \kappa) \int \csc(x) \sin(3x) dx$$

4. Να βρεθούν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$\begin{aligned} \alpha) \int \frac{dx}{\sqrt{-x^2+4x-3}} \quad \beta) \int \frac{dx}{(x+1)\sqrt{x^2+2x}} \quad \gamma) \int \frac{dx}{(1+x^2)\tan^{-1}(x)} \quad \delta) \int \frac{dx}{x^2-2x+5} \\ \epsilon) \int \frac{x^3 dx}{\sqrt{x^2+4}} \quad \zeta) \int \frac{x^2 dx}{(x^2-1)^{5/2}} \quad \eta) \int \frac{\sqrt{9-x^2}}{x^2} dx \\ \theta) \int \frac{2dx}{x^3\sqrt{x^2-1}} \quad \iota) \int_{1/12}^{1/4} \frac{2dx}{\sqrt{x}+4x\sqrt{x}} \quad \kappa) \int_0^{\ln 4} \frac{e^x dx}{\sqrt{e^{2x}+9}} \end{aligned}$$

5. Να υπολογιστούν οι παράγωγοι των κάτωθι συναρτήσεων:

$$\alpha) 6 \sinh(x/3) \quad \beta) \ln(\cosh(x)) \quad \gamma) (1+x^2) \coth^{-1}(x^2) \quad \delta) \sinh^{-1}(x^{3/2})$$

6. Να βρεθούν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int_1^4 8 \frac{\cosh(\sqrt{x})}{\sqrt{x}} dx \quad \beta) \int_0^{\ln 10} 4 \sinh^2(x/2) dx \quad \gamma) \int_0^{2\sqrt{3}} \frac{dx}{\sqrt{4+x^2}} \quad \delta) \int \frac{dx}{x\sqrt{1-16x^2}}$$

7. Να βρεθούν τα παρακάτω όρια:

$$\begin{aligned} \alpha) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(x^2)}{x} \quad \beta) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos x - 1}{e^x - x - 1} \quad \gamma) \lim_{x \rightarrow 0^+} x \ln x \quad \delta) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\csc x - \cot x + \cos x) \\ \epsilon) \lim_{x \rightarrow 0} (e^x + x)^{1/x} \quad \zeta) \lim_{x \rightarrow 0^+} (\sin x)^{\tan x} \end{aligned}$$

8. Να βρεθούν τα παρακάτω ολοκληρώματα:

$$\alpha) \int_2^\infty \frac{1}{x^2-1} dx \quad \beta) \int_{-\infty}^0 x e^x dx \quad \gamma) \int_{-\infty}^\infty \frac{2x}{x^2+1} dx$$