**ΠΑΝΕΠΙΣΤΗΜΙΟ ΠΕΛΟΠΟΝΝΗΣΟΥ**

**ΣΧΟΛΗ ΘΕΤΙΚΩΝ ΕΠΙΣΤΗΜΩΝ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ**

**ΤΜΗΜΑ ΕΠΙΣΤΗΜΗΣ ΚΑΙ ΤΕΧΝΟΛΟΓΙΑΣ ΕΠΙΚΟΙΝΩΝΙΩΝ**

Μάθημα: **Διαφορικές Εξισώσεις**

Εξάμηνο: **3Ο**

Διδάσκων καθηγητής: **Δρ Αντώνης Αντωνίου**

e-mail: **ananton@phys.uoa.gr**

**Φυλλάδιο ασκήσεων 10**

**Μερικές Διαφορικές Εξισώσεις (Μ.Δ.Ε.). Η μέθοδος χωρισμού των μεταβλητών**

**Ενδεικτικές λύσεις**

1. Αποδείξτε ότι η συνάρτηση , όπου τυχούσες συναρτήσεις, είναι πάντοτε λύση της κυματικής εξίσωσης (σε μια διάσταση)

Ποιο είναι το φυσικό νόημα των δύο όρων του 2ου μέλους;

**Λύση:**  και . Εφαρμόζοντες αυτές και για τη μεταβλητή t και με παραγωγίσεις καταλήγουμε στη ζητούμενη. Στην ο πρώτος όρος παριστάνει μια κυματομορφή που κινείται προς τα δεξιά με σταθερή ταχύτητα και ο δεύτερος όρος μια άλλη κυμετομορφή που κινείται προς την αντίθετη κατεύθυνση.

1. Δίνονται οι παρακάτω Μ.Δ.Ε.:

α)

β)

γ)

δ)

ε)

στ)

Για ποιες από αυτές είναι εφαρμόσιμη η μέθοδος του χωρισμού των μεταβλητών και ποιες οι συνήθεις Δ.Ε. που προκύπτουν σε κάθε περίπτωση;

**Λύση:** Θα εξετάσουμε σε κάθε περίπτωση αν η ζητούμενη συνάρτηση , όταν τη γράψουμε στη μορφή καταλήγει σε συνήθεις Δ.Ε. ως προς και ως προς .

α) . Γράφουμε τη ζητούμενη συνάρτηση στη μορφή

Οπότε .

Η δοθείσα εξίσωση γίνεται .

Διαιρούμε με και έχουμε

Έχουμε δύο συναρτήσεις ασχέτων μεταβλητών (η πρώτη ως t και η δεύτερη ως προς x) οι οποίες είναι ίσες για όλα τα t και όλα τα x. Είναι προφανές ότι αυτό ισχύει μόνο στην περίπτωση που οι συναρτήσεις αυτές είναι ίσες με μια σταθερά λ.

Άρα οπότε

που είναι συνήθεις Δ.Ε. ως προς t και ως προς x αντίστοιχα.

β) Ομοίως, ναι

γ)

Γράφουμε τη ζητούμενη συνάρτηση στη μορφή

οπότε και

Η δοθείσα εξίσωση γίνεται και διαιρώντας με

παίρνουμε από την οποία δεν καταλήγουμε σε συνήθεις Δ.Ε. ως προς t και ως προς x.

δ) Ναι

ε) Ναι

στ) Όχι